

**Rosilda Benício de Souza**

**ANÁLISE MULTIFRACTAL DE SÉRIES TEMPORAIS DE  
FOCOS DE CALOR NO BRASIL**

RECIFE-PE - FEV/2011



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

## **ANÁLISE MULTIFRACTAL DE SÉRIES TEMPORAIS DE FOCOS DE CALOR NO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

**Área de Concentração: Modelagem Estatística e Computacional**

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tatijana Stosic

Co-orientador: Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo

RECIFE-PE - FEV/2011.

Ficha catalográfica

S729a Souza, Rosilda Benício de  
Análise multifractal de séries temporais de focos de calor  
no Brasil / Rosilda Benício de Souza. -- 2011.  
44 f.: il.

Orientadora: Tatijana Stosic.  
Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística  
Aplicada) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,  
Departamento de Estatística e Informática, Recife, 2011.  
Referências.

1. Focos de calor 2. Correlações de longo alcance  
3. Multifractal detrended fluctuation analysis I. Stosic, Tatijana,  
orientadora II. Título

CDD 574.018

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

**ANÁLISE MULTIFRACTAL DE SÉRIES TEMPORAIS DE FOCOS DE CALOR NO  
BRASIL**

Rosilda Benício de Souza

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 17/02/2011 pela Comissão Examinadora.

Orientadora:

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tatijana Stosic  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
DF-UFRPE

---

Prof. Dr. Borko Stosic  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
DEINFO-UFRPE

---

Prof. Dr. Lucian Bogdan Bejan  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
DEINFO-UFRPE

*Dedico este trabalho à minha família, em especial a minha mãe, meu exemplo, meu refúgio, minha fortaleza.*

## Agradecimentos

Para chegar a este momento de conclusão de trabalho e realização do sonho, muitos acontecimentos e pessoas foram envolvidos. Agora é hora de agradecer a todos que contribuíram, de qualquer forma, para que esta etapa de minha vida fosse bem concluída.

Da Universidade Federal Rural de Pernambuco, agradeço primeiramente a Profa. Tati-jana Stosic, pela orientação, conhecimentos, incentivos e compreensão em meus momentos de insegurança. E ao Prof. Pedro Hugo do Departamento de Física pela sua valiosa contribuição como co-orientador.

Aos professores do programa, em especial ao Prof. Borko Stosic e Prof. Tiago Espínola pelos conhecimentos adquiridos ao cursar suas disciplinas e pelas contribuições diretas para realização e enriquecimento desse trabalho.

À Marco Santos, competente e dedicado, agradeço pela atenção que direta ou indiretamente tornaram esta fase mais simples de ser vivida, à Zuleide pela amizade dedicada a todos que passam por este programa e a Fatima por sua presença e organização.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro.

Aos colegas do mestrado, pelos momentos em que passamos juntos e pelas trocas de conhecimentos. Em especial aos que foram mais do que colegas de curso, como Mariese, Cícero Carlos, Rodrigo, David, Aranildo, Jader e Darlon. A Paulo Duarte e Gabriel Rivas, por colaborações importantes no primeiro ano do curso. E também a Vinicius, Carlos e Joseilme.

Aos amigos que participaram e fizeram meus dias melhores nessa cidade: Gabriel Guedes, por ter sido mais do que um amigo, Thiago, Eveline e Samuel, pelo apoio na chegada e convivência tranqüila, Patrícia e Lucas, pelo companheirismo, Zé Carlos, um primo muito querido, Dâmocles e Samuel, pela amizade sincera, Paulo Salgado, pelo carinho, Leila e Clarissa, por terem mostrado-se grandes amigas e me deixarem participar de suas famílias, Dona Djanira e Dona Celia, mães maravilhosas, Elias, pela boa convivência, um irmão que não veio dos meus pais.

Agradeço a minha família pelo amor, atenção, confiança, incentivos e ensinamentos de vida. Meus pais Adocil e Maria, minhas irmãs Ivanilda e Ana, meus irmãos Rivaldo e Arnaldo, cunhados Cicero e Ciene, meus doces sobrinhos Naiani, Rauany e Kelvin. À minha tia Terezinha pela acolhida, apoio e exemplo de vida.

Pela formação acadêmica, conselhos, incentivos, orientações e apoio que me foi dado, agradeço aos professores que formaram (2005 - 2008) o Departamento de Matemática da Universidade Regional do Cariri URCA, em especial aos professores Evandro Carlos Ferreira pelo incentivo a continuidade na vida acadêmica e Pedro Ferreira de Lima, por me fazer ver a beleza da Estatística.

Aos amigos que a distância e o tempo não separou, Paulo, Allan, Edson, Janailton, João Vítor, Chaves, Tiarlos, Jackson, as Cíceras (Oliveira, Ferreira e Leite), Valéria, Sabrina, Valdeiza, Meirinha, Alcimene.

Meu maior agradecimento: a Deus, pelo dom da vida, por sua presença constante, pela saúde e determinação para alcançar meus objetivos e pelas pessoas boas que me rodeiam.

*"Tudo depende de como vemos as coisas e não de como elas são."*

**Carl Jung**

## Resumo

Queimadas e incêndios florestais atingem milhões de hectares de terras brasileiras, causando graves consequências ecológicas, sociais e econômicas, incluindo emissões de gases do efeito estufa, perda de biodiversidade, erosão do solo, etc. Para estabelecer métodos eficientes para prevenção e supressão do fogo, importantes para proteção do meio ambiente, é necessário conhecer onde, quando e porquê os incêndios ocorrem, a área queimada e como se iniciam e se propagam. Atualmente, vários satélites são disponibilizados para monitoramento das características do fogo: áreas de risco, incêndios atualmente ativos, área queimada, fumaça e emissão de gases. Focos de calor são pixels na imagem de satélite, com intensidade infravermelha correspondente a vegetação queimada. Dependendo da resolução, um foco pode representar uma queimada ou parte de um incêndio maior. O número de focos combinado a outras informações fornecidas pelos satélites pode ser usado para estimar a área queimada, e prever as consequências ecológicas e econômicas. Neste trabalho, foi estudada a dinâmica de focos de calor detectados no Brasil pelo satélite NOAA-12, durante o período 1998-2007, utilizando o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis*, desenvolvido para detecção e quantificação das propriedades multifractais das séries temporais não estacionárias. Foram calculados o expoente generalizado de Hurst  $h(q)$ , o expoente Renyi  $\tau(q)$  e o espectro de singularidade  $f(\alpha)$ . Os resultados mostraram a existência de correlações de longo alcance, caracterizadas por uma hierarquia dos expoentes de escala, consequência de um processo estocástico multifractal. Baseado nos resultados empíricos, também foram mostrados que o *Multifractal Cascade Model* pode ser usado para gerar séries artificiais dos focos de calor. A propriedade multifractal da dinâmica dos focos de calor poderá ser incorporada em modelos teóricos e simulações computacionais de dinâmica de incêndios e fenômenos relacionados.

**Palavras-chave:** focos de calor; correlações de longo alcance; Multifractal Detrended Fluctuation Analysis.

## Abstract

Vegetation and forest fires affect millions of hectares of Brazilian land and have severe ecological, social and economic consequences, including emissions of green house gases, loss of biodiversity, soil erosion etc. To establish efficient methods for prevention and suppression of fires, which is crucial for preservation of environment, it is necessarily to know the spatial location and time of occurrence of fires, burned area, why they occur, and how they initiate and propagate. Several satellite systems are currently available for monitoring different fire characteristics: dry areas that are susceptible to fire, actively flaming fires, burned area and smoke, and trace gas emissions. Hot pixels are satellite image pixels with infrared intensity corresponding to burning vegetation. Depending of image resolution, a hot pixel may represent one fire, or a part of a larger fire. Together with other satellite data, the number of hot pixels can be used to estimate the burned area and predict environmental and economics consequences. In this work we study the dynamics of hot pixels detected in Brazil by satellite NOAA-12 during the period 1998-2007, using the method Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, which serves to detect and quantify multifractal properties of non-stationary temporal series. We calculate the generalized Hurst exponent  $h(q)$ , Renyi exponent  $\tau(q)$  and singularity spectrum  $f(\alpha)$ . The results show the existence of power-law long-term correlations that are described by a hierarchy of scaling exponents, which is the consequence of an underlying multifractal stochastic process. Based on this empirical result we also show that the Multifractal Cascade Model can be used to produce synthetic data for hot pixels dynamics. The observed multifractal property of temporal series of hot pixels should be incorporated in theoretical models and computer simulations of the fire dynamics and related phenomena.

**Key words:** hot pixel; long range correlation; Multifractal Detrended Fluctuation Analysis .

# Lista de Figuras

3.1	Série temporal diária de focos de calor no Brasil. . . . .	p. 11
3.2	Função de autocorrelação da série. . . . .	p. 12
5.1	Gráfico de $\log[Fq(s)]$ versus $\log(s)$ . . . . .	p. 23
5.2	Expoente generalizado $h(q)$ . . . . .	p. 24
5.3	Medida multifractal $\tau(q)$ . . . . .	p. 25
5.4	Espectro de singularidade $f(\alpha)$ . . . . .	p. 25
5.5	Expoente generalizado $h(q)$ ajustado pelo <i>Multifractal Cascade Model</i> segundo a Eq. (4.16). . . . .	p. 26
5.6	Expoente generalizado $h(q)$ para as séries: original (quadrados pretos), randomizada (círculos azuis) e razão entre original e randomizada (triângulos vermelhos). . . . .	p. 26
5.7	Modelo ajustado pela Eq. (5.1), para $b = -1,44 \pm 0,04$ e distribuição de frequências para a série de focos de calor no Brasil, com inclinação $-1,44$ para o conjunto de dados em escala logarítmica. . . . .	p. 27

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	p. 1
<b>2</b>	<b>Revisão de Literatura</b>	p. 4
2.1	Incêndios, queimadas, focos de calor e efeitos ambientais . . . . .	p. 4
2.2	Fractais e Multifractais . . . . .	p. 8
2.3	Série temporal e correlação de longo alcance . . . . .	p. 10
<b>3</b>	<b>Dados</b>	p. 11
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	p. 14
4.1	Multifractal Detrended Fluctuation Analysis . . . . .	p. 14
4.2	Medidas multifractais $\tau(q)$ e $f(\alpha)$ . . . . .	p. 19
4.3	Multifractal Cascade Model . . . . .	p. 21
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	p. 23
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	p. 28
	<b>Referências</b>	p. 30

# 1 Introdução

Incêndios florestais atingem milhões de hectares de terras, ocasionando grandes perdas na vida das pessoas, causando danos significativos em termos de áreas ardidas, destruição de espécies únicas da fauna e da flora, além de consequências econômicas como a queima da madeira e custos para prevenção e controle do fogo. Além disso, o lançamento de gases e fragmentos liberados durante um incêndio podem ser responsáveis por impactos ambientais, como aumento do efeito estufa e deterioração da camada de ozônio. Os incêndios ocorrem mais facilmente em lugares com abundância de vegetação (florestas, savanas, bosques) e podem ter origem natural (raios, erupções vulcânicas, calor do sol) ou humana (queimas para limpeza na agricultura, nas pastagens ou no reflorestamento, descuidos humanos, fogos intencionados) [1, 2]. O aumento do número de incêndios e queimadas vem como consequência de diversos fatores, principalmente de crescimento populacional e acúmulo de material combustível.

A preservação do meio ambiente é uma tarefa extremamente complexa e depende das políticas protecionistas globais e regionais adequadas às características de cada região. Para estabelecer essas políticas de controle e prevenção é necessário conhecer o perfil dos incêndios: onde, quando e porque ocorrem. Além das estatísticas de ocorrências de incêndios, os métodos emergentes da física estatística, incluindo análise de dados e modelos computacionais, fornecem informações adicionais sobre a distribuição espaço-temporal dos incêndios, que podem ser usadas para planejar um controle mais eficiente [3].

Informações quantitativas sobre a distribuição espacial e temporal do fogo são importantes para a proteção das florestas e na gestão dos recursos florestais. Emissões de gases com efeito de estufa e os aerossóis do fogo são de grande interesse para os estudos das alterações climáticas. Além de mudanças na cobertura da terra, como resultado da queima, os incêndios também afetam as interações da atmosfera terrestre. Nos últimos tempos, as imagens de satélites tem sido frequentemente utilizadas para detectar queimadas e incêndios florestais [4]. Os focos de calor originários de dados de imagens de

satélite têm sido um indicador de quando e onde a queima ocorreu e têm sido amplamente utilizado. Compreender a dinâmica do uso do fogo é de grande potencial para influenciar as políticas públicas para a prevenção, combate, controle e monitoramento dos incêndios [5]. O monitoramento de queimadas através das imagens de satélites é particularmente útil para regiões remotas sem meios intensivos de acompanhamento, condição esta que representa a situação geral do Brasil [6].

Vários satélites (com características diferentes em termos de resolução espacial, bandas espectrais, tempo e frequência de escaneamento) estão disponíveis para monitoramento das várias características do fogo: áreas de risco, incêndios atualmente ativos, área queimada, fumaça, emissão de poluentes etc. Focos de calor são pixels na imagem de satélite com intensidade infravermelha correspondente a vegetação queimada. Um foco pode representar uma queimada, parte de um incêndio maior ou outras fontes de calor como, por exemplo, a reflexão de luz da superfície de um lago. Por algumas dificuldades, as imagens de satélites podem não detectar todas as queimadas. Apesar disso, o número de focos junto a outras informações fornecidas pelos satélites podem ser utilizados para estimar a área queimada, detecção e monitoramento dos incêndios florestais [6], estimativa de risco de fogo [7] e para avaliação da influência de outros fatores ambientais [8].

No Brasil, a maioria dos incêndios em vegetação (queimadas) são causados pelo homem por diversas razões: limpeza de pastos, preparo de plantios, desmatamentos, colheita manual de cana de açúcar, vandalismo, etc. Com mais de 300.000 queimadas e nuvens de fumaça cobrindo milhões de  $km^2$  detectados anualmente, o Brasil ocupa o 5º lugar entre os países poluidores. A detecção de focos de calor no Brasil foi iniciada pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) em 1987, a pioneira e mais completa no mundo, fazendo uso de um maior número de satélites (11) que geram centenas de imagens diárias usadas para mapeamento dos focos [6].

O objetivo desse trabalho é estudar propriedades multifractais das séries temporais de focos de calor detectados no Brasil, durante o período 1998-2007, pelo satélite NOAA-12 [6]. Aplicamos o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)*, desenvolvido para analisar séries temporais não estacionárias. Fundamentados nessa metodologia investigamos se a dinâmica temporal de queimadas no Brasil possui as características de um processo multifractal.

Séries de dados gerados por sistemas complexos (um conjunto de elementos interconectados, onde suas propriedades não são consequência natural da visão isolada desses elementos) exibem flutuações em um amplo alcance da escala temporal e/ou amplas dis-

tribuições de valores. As flutuações naturais são frequentemente encontradas seguindo uma relação de escala. Tal relação permite uma caracterização dos dados e a geração de sistemas complexos por expoentes fractais (ou multifractais), que podem fornecer como característica a "impressão digital" do sistema em comparação com outros sistemas e modelos. O sistema fractal é caracterizado por uma lei de escala, com um expoente fractal, isto é, um expoente não inteiro. Caracterizados também por auto similaridade, ou seja, uma ampliação de uma pequena parte é estatisticamente equivalente ao todo. Enquanto que o sistema multifractal, é caracterizado por um conjunto infinito de diferentes expoentes fractais [9].

Nas últimas décadas, o comportamento de escala fractal e multifractal tem sido relatado em muitas séries temporais naturais geradas por sistemas complexos, incluindo: Séries temporais geofísicas (registros de temperatura, precipitação, vasamento dos rios, nível de ozônio, velocidade do vento, eventos sísmicos) [10–12]; Séries temporais médicas e fisiológicas (registros de batimento cardíaco, respiração, pressão sanguínea, fluxo sanguíneo, modo de andar humano, nível de glicose) [13–16]; Sequência de DNA [17, 18]; Séries temporais de astrofísica (números de manchas solar)[19]; Séries temporais técnicas (tráfego de internet, tráfego de rodovia e potência de um reator neutrônico); Séries temporais sociais (finanças e economia, característica do idioma, fatalidades em conflitos) [20, 21].

Junto com as inúmeras aplicações, há também o desenvolvimento de métodos para analisar as propriedades fractais e multifractais. Desde a função de partição, métodos usando *wavelets*, até a implementação de novos algoritmos, como o *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* [22]. Nesse trabalho, verificamos a multifractalidade da série em estudo a partir da aplicação do algoritmo MF-DFA, calculamos o expoente de Hurst generalizado  $h(q)$ , Renyi  $\tau(q)$  e o espectro de singularidade  $f(\alpha)$  e também fazemos um ajuste com o *Multifractal Cascade Model* [9].

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: No Capítulo 2, revisamos sobre conceitos de incêndios, queimadas e focos de calor e alguns impactos ambientais ocasionados por queimadas e incêndios. Incluímos também nesta revisão, os conceitos de fractal e multifractal. No Capítulo 3, tratamos dos dados, como os obtemos, o que eles significam e a sua confiabilidade. No Capítulo 4, fazemos uma descrição completa do algoritmo MF-DFA, a sua relação com as medidas  $\tau(q)$  e  $f(\alpha)$  e o significado dessas medidas. Apresentamos também o *Multifractal Cascade Model*, com apenas dois parâmetros, mostramos um bom ajuste para  $h(q)$ . No Capítulo 5, exibimos todos os nossos resultados, e finalmente, no Capítulo 6, apresentamos nossas conclusões.

## 2 Revisão de Literatura

### 2.1 Incêndios, queimadas, focos de calor e efeitos ambientais

#### Incêndios

Restos fósseis indicam que os primeiros incêndios em vegetação apareceram há 420 milhões de anos atrás, quando a abundância das plantas terrestres permitiu a acumulação de oxigênio na atmosfera e de material combustível [23]. O uso controlado do fogo, a pelo menos 1 milhão de anos atrás, segundo evidências encontradas na África, foi o fator mais importante para evolução cultural humana por ter possibilitado o tratamento térmico de proteínas e outros nutrientes, extensão de atividades durante a noite e melhor proteção contra os predadores [24, 25], além de incêndios controlados designados para sinalização, cultivo de plantas, desflorestamento, etc., que podem ter efeitos benéficos para fauna e flora (aumentando a quantidade de nutrientes no solo, reduzindo a propagação de doenças, algumas espécies de plantas precisam do fogo para crescer e reproduzir, para algumas espécies de animais o incêndio facilita caça e procura de comida). Mesmo assim, a maioria dos incêndios em vegetação são descontrolados e têm efeitos desastrosos para o meio ambiente.

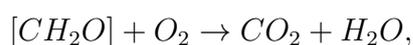
O comportamento dos incêndios em vegetação (início, propagação, supressão, efeitos ambientais) depende de diversos fatores como tipo de combustível, condições climáticas, topografia, métodos de prevenção e supressão do fogo, políticas ambientais etc. Para que um incêndio ocorra são necessários três componentes: combustível, oxigênio e calor. A quantidade de combustível (árvores, arbustos, grama seca) disponível por área unitária, chamado de carga de combustível, é um dos fatores que determinam a intensidade (quantidade da energia por unidade de tempo e por unidade de comprimento da frente de fogo) e velocidade de espalhamento do fogo. Um incêndio se espalha mais rapidamente e com maior intensidade se a carga de combustível é maior. Outro fator importante para ignição, propagação e supressão do fogo é o clima, especialmente temperatura, vento e umidade.

As temperaturas mais quentes e a umidade baixa favorecem a formação de fagulhas de incêndios florestais e os combustíveis se acendem e queimam mais rápido. O vento tem o maior impacto na evolução de um incêndio florestal, mas também é o fator mais imprevisível. Além do oxigênio adicional, o vento fornece mais combustível seco (grama, galhos, folhas) e empurra o fogo aumentando a intensidade e velocidade de propagação do incêndio. O fator de topografia mais importante para propagação de incêndio é a inclinação do terreno. O incêndio se propaga mais rápido para áreas mais elevadas na direção do vento que tem fluxo natural para cima [1].

### **Queimadas**

Queimada não é sinônimo de incêndio. A queimada é uma tecnologia agrícola, praticada há milhares de anos pelos indígenas brasileiros (coivara), incorporada na prática agrícola dos povoadores portugueses do século XVI [26]. O uso do fogo é uma prática generalizada na agricultura brasileira. Os agricultores utilizam o fogo como uma tecnologia agrícola em diversos momentos nos sistemas de produção, desde o preparo das terras até a pré e pós colheita. Ao contrário dos incêndios, as queimadas agrícolas atingem pequenas áreas, têm hora para começar e acabar, são controladas pelos agricultores e seus danos ambientais são limitados. Enquanto, os incêndios são eventos indesejáveis e bastante raros se comparados à ocorrência das queimadas. Nesses casos, o fogo fica fora de controle, não sendo possível responsabilizar-se por ele. De origem acidental ou criminosa, eles podem atingir grandes áreas, causando prejuízos ao patrimônio público e privado, além de graves danos ambientais. Podem ocorrer pelas mais diversas causas e, inclusive, devido a uma queimada que escape do controle do agricultor, isso é mais comum em anos de seca [27].

Uma queimada é um processo de queima de biomassa, que pode ocorrer por razões naturais ou por iniciativa humana. A queima de matéria orgânica produz primariamente água e dióxido de carbono, de acordo com a seguinte reação química:



onde o elemento  $[CH_2O]$  representa a composição média da biomassa.

Além destes elementos, também são produzidos outros produtos químicos, tais como monóxido de carbono ( $CO$ ), óxidos nitrosos ( $NO_x$ ), hidrocarbonetos e partículas de aerossóis, os quais são incorporados à atmosfera, sendo a ela misturados e transportados [28].

A evolução de uma queimada é descrita em quatro estágios: ignição, chamas, brasas e

extinção. A ignição depende do tipo e umidade da biomassa e de fatores ambientais como temperatura, umidade relativa e vento. Chamas é o estágio onde altas temperaturas, que podem chegar até 1800 K, provocam a ruptura das moléculas da biomassa (biomassa é transformada em componentes de menor peso molecular, como o carvão e o alcatrão) e a liberação de vapor d'água,  $CO_2$  e  $CO$ . A seguir temos o estágio de brasa, onde há uma diminuição das condições necessárias para manter as chamas, com temperaturas abaixo de 1000 K, há uma redução na produção de  $CO_2$  e uma grande emissão de material particulado. Já o estágio de extinção pode ocorrer pela diminuição da biomassa ou por outros fatores como fatores ambientais ou diminuição de oxigênio [28, 29].

### **Efeitos ambientais**

Os incêndios causam efeitos imediatos e, a longo prazo em componentes abióticos dos ecossistemas, principalmente no solo. Esses efeitos incluem a perda de nutrientes por causa de erosão, alterações na temperatura, umidade e outras propriedades físicas como textura e porosidade. Os efeitos dos incêndios nas espécies da fauna e flora variam de extinção à adaptação e aumento de população de espécies mais resistentes. Apesar de causar danos ambientais, os incêndios representam um fator importante para funcionamento e biodiversidade de várias comunidades como florestas e savanas [2].

As emissões de  $CO_2$ , metano ( $CH_4$ ) e  $NO_x$  contribuem para aumentar o efeito estufa na atmosfera, alterando o equilíbrio climático e bioquímico do planeta. No caso do  $CO_2$ , a emissão durante a queimada pode ser reincorporada à vegetação, porém em situação de desflorestamento, isto pode não ocorrer, pois a recomposição da floresta nativa, se houver, toma um longo tempo (da ordem de várias décadas), provocando uma emissão líquida à atmosfera. A radiação solar junto com as altas taxas de concentração de  $NO_x$ , oxidação de  $CO$  e hidrocarbonetos liberam ozônio ( $O_3$ ). As partículas de aerossol provenientes das queimadas podem permanecer por volta de uma semana na atmosfera e compõem a camada espessa de fumaça sobre as Regiões Norte e Centro Oeste do Brasil durante a estação seca. O incremento do efeito estufa altera o clima e a ocorrência de secas prolongadas, facilitando a dispersão do fogo [28].

De acordo com Andreae [30], 87% das emissões globais de queimadas ocorrem em países em desenvolvimento nos trópicos. No Brasil, as maiores ocorrências de queimadas acontecem nas regiões amazônica e central, durante a estação seca, entre os meses de julho a outubro. A concentração de material particulado inalável e gases traços, medidos ao nível da superfície na região tropical do Brasil, apresentam forte sazonalidade, com máximos durante este período do ano. Estudos mostram que as partículas de aeros-

sol na região são compostas predominantemente de carbono grafitico, que é proveniente da fuligem da combustão e está associado a elementos conhecidos como traçadores de emissões de queimadas, como enxofre (S), potássio (K), cloro (Cl), cálcio (Ca) e zinco (Zn) [31].

As altas temperaturas envolvidas na fase de chamas da combustão e a ocorrência de circulações associadas às nuvens devidas, por exemplo, à entrada de frentes frias provenientes da região sul do Brasil, favorecem o movimento convectivo ascendente e podem ser responsáveis pela elevação destes poluentes até a troposfera, onde podem ser transportados para regiões distantes das fontes emissoras. Este transporte resulta em uma distribuição espacial de fumaça sobre uma extensa área, ao redor de 4-5 milhões de  $km^2$ , em muito superior à área onde estão concentradas as queimadas. Os efeitos destas emissões excedem, portanto, a escala local e afetam regionalmente toda a composição e propriedades físicas e químicas da atmosfera na América do Sul [28].

O balanço de radiação e o ciclo hidrológico também podem ser afetados pela dinâmica das queimadas, uma vez que as partículas delas provenientes causam alterações no processo de formação das gotas de nuvens, tornando-as menores e em maior número. Isso provoca uma maior reflexão de radiação solar de volta para o espaço, que por consequência resfria a atmosfera, criando um ambiente menos favorável para a produção de chuvas, já que as gotículas muito pequenas não tendem a se aglutinarem e cair como chuva [28].

O transporte das emissões de queimadas e a deposição do material transportado podem causar as alterações nos ciclos bioquímicos e na dinâmica de nutrientes tanto nas regiões emissoras quanto nas regiões receptoras. Isso também inclui os efeitos na biota marinha, devido o impacto da deposição dos produtos de queimadas e da redução de radiação solar na superfície dos oceanos [28].

### **Focos de calor**

Informações quantitativas sobre a distribuição espacial e temporal do fogo são importantes para a proteção das florestas e na gestão dos recursos florestais. Nos últimos tempos, as imagens de satélites tem sido utilizadas para detectar incêndios florestais, oferecendo uma opção para monitoramento de incêndios e queimadas em todas as regiões do Brasil, o que colabora para o combate ao fogo em regiões remotas que não possuem meios intensivos de acompanhamento [4, 6].

Foco de calor é qualquer temperatura registrada acima de  $47^{\circ}C$ , em relação a observação de satélites, são pixels na imagem com intensidade infravermelha correspondente a vegetação queimada. Um foco pode representar uma queimada, parte de um incêndio

maior ou outras fontes de calor, como por exemplo, a reflexão de luz da superfície de um lago. Devido algumas dificuldades as imagens de satélites não podem detectar todas as queimadas, apesar disso, o número de focos junto com outras informações providenciadas pelos satélites podem ser usadas para estimar a área queimada [6]. Estes focos têm sido um indicador de quando e onde a queima ocorreu e têm sido amplamente utilizado para monitoramento de incêndios e queimadas. Compreender a dinâmica do uso do fogo é de grande potencial para influenciar as políticas públicas para a prevenção, combate, controle e monitoramento de incêndios [5].

## 2.2 Fractais e Multifractais

### Fractais

Muitas estruturas espaciais na natureza resultam do agrupamento de um grande número de componentes idênticos, levando à existência do princípio de auto similaridade, que conduz a estruturas auto-similares chamadas fractais [32]. A palavra fractal foi cunhada por Mandelbrot (1983), a partir do adjetivo latino *fractus* (fração), do verbo *frangere* (quebrar). O conceito de fractais remonta à tentativas de medir o tamanho de objetos para os quais as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana falham. Um fractal, usualmente de dimensão fracionária, é um objeto matemático que pode se apresentar, por exemplo, como um padrão espacial ou uma série temporal, e pode ser dividido em partes, onde cada uma dessas partes é semelhante ao objeto original [33, 34].

Exemplos de fractais incluem agregados e colóides, árvores, rochas, montanhas, nuvens, galáxias, superfícies rugosas e interfaces, polímeros e séries temporais provenientes do mercado de ações [32].

As principais propriedades dos fractais são: i) auto similaridade, a qual significa que partes de um objeto ou processo parece com o objeto ou processo todo; ii) dependência de escala, que significa dizer que a medida da grandeza depende da escala na qual foi medida; iii) dimensão fractal, a qual provê uma descrição quantitativa da auto similaridade e dependência de escala e iv) propriedades estatísticas anômalas das grandezas fractais [35].

Uma série temporal difere substancialmente de uma série convencional em suas propriedades estatísticas. Por exemplo, ela pode ter uma função densidade de probabilidade (fdp) de cauda pesada, uma função de autocorrelação (fac) com decaimento lento e uma função espectro de potência (psd) de tipo  $1/f$  [36].

## Multifractais

Conceitos de dimensão fractal e auto similaridade têm sido utilizados para quantificar o comportamento multifractal. A ideia principal é quantificar semelhança estatística de padrões em muitas escalas diferentes [37], em uma série temporal, as pequenas (grandes) flutuações são favorecidas pelas pequenas (grandes) escalas. Um sistema multifractal é uma generalização de um sistema fractal em que um único expoente (dimensão fractal) não é bastante para descrever sua dinâmica; em vez disso, um conjunto de expoentes é necessário. Em um sistema multifractal o comportamento em torno de algum ponto é descrito por uma lei de potência local [9].

A ideia de multifractalidade pode implicitamente ser encontrada na formulação dos processos auto organizados. Que é especificamente o estudo de intermitência na estrutura de sistemas dinâmicos e turbulência completamente desenvolvida, o que levou a introdução do conceito de multifractalidade. Segundo Feder (1988) [34], pode-se distinguir uma medida (de probabilidade, ou de alguma quantidade física tal como massa, energia, ou um número de indivíduos) a partir de seu suporte geométrico, que pode ou não pode ter uma geometria fractal [38].

Dois tipos gerais de multifractalidade em séries temporais podem ser distinguidos:

- (i) Multifractalidade devido a uma distribuição de probabilidade (função densidade) para os valores de uma série temporal, isto é, uma distribuição de Levy. Neste caso a multifractalidade não pode ser diferente pelo embaralhamento das séries.
- (ii) Multifractalidade devido as diferentes correlações de longo alcance de pequenas e grandes flutuações. Neste caso a função densidade de probabilidade dos valores pode ser uma distribuição regular com momentos finitos, isto é, uma distribuição Gaussiana. A correspondente série embaralhada perde a propriedade multifractal, uma vez que todas as correlações de longo alcance são desfeitas por um procedimento de embaralhamento. Se ambos os tipos de multifractalidade estão presentes, a série embaralhada mostrará multifractalidade menor do que a série original [9].

## 2.3 Série temporal e correlação de longo alcance

Uma série temporal é um conjunto de observações geradas sequencialmente no tempo, geralmente eqüidistantes, tais como  $X_t = \{x_t \in \mathbb{R} \mid t = 1, 2, \dots, N\}$ , onde  $t$  é o índice temporal ou cronológico e  $N$  é o número de observações [39].

Muitos processos na natureza não são processos aleatórios independentes, geralmente eles mostram significantes correlações de longo alcance. Esta característica está presente em vários fenômenos em economia, fisiologia, engenharia, geofísica, meteorologia, etc. Métodos que servem para detecção de memória longa em domínio temporal, é representado pelo *Rescaled Range Analysis*, historicamente o primeiro método desenvolvido para estimar o expoente de Hurst, iniciado por Hurst [40] para descrever dependência de longo alcance dos níveis da água em rios e reservatórios [41].

Consideramos uma série temporal estacionária  $\{x_i\}$  com média  $\langle x_i \rangle = \mu$  e variância  $\langle x_i^2 \rangle = \sigma^2$ . Se a série possui correlações de longo alcance (memória longa), sua função de autocorrelação definida por

$$C(n) = \langle x_i, x_{i+n} \rangle \sim n^{-\gamma} \quad (2.1)$$

diminui seguindo uma lei de potência para grandes valores de  $n$  e  $0 < \gamma < 1$  [42].

### 3 Dados

Os dados usados nesse trabalho são parte da base de dados disponibilizada pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE, <http://www.dpi.inpe.br/proarco/bdqueimadas/>), que vem evoluindo continuamente desde 1987, e foi particularmente aperfeiçoado a partir de 1998. A base de dados além do número de focos detectados pelos vários satélites contém informações adicionais, como longitude e latitude de focos, cobertura de nuvens, dias de chuva etc. Os dados de focos de calor detectados pelo satélite NOAA-12, no período de 01/06/1998 a 10/08/2007 foram agrupados em uma série temporal diária de tamanho  $N = 3358$ , apresentada na Figura 3.1.

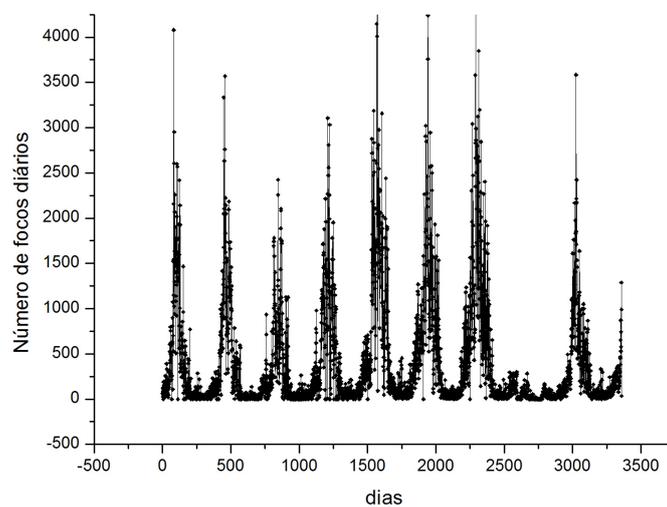


Figura 3.1: Série temporal diária de focos de calor no Brasil.

É uma série sazonal, ou seja, os baixos (ou altos) números de focos ocorrem sempre nas mesmas épocas do ano, é não estacionária e apresenta auto similaridade. A partir do gráfico (Figura 3.2) da função de autocorrelação definida na Eq. (2.1), vemos que o decaimento é muito lento para zero, o que indica não estacionariedade [39].

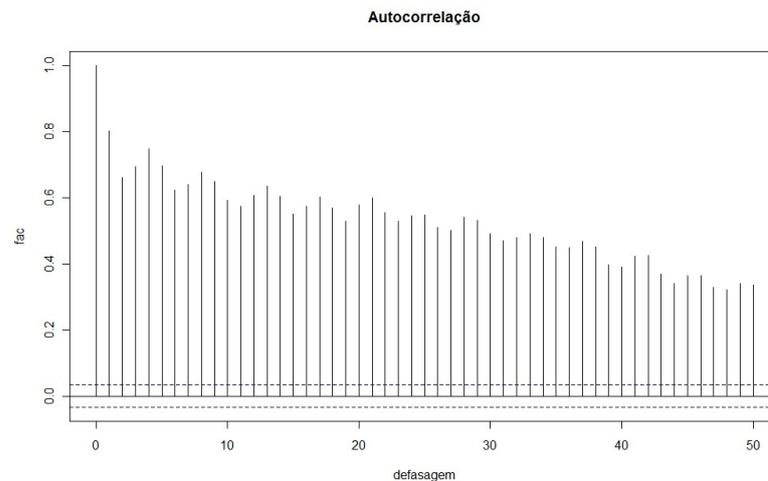


Figura 3.2: Função de autocorrelação da série.

O satélite NOAA-12, da série NOAA (*National Oceanic and Atmosphere Administration*, dos Estados Unidos), com sensor AVHRR (*Advanced Very High Resolution Radiometer*), é um dos mais conhecidos no Brasil. De 1999 a 10/08/2007 o NOAA-12 foi utilizado como "satélite referência" (é o satélite cujos dados diários de focos detectados são usados para compor a série temporal ao longo dos anos, permitindo assim a análise de tendências nos números de focos para mesmas regiões em períodos de interesse). Mesmo indicando uma fração do número real de focos (e de queimadas e incêndios florestais), por usarem o mesmo método e o mesmo horário de detecção dos focos ao longo dos anos, os resultados desse satélite permitem analisar as tendências espaciais e temporais dos focos. O seu horário de passagem foi estável ao longo dos anos, no final da tarde, mantendo, portanto o mesmo padrão de amostragem temporal, e praticamente isento de falsas detecções devido a reflexos do sol em superfícies terrestres [6].

Devido a grande extensão espacial das áreas tropicais e subtropicais da América do Sul, o sensoriamento remoto por satélites passa a ser a forma de monitoramento mais viável. O INPE desenvolve técnicas para detectar queimadas usando os sensores de vários satélites artificiais. Atualmente, três tipos de sensores são utilizados para a detecção de focos de queimadas na América do Sul: AVHRR, VAS e MODIS. O radiômetro AVHRR é utilizado na série de satélites polares NOAA (NOAA-12, NOAA-15, NOAA-16, NOAA-17, NOAA-18) e tem resolução aproximada de  $1,1\text{ km}$  por  $1,1\text{ km}$ . As informações obtidas pelo INPE a partir dos satélites, são disponibilizadas a cada 3 horas na internet. Oferecendo uma opção para monitoramento de incêndios e queimadas de todas as regiões do Brasil, o que colabora para o combate ao fogo em regiões remotas que não possuem meios intensivos de acompanhamento. Diversos produtos são oferecidos gratuitamente baseados

nas informações obtidas a partir dos satélites, dos quais podemos destacar: Tabelas com quantidade de focos e gráficos mostrando estes dados; Mapas de ocorrências de focos nos últimos dois dias e no mês atual; Emails diários automáticos para focos em Unidade de Conservação; Mapas de risco de fogo para a vegetação; Condições meteorológicas referentes a queimadas [6].

Os satélites de órbita polar, todos os satélites NOAA que estão a  $800km$  de distância da superfície, podem indicar uma frente de fogo com  $30m$  de extensão por  $1m$  de largura, ou maior e produzem pelo menos um conjunto de imagens por dia. O elemento de resolução espacial "pixel" dos satélites polares é de  $1km \times 1km$  ou mais, isso significa que uma queimada de alguns metros quadrados será identificada como uma queimada de  $1km^2$  nestes satélites [6].

A relação foco x queimada não é direta nas imagens fornecidas por satélites. Um foco indica a existência de fogo no pixel, onde pode haver uma ou várias queimadas distintas, mas a indicação será de um único foco. E se uma queimada for muito extensa, ela será detectada em alguns pixels vizinhos, ou seja, vários focos estarão associados a uma única grande queimada. Ainda, é comum uma mesma queimada ser detectada por vários satélites. Por essas razões, não é possível avaliar precisamente a área queimada ou o tipo de vegetação utilizando os dados que são gerados por estes satélites. Entretanto, em casos com muitos pixels de queima juntos, e com a presença de uma nuvem de fumaça grande, pode-se inferir que a queimada terá a dimensão dos pixels de queima detectados [6].

Informações precisas a respeito de queimadas são impossíveis de se obter com o uso dos satélites. Algumas condições impedem ou prejudicam muito a detecção das queimadas, como: frentes de fogo com menos de  $30m$ ; fogo apenas no chão de uma floresta densa, sem afetar a copa das árvores; nuvens cobrindo a região (exceto nuvens de fumaça); queimada de pequena duração, ocorrendo entre as imagens disponíveis; fogo em uma encosta de montanha, enquanto que o satélite só observou o outro lado; imprecisão na localização do foco de queima, que no melhor caso é de cerca de  $1km$ , mas podendo chegar a  $6km$ .

Focos de calor oriundos da análise de dados de satélites têm sido excelentes indicadores de onde, quando e com quais frequências relativas às queimadas estão acontecendo, mas, por si só não são adequados para avaliar incêndios florestais, necessitando de validação como qualquer outro indicador. Encontramos na literatura alguns trabalhos fornecendo métodos (algoritmos) para essa validação [4, 5, 43], bem como trabalhos [8, 44] que fazem uso de tais dados para avaliar padrões ao longo do tempo.

## 4 Metodologia

O tipo de análise multifractal mais simples é baseado no formalismo multifractal padrão da função partição, que foi desenvolvido para a caracterização de medidas normalizadas, estacionárias [22, 34]. Infelizmente, este formalismo padrão não dá resultados corretos para séries temporais não estacionárias que são afetadas por tendências ou que não podem ser normalizadas. Assim, afim de suprir essa falta, desde o início de 1990 um formalismo multifractal melhorado tem sido desenvolvido, o método *wavelet transform modulus maxima (WTMM)* [45, 46], uma aplicação da transformada *wavelet* com funções de bases contínuas. Uma alternativa importante a esse método é o algoritmo *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* [22], que não requer o procedimento *modulus maxima*, e conseqüentemente envolve apenas um pouco mais de esforço em programação do que o convencional *Detrended Fluctuation Analysis (DFA)* [17].

### 4.1 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis

O MF-DFA, introduzido por Kantelhardt et al., 2002 [22] para analisar as propriedades multifractais de séries temporais não estacionárias, é um algoritmo que consiste de cinco etapas. As três primeiras etapas são essencialmente idênticas ao convencional procedimento DFA [17]. Vamos supor que  $x_k$  é uma série de tamanho  $N$  e que esta série é de suporte compacto. O suporte pode ser definido como o conjunto dos índices  $j$  com valores  $x_j = 0$ , ele é compacto se  $x_j = 0$  somente para uma insignificante fração da série, sendo interpretado como não tendo valor para este índice  $j$ . Analisam-se séries temporais como uma estrutura unidimensional com valores atribuídos para cada ponto. Uma vez que a série temporal é gerada por um processo real, ela terá tamanho finito  $N$ , explicitamente deseja-se determinar a multifractalidade de séries finitas, e não o limite quando  $N$  tende a infinito.

Segundo Kantelhardt et al. [22], supondo que  $x_k$  é uma série de tamanho  $N$ ,

Etapa I: Determina-se o "perfil"

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \bar{x}], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4.1)$$

Note que desta definição, temos que  $Y(N) = 0$ . A subtração da média não é obrigatória, uma vez que ela será eliminada mais tarde pelo destendenciamento na terceira etapa.

Etapa II: Divide-se o perfil  $Y(i)$  em  $N_s = \text{int}(N/s)$  segmentos não sobrepostos de igual tamanho  $s$ . Uma vez que o tamanho  $N$  da série frequentemente não é um múltiplo da escala temporal  $s$ , uma pequena parte (menor do que  $s$ ) do final da série  $Y(i)$  pode sobrar. Afim de incorporar esta parte da série, o mesmo procedimento é repetido partindo do final oposto. Obtendo-se completamente  $2N_s$  segmentos.

Etapa III: Calcula-se a tendência local para cada um dos  $2N_s$  segmentos (de determinado tamanho  $s$ , separadamente) por um ajuste de mínimos quadrados das séries. Determina-se então a variância para cada segmento  $v$ ,

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2, \quad v = 1, 2, \dots, N_s \quad (4.2)$$

e

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2, \quad v = N_s + 1, \dots, 2N_s. \quad (4.3)$$

Aqui,  $y_v(i)$  é o ajuste polinomial no segmento  $v$ . Ajuste linear, quadrático, cúbico, ou de ordem polinomial superior pode ser usado no procedimento de ajuste (convencionalmente chamado MF-DFA1, MF-DFA2, MF-DFA3,...). Uma vez que a retirada de tendência da série temporal é executada pela subtração do ajuste polinomial do perfil, diferentes ordens do MF-DFA diferem em suas habilidades de eliminar tendências nas séries. No MF-DFA $_m$  ( $m$ -ésima ordem do MF-DFA) tendências de ordem  $m$  na série  $Y(i)$  (ou, equivalentemente, de ordem  $(m-1)$  na série original) são eliminadas. Assim uma comparação dos resultados para diferentes ordens do MF-DFA permite estimar o tipo de tendência polinomial na série

temporal [47, 48].

Etapa IV: Calcula-se a média sobre todos os segmentos para obter a função de flutuação para a  $q$ -ésima ordem

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (4.4)$$

em que, em geral, a variável  $q$  pode tomar qualquer valor real exceto zero, ou seja, dois casos essencialmente diferentes devem ser distinguidos, (i)  $q \neq 0$  e (ii)  $q \rightarrow 0$ . É importante destacar que, para  $q = 2$ , o procedimento DFA padrão é restabelecido. Estamos interessados em como a função de flutuação generalizada depende da escala temporal  $s$  para diferentes valores de  $q$ . Conseqüentemente, devemos repetir as etapas 2 a 4 para diferentes escalas temporais  $s$ . É evidente que  $F_q(s)$  incrementará com incremento de  $s$ . Naturalmente,  $F_q(s)$  depende da ordem  $m$  do DFA. Por construção,  $F_q(s)$  somente é definido para  $s \geq m + 2$  [22].

Etapa V: Determina-se o comportamento de escala da função de flutuação analisando um gráfico em escala log-log para  $F_q(s)$  versus  $s$  para cada valor de  $q$ . Se as séries  $x_i$  possuem correlações de longo alcance,  $F_q(s)$  incrementa para grandes valores de  $s$ , como uma lei de potência,

$$F_q(s) \sim s^{h(q)}. \quad (4.5)$$

Em geral, o expoente  $h(q)$  pode depender de  $q$ . Para séries temporais estacionárias,  $h(2)$  é idêntico ao bem conhecido expoente de Hurst  $H$  [34]. Assim, chamaremos por expoente de Hurst generalizado a função  $h(q)$  [22].

Para escala muito grande, como  $s > N/4$ ,  $F_q(s)$  torna-se estatisticamente sem confiança porque o número de elementos  $N_s$  para o procedimento na etapa 4 torna-se muito pequeno. Assim, escalas  $s > N/4$  devem ser rejeitadas no procedimento de ajustamento para determinar  $h(q)$ . Além de que, desvios sistemáticos do comportamento de escala na Eq. (4.5), que podem ser corrigidos, ocorre para pequenas escalas,  $s \approx 10$  [9].

O valor de  $h(0)$ , que corresponde ao limite  $h(q)$  para  $q$  tendendo a zero não pode ser determinado diretamente usando o procedimento de média na Eq. (4.4), pois o expoente diverge. Em vez disso, um procedimento de média logarítmico deve ser empregado.

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln[F^2(v, s)] \right\} \sim s^{h(0)}. \quad (4.6)$$

Note que  $h(0)$  não pode ser definido para séries temporais com suporte fractal, onde  $h(q)$  diverge para  $q$  tendendo a zero [9].

Para séries temporais monofractais com suporte compacto,  $h(q)$  é independente de  $q$ , uma vez que o comportamento de escala das variâncias  $F^2(s, v)$  é idêntico para todos os segmentos  $v$ , e o procedimento de média na Eq. (4.4) dará justamente este comportamento de escala idêntico para todos os valores de  $q$ . Somente se pequenas e grandes flutuações escalam diferentemente, haverá uma significativa dependência de  $h(q)$  sobre  $q$ : Se consideramos valores positivos de  $q$ , os segmentos  $v$  com grandes variâncias  $F_s^2(v)$  (isto é, grandes desvios do correspondente ajuste) dominarão a média  $F_q(s)$ . Assim, para valores positivos de  $q$ ,  $h(q)$  descreve o comportamento de escala de segmentos com grandes flutuações. Usualmente as grandes flutuações são caracterizadas por um menor expoente de escala  $h(q)$  para séries multifractais. Pelo contrário, para valores negativos de  $q$ , os segmentos  $v$  com pequena variância  $F_s^2(v)$  dominarão a média  $F_q(s)$ . Consequentemente, para valores negativos de  $q$ ,  $h(q)$  descreve o comportamento de escala de segmentos com pequenas flutuações, que são usualmente caracterizados por um maior expoente de escala [22].

Isto pode ser entendido pelo seguinte argumento: Para a escala máxima  $s = N$  a função de flutuação  $F_q(s)$  é independente de  $q$ , uma vez que a soma na Eq. (4.4) é executada sobre somente dois segmentos idênticos. Para escalas menores  $s \ll N$  o procedimento de média é executado sobre vários segmentos, e o valor médio  $F_q(s)$  pode ser dominado pela  $F^2(s, v)$  dos segmentos com pequenas (grandes) flutuações se  $q < 0$  ( $q > 0$ ). Assim, para  $s \ll N$ ,  $F_q(s)$  com  $q < 0$  pode ser menor do que  $F_q(s)$  com  $q > 0$ , enquanto ambos tornam-se iguais para  $s = N$ . Consequentemente, se assumirmos um comportamento de escala homogêneo de  $F_q(s)$  seguindo Eq. (4.5) a inclinação  $h(q)$  em um gráfico em escala log-log para  $F_q(s)$  versus  $s$ , com  $q < 0$  deve ser maior do que a correspondente inclinação para  $F_q(s)$  com  $q > 0$ . Assim,  $h(q)$  para  $q < 0$  pode ser usualmente maior do que  $h(q)$  para  $q > 0$  [9].

Entretanto, o método MF-DFA pode somente determinar expoentes generalizados de Hurst  $h(q)$  positivos, além disso, ele torna-se impreciso para sinais fortemente anticorrelacionados quando  $h(q)$  está próximo de zero. Em tais casos, uma técnica MF-DFA modificada é usada. O meio mais simples para analisar tais dados é integrar a série temporal antes do procedimento MF-DFA. Consequentemente, substituímos a única soma na Eq. (4.1), que

está descrevendo o perfil dos dados originais  $x_k$ , por uma soma dupla,

$$\tilde{Y}(i) \equiv \sum_{k=1}^i [Y(k) - \langle Y \rangle]. \quad (4.7)$$

Seguindo o procedimento MF-DFA como descrito anteriormente, obtemos a função de flutuação generalizada  $\tilde{F}_q(s)$  descrita por uma lei de escala como na Eq. (4.5), mas com expoentes maiores  $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$ ,

$$\tilde{F}_q(s) \sim s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1}. \quad (4.8)$$

Assim, o comportamento de escala pode ser corretamente determinado igual para  $h(q)$  em que são menores do que zero (mas maiores do que -1) para alguns valores de  $q$ . Notamos que  $\tilde{F}_q(s)/s$  corresponde a  $F_q(s)$  na Eq. (4.5). Se não subtraímos o valor médio em cada etapa da soma na Eq. (4.7), esta soma leva a tendências quadráticas no perfil  $\tilde{Y}(i)$ . Neste caso devemos aplicar pelo menos o MF-DFA de segunda ordem para eliminar esta tendência artificial [22].

Como vimos na Seção 2.2, dois tipos diferentes de multifractalidade em séries temporais podem ser distinguidos. Ambos requerem um conjunto de expoentes de escala para pequenas e grandes flutuações. (i) A multifractalidade de uma série temporal pode ser devido a função densidade de probabilidade geral, e (ii) a multifractalidade também pode ser devido a diferentes correlações de longo alcance para pequenas e grandes flutuações [22].

Para distinguir entre esses dois tipos de multifractalidade, a maneira mais fácil é analisar também a correspondente série aleatoriamente embaralhada. No procedimento de embaralhamento os valores são postos em ordem aleatória e assim todas as correlações são desfeitas. Conseqüentemente a série aleatorizada de multifractais do tipo (ii) exibirão comportamento aleatório simples,  $h_{rand}(q) = 0,5$ , isto é, não multifractalidade de escala. Para multifractais do tipo (i), pelo contrário, a dependência  $h(q)$  original não é alterada,  $h(q) = h_{rand}(q)$ , uma vez que a multifractalidade é devido a densidade de probabilidade, em que não é afetada pelo procedimento de aleatorização. Se ambos tipos de multifractalidade estão presentes na série dada, a série aleatorizada mostrará multifractalidade mais fraca do que a série original e a multifractalidade também pode ser devido a diferentes correlações de longo alcance para pequenas e grandes flutuações [22].

Quando o objetivo é determinar diretamente a magnitude da multifractalidade (ii), que é devido as correlações, podemos comparar a função de flutuação para a série original,  $F_q(s)$ , com o resultado para a correspondente série aleatorizada  $F_q^{rand}(s)$ . Diferenças entre essas duas funções de flutuação indica diretamente a presença de correlações na série original. Essas diferenças podem ser melhor observadas em um gráfico da razão  $F_q(s)/F_q^{rand}(s)$  versus  $s$  [22].

O comportamento de escala da razão é

$$\frac{F_q(s)}{F_q^{rand}(s)} \sim s^{h(q)-h_{rand}(q)} = s^{h_{cor}(q)}. \quad (4.9)$$

Note que  $h(q) = h_{rand}(q) + h_{cor}(q)$ . Se somente multifractalidade do tipo (i) está presente,  $h(q) = h_{rand}(q)$  depende de  $q$  e  $h_{cor}(q) = 0$ . Por outro lado, desvios de  $h_{cor}(q)$  diferentes de zero indicam a presença de correlações, e uma dependência com  $q$  indica multifractalidade tipo (ii). Se somente esta última multifractalidade está presente  $h_{rand}(q) = 0,5$  e  $h(q) = 0,5 + h_{cor}(q)$ . Se ambos os tipos de multifractalidade estão presentes, ambos,  $h_{rand}(q)$  e  $h_{cor}(q)$  dependem de  $q$ .

## 4.2 Medidas multifractais $\tau(q)$ e $f(\alpha)$

Uma descrição multifractal alternativa pode ser obtida considerando a função de partição [22]

$$Z_q(s) \equiv \sum_{v=1}^{N/s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \sim s^{\tau(q)} \quad (4.10)$$

em que  $\tau(q)$  é denominado expoente de escala de Renyi, assim como na metodologia apresentada na seção anterior,  $q$  pode assumir valores positivos e negativos. Note que  $\tau(q)$  é algumas vezes definido com sinal oposto [34].

Assim, obtemos analiticamente uma relação entre os dois conjuntos de expoentes de escala multifractal,

$$\tau(q) = qh(q) - 1. \quad (4.11)$$

E podemos determinar  $\tau(q)$ , o expoente de escala multifractal clássico, a partir de  $h(q)$  definido na Eq. (4.5), no algoritmo MF-DFA. Um registro é dito monofractal (ou auto-afim), quando o expoente de escala Renyi  $\tau(q)$  depende linearmente de  $q$ , caso contrário ele é

dito multifractal.

Uma série multifractal pode também ser caracterizada através do espectro de singularidade  $f(\alpha)$ , que relaciona-se ao expoente  $\tau(q)$  via a transformada de Legendre [34],

$$\alpha = \tau'(q) \quad \text{e} \quad f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \quad (4.12)$$

Aqui,  $\alpha$  é o poder de singularidade ou expoente Holder, enquanto  $f(\alpha)$  denota a dimensão do subconjunto da série que é caracterizado por  $\alpha$ . Usando as Eq. (4.11) e Eq. (4.12), relacionamos diretamente  $\alpha$  e  $f(\alpha)$  a  $h(q)$ ,

$$\alpha = h(q) + qh'(q) \quad \text{e} \quad f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1. \quad (4.13)$$

O expoente  $\alpha$  pode ser entendido como um indicador global da diferenciabilidade local da função. As rápidas mudanças em uma série temporal  $x_k$  são chamadas singularidades e uma caracterização de seu poder é obtido com o expoente  $\alpha$ . Ele mede o grau de irregularidade de  $x_k$  para um ponto  $x_0$ . A monofractalidade é denotada por um único expoente  $\alpha$ , enquanto no caso multifractal, as diferentes partes da estrutura são caracterizadas por diferentes valores de  $\alpha$ , levando a existência do espectro de singularidade  $f(\alpha)$ .

Quando discutimos multifractalidade,  $f(\alpha)$  pode ser entendido como a dimensão fractal da união de regiões com poder de singularidade entre  $\alpha$  e  $\alpha + d\alpha$ . As duas equações na Eq. (4.12) dão a representação paramétrica da curva  $f(\alpha)$ , isto é, a dimensão fractal do suporte de "singularidades" da medida com o expoente  $\alpha$ , que toma valores no intervalo  $[-\infty, \infty]$  e a função  $f(\alpha)$  é usualmente uma única curva com o máximo ocorrendo para  $f'(\alpha) = 0$ . A curva  $f(\alpha)$  caracteriza a medida e é equivalente ao conjunto de expoentes  $\tau(q)$  [34, 49].

A partir das propriedades da transformada de Legendre, é possível ver que funções homogêneas monofractais que envolve singularidades de único expoente  $\alpha$  são caracterizadas por  $\tau(q)$ , como uma função linear de  $q$ . Ao contrário, uma curva não linear  $\tau(q)$  é assinatura de uma função não homogênea que exhibe propriedades multifractais, considerando que o expoente  $\alpha$  é uma quantidade flutuante. A forma curvada exibida pelo espectro de singularidade  $f(\alpha)$  de uma função multifractal caracteriza flutuações com interrupções correspondendo aos valores do expoente  $\alpha$  abrangendo um intervalo total,  $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$  onde  $\alpha_{min}$  e  $\alpha_{max}$  são expoentes Holder da maior e menor singularidade, respectivamente [50].

Afim de caracterizar e comparar o poder de multifractalidade entre séries temporais

usamos como um parâmetro a largura do espectro de singularidade  $f(\alpha)$ , que corresponde a diferença entre os valores máximo e o mínimo de  $\alpha$ ,  $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ . Onde  $qh'(q)$  aproxima-se de zero para  $q$  aproximando-se de  $\pm\infty$ , então  $\Delta\alpha$  é simplesmente dado por  $\Delta\alpha = h(-\infty) - h(\infty)$  [12].

### 4.3 Multifractal Cascade Model

O *Multifractal Cascade Model* [9] é um modelo usual para dados multifractais. No modelo, um registro  $x_i$  de tamanho  $N = 2^{n_{max}}$  é construído recursivamente como segue. Para geração  $n = 0$ , registram-se elementos constantes, isto é,  $x_i = 1$  para todo  $i = 1, \dots, N$ . Na primeira etapa (geração  $n = 1$ ), divide-se a série em duas partes, a primeira metade da série é multiplicada por um fator  $a$  e a segunda metade da série é multiplicada por um fator  $b$ , onde teremos  $x_i = a$  para  $i = 1, \dots, N/2$  e  $x_i = b$  para  $i = N/2 + 1, \dots, N$ . Os parâmetros  $a$  e  $b$  encontram-se entre 0 e 1.

Na segunda etapa (geração  $n = 2$ ), aplicamos o processo da etapa 1 para as duas subséries, produzindo  $x_i = a^2$  para  $i = 1, \dots, N/4$ ,  $x_i = ab$  para  $i = N/4 + 1, \dots, N/2$ ,  $x_i = ba = ab$  para  $i = N/2 + 1, \dots, 3N/4$ , e  $x_i = b^2$  para  $i = 3N/4 + 1, \dots, N$ . De forma geral, na etapa  $n + 1$ , cada subsérie da etapa  $n$  é dividida em duas subséries de igual tamanho, e a primeira metade dos  $x'_i$ s é multiplicada por  $a$  enquanto a segunda metade é multiplicada por  $b$ . A geração final é alcançada quando todas as subséries tem tamanho 1 e não é mais possível dividir. Notamos que o registro final pode ser escrito como  $x_i = a^{n_{max} - n(i-1)} b^{n(i-1)}$ , onde  $n(i)$  é o número de dígitos 1 na representação binária do índice  $i$ , isto é,  $n(13) = 3$ , uma vez que 13 corresponde ao binário 1101.

Para este *multiplicative cascade model*, é possível obter-se uma expressão analítica para  $\tau(q)$  [22, 34], fornecendo

$$\tau(q) = [-\ln(a^q + b^q) + q\ln(a + b)]/\ln 2 \quad (4.14)$$

ou

$$h(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + b^q)}{q\ln(2)} + \frac{\ln(a + b)}{\ln(2)}. \quad (4.15)$$

O expoente de Hurst é definido originalmente no método R/S por  $h(1)$  [40], note que  $h(1) = 1$  para qualquer valor de  $a$  e  $b$ , desta forma o modelo é limitado para este caso.

Afim de generalizar este processo de cascata multifractal tal que algum valor de  $h(1)$  seja possível, pode-se subtrair o deslocamento constante  $\Delta h = \ln(a + b)/\ln(2)$  de  $h(q)$  [12], que corresponde as correlações de longo alcance adicionais incorporadas no *Multifractal Cascade Model*. Com essa modificação o expoente generalizado  $h(q)$  é dado por

$$h(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + b^q)}{q\ln(2)}. \quad (4.16)$$

Uma vez obtido o expoente  $h(q)$  pelo método MF-DFA, determinamos  $a$  e  $b$  pelo melhor ajuste da Eq. (4.16). Então, podemos gerar o simples *Multifractal Cascade Model* com os valores de  $a$  e  $b$  obtidos. Outra maneira para geração destes registros é usando a transformada de Fourier e pode ser vista na referência [9].

Na Seção 4.2 vimos que o poder de multifractalidade pode ser dado por  $\Delta\alpha = h(-\infty) - h(\infty)$ . No *Multifractal Cascade Model*, este parâmetro é dado por  $\Delta\alpha = |\ln b - \ln a|/\ln(2)$ .

Uma vez que os valores assintóticos são  $h(q) \rightarrow -\ln a/\ln(2)$  para  $q \rightarrow \infty$  e  $h(q) \rightarrow -\ln b/\ln(2)$  para  $q \rightarrow -\infty$ . Eles correspondem ao comportamento de escala das flutuações mais e menos intensas, respectivamente.

## 5 Resultados

Aplicamos o algoritmo MF-DFA na série temporal de focos de calor obtida através dos registros do satélite NOAA-12 (Figura 3.1), de tamanho  $N = 3358$ . A descrição detalhada do MF-DFA encontra-se na Seção 4.1, na Figura 5.1 apresentamos um gráfico em escala log-log para flutuação de ordem  $q$  como definido na Eq. (4.5), de onde obtemos a função  $h(q)$ , como coeficiente linear da reta  $\log[Fq(s)]$  versus  $\log(s)$ , para  $q = -10, -6, -2, 2, 6, 10$ , e escala  $s$ ,  $11 \leq s \leq 395$ . Não é aconselhável fazer  $s > N/4$ , neste caso, nosso maior valor de  $s$  encontra-se bem inferior a isso.

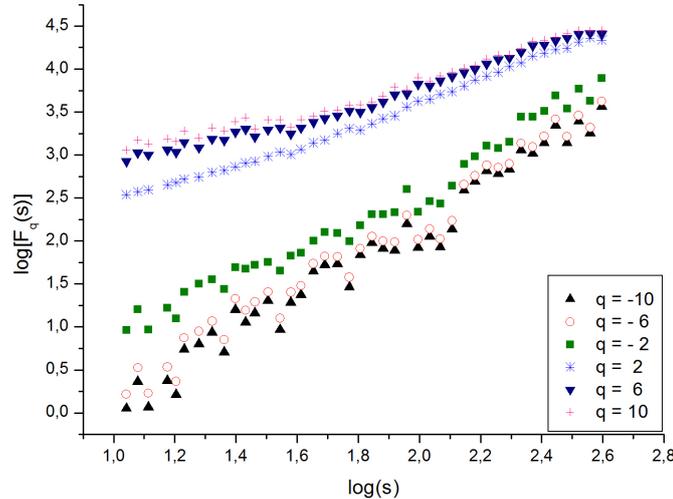


Figura 5.1: Gráfico de  $\log[Fq(s)]$  versus  $\log(s)$ .

O expoente generalizado de Hurst  $h(q)$  diminui com  $q$  (Figura 5.2), em relação a este algoritmo, esta é a principal característica para verificação da existência do comportamento multifractal em uma série temporal. Estudos recentes [51] mostram a existência de correlação de longo alcance persistente para esta série. Existem duas regiões de linearidade,

gerando dois expoentes de escala  $\alpha_1 = 0,83$  e  $\alpha_2 = 1,40$ , obtidos pelo DFA [17], o primeiro indica a persistência ( $0,5 < \alpha < 1$ ) e o segundo ( $\alpha > 1$ ), indica que as correlações existem, contudo, não diminuem seguindo uma lei de potência. A existência desses dois expoentes indica comportamento multifractal na série.

Como vimos na Seção 4.2, outras duas maneiras de verificar presença de multifractalidade, é através das medidas  $\tau(q)$  e  $f(\alpha)$ , que obtemos a partir de  $h(q)$ . Na Figura 5.3 vemos que  $\tau(q)$  depende não linearmente de  $q$ , com isso, podemos dizer que a série é multifractal. E o espectro de singularidade  $f(\alpha)$  (Figura 5.4), obtido para  $-4 \leq q \leq 4$  com variação de 0,25, exibe uma forma curvada com um ponto de máximo, reafirmando a presença de multifractalidade na série em estudo.

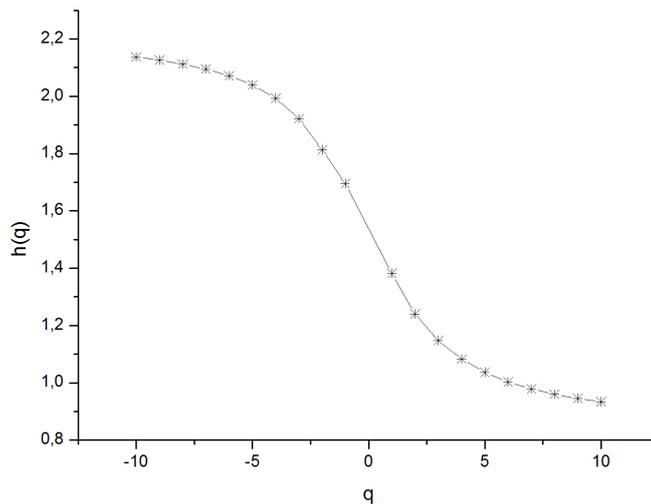


Figura 5.2: Expoente generalizado  $h(q)$ .

Usando os valores de  $h(q)$  obtido pelo MF-DFA e a Eq. (4.16), através de estimação por mínimos quadrados, obtemos um bom ajuste para os parâmetros  $a$  e  $b$ , apresentado na Figura 5.5. Uma vez obtidos esses parâmetros, o *Multifractal Cascade Model* pode ser aplicado, gerando uma nova série, que deve apresentar o mesmo comportamento multifractal da série original a partir da qual se obteve tais parâmetros.

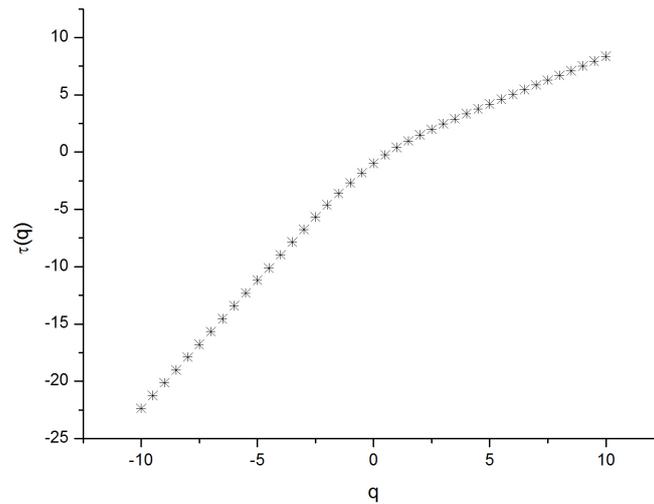


Figura 5.3: Medida multifractal  $\tau(q)$ .

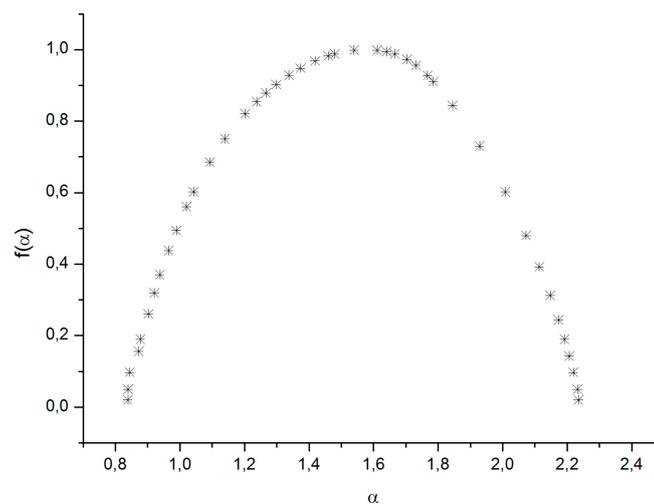


Figura 5.4: Espectro de singularidade  $f(\alpha)$ .

Uma vez concluída a presença do comportamento multifractal na série em estudo, pelos meios de verificação expostos no Capítulo 4, distinguimos o tipo de multifractalidade existente, a partir da aleatorização da série. Aplicando o MF-DFA na série aleatorizada, verificamos que os dois tipos de multifractalidade, tanto devido a função densidade de probabilidade, quanto devido as correlações de longo alcance, estão presentes, ou seja, esta nova série apresenta multifractalidade mais fraca. Além disso, usando a Eq. (4.9), observamos na Figura 5.6, que tanto  $h_{rand}(q)$ , quanto  $h_{cor}(q)$  dependem de  $q$ .

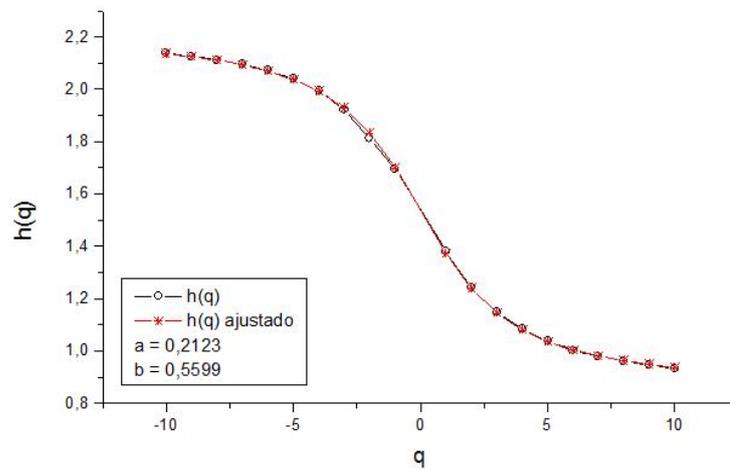


Figura 5.5: Expoente generalizado  $h(q)$  ajustado pelo *Multifractal Cascade Model* segundo a Eq. (4.16).

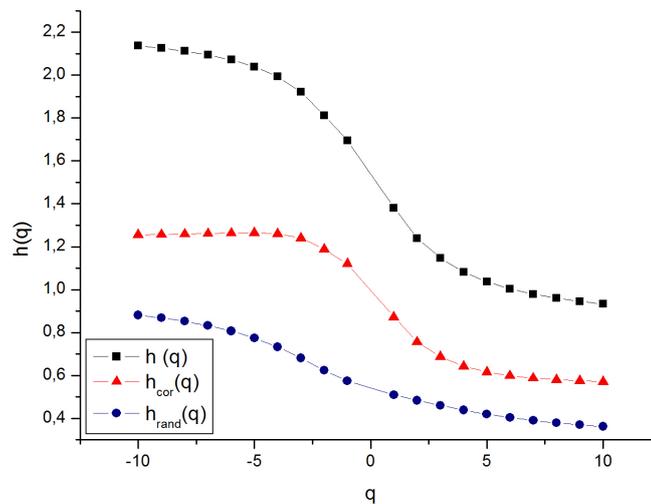


Figura 5.6: Expoente generalizado  $h(q)$  para as séries: original (quadrados pretos), randomizada (círculos azuis) e razão entre original e randomizada (triângulos vermelhos).

Sob uma grande variedade de circunstâncias, os incêndios florestais apresentam uma dependência tipo lei de potência da frequência de ocorrência na área queimada sobre várias ordens de magnitude. Essa frequência para pequenos e médios incêndios podem então ser utilizadas para quantificar o risco de grandes incêndios [52]. Este comportamento sugere a existência de uma simetria em pequenas e grandes escalas, sugerindo

que as flutuações independem das mesmas, como em nosso caso, há presença de comportamento auto similar na série. Evidenciamos na Figura 5.7 a distribuição de frequências para a série de focos de calor no Brasil, bem como um ajuste tipo lei de potência dada por

$$p(x) \sim x^b. \quad (5.1)$$

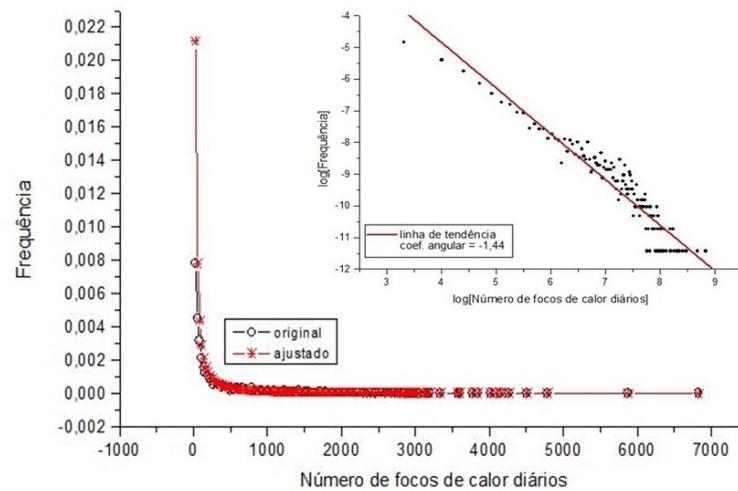


Figura 5.7: Modelo ajustado pela Eq. (5.1), para  $b = -1,44 \pm 0,04$  e distribuição de frequências para a série de focos de calor no Brasil, com inclinação  $-1,44$  para o conjunto de dados em escala logarítmica.

Adicionalmente, observamos o poder de singularidade para a série original,  $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min} = h(-\infty) - h(\infty)$ , tomando  $h(-10) = 2,14$  e  $h(10) = 0,93$ ,  $\Delta\alpha = 2,14 - 0,93 = 1,21$  e para a série randomizada  $h(-10) = 0,88$  e  $h(10) = 0,36$ ,  $\Delta\alpha_{rand} = 0,52$ . Outra alternativa é o  $\Delta\alpha = |\ln b - \ln a| / \ln 2$  fornecido pelo *Multifractal Cascade Model*. Assim, para a série original  $\Delta\alpha = 1,40$  e para a série aleatorizada,  $\Delta\alpha_{rand} = 0,63$ . Portanto, a série original apresenta multifractalidade mais forte que a série aleatorizada.

## 6 Conclusões

Queimadas e incêndios florestais representam desastres naturais, que atingem milhões de hectares de terras, ocasiona grandes perdas na vida das pessoas, causa danos significativos em termos de áreas ardidadas, destruição de espécies únicas da fauna e da flora, além de conseqüências econômicas como a queima da madeira e custos para prevenção e controle do fogo. Além disso, o lançamento de gases e fragmentos liberados durante um incêndio podem ser responsáveis por impactos ambientais, como aumento do efeito estufa e deterioração da camada de ozônio. O uso do fogo é uma prática generalizada na agricultura brasileira, como uma tecnologia agrícola em diversos momentos nos sistemas de produção. Ao contrário dos incêndios, as queimadas agrícolas atingem pequenas áreas, são controladas pelos agricultores e seus danos ambientais são limitados. Uma queimada é um processo de queima de biomassa, que pode ocorrer por razões naturais ou por iniciativa humana. A queima de matéria orgânica produz primariamente água e dióxido de carbono, além destes elementos, também são produzidos monóxido de carbono, óxidos nitrosos, hidrocarbonetos e partículas de aerossóis, os quais são incorporados à atmosfera, sendo a ela misturados e transportados.

No Brasil, a maior ocorrência de queimadas acontece nas regiões amazônica e central nos meses de julho a outubro, durante a estação seca. Desde 1987, O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) desenvolve técnicas de detecção das queimadas usando os sensores de vários satélites. Esta é a forma de monitoramento mais eficiente devido a grande extensão do território brasileiro e existência de regiões remotas sem meios intensivos de acompanhamento. Focos de calor são pixels na imagem de satélite com intensidade infravermelha correspondente a vegetação queimada. O número de focos junto com outras informações providenciadas pelos satélites (longitude, latitude, tipo de vegetação, dias sem chuva) podem ser usados para estimar a área queimada, risco de fogo, e para avaliar a influência de outros fatores ambientais.

Séries de dados gerados por sistemas complexos (um conjunto de elementos interconectados, onde suas propriedades não são consequência natural da visão isolada desses elementos) exibem flutuações de longo alcance da escala temporal e/ou amplas distribui-

ções de valores. As flutuações naturais são frequentemente encontradas seguindo uma relação de escala. O sistema fractal é caracterizado por uma lei de escala, com um expoente fractal, isto é, um expoente não inteiro. Enquanto que o sistema multifractal, é caracterizado por um conjunto infinito de diferentes expoentes fractais. O comportamento de escala fractal (e multifractal) tem sido observado em muitas séries de dados da física experimental, geofísica, medicina, fisiologia, e igualmente ciências sociais. Embora os processos estocásticos geradores deste comportamento observado em dados experimentais, frequentemente não são conhecidos em detalhes, a caracterização fractal ou multifractal pode ser usada para geração de dados artificiais, modelando a série temporal, e deduzindo previsões relativamente a eventos extremos ou comportamento futuro. A principal aplicação, entretanto, ainda é a caracterização de diferentes estados ou fases do sistema complexo baseado no comportamento de escala observado.

Neste trabalho investigamos se a dinâmica temporal dos focos de calor detectados no Brasil possui propriedades multifractais. Analisamos a série temporal de focos de calor detectados no Brasil, durante o período 1998-2007, pelo satélite NOAA-12, aplicando o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)*, desenvolvido para analisar séries temporais não estacionárias. Verificamos a multifractalidade da série em estudo a partir da aplicação do algoritmo MF-DFA (calculamos o expoente de Hurst generalizado), como também usando as medidas  $\tau(q)$  e  $f(\alpha)$  e um ajuste com o *Multifractal Cascade Model*. Os resultados da aplicação do algoritmo MF-DFA mostraram que essa série resulta de um processo multifractal que gera a invariância da série em múltiplas escalas. Adicionalmente, as medidas multifractais  $\tau(q)$  e  $f(\alpha)$  também apontam a existência de comportamento multifractal desta série. Analisando o comportamento das séries aleatorizadas concluímos que a multifractalidade presente na série, é devido tanto a função densidade de probabilidade quanto a correlações de longo alcance. Estes resultados fornecem informações importantes sobre os processos estocásticos geradores deste fenômeno. A propriedade multifractal deve ser incorporada em modelos teóricos e simulações computacionais da dinâmica de queimadas.

Uma pesquisa futura poderá ser desenvolvida para verificar se as propriedades multifractais dos focos de calor dependem do tipo de vegetação ou de fatores globais climáticos como os fenômenos de El Niño e La Niña. Também podemos aplicar o *Multifractal Cascade Model* para gerar séries artificiais e verificar se possuem as propriedades estatísticas encontradas empiricamente. Uma primeira análise consiste na obtenção da distribuição de frequências, a partir disso será possível construir um modelo temporal e espacial que reproduza as características globais observadas.

## Referências

- [1] PYNE, S.; ANDREWS, P.; LAVEN, R. *Introduction to Wildland Fire*. New York: Wiley & Sons, 1996.
- [2] WHELAN, R. *The Ecology of Fire*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [3] CHEN, k.; BAK, P.; JENSEN, M. A deterministic critical forest fire model. *Phys. Lett. A*, v. 149, p. 207–210, 1990.
- [4] LI, Z.; NADON, S.; CIHLER, J. Satellite-based detection of canadian boreal forest fires: development and application of the algorithm. *Int. J. Remote Sensing*, v. 21, p. 3057–3069, 2001.
- [5] VASCONCELLOS, S. d.; BROUN, I. (Ed.). *The use of hot pixels as an indicator of fires in the MAP region: tendencies in recent years in Acre, Brazil*. Florianópolis, Brasil: Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 2007. 4549-4556 p.
- [6] INPE. Disponível em: <<http://www.cptec.inpe.br/queimadas>>.
- [7] DEPPE, F. et al. Comparação de índice de risco de incêndio florestal com focos de calor no estado do Paraná. *Floresta (Curitiba, PR)*, v. 34, 2005.
- [8] ARAGAO, L. et al. Interactions between rainfall, deforestation and fires during recent years in the brazilian Amazônia. *Phil. Trans. R. Soc. B*, v. 363, p. 1779–1785, 2008.
- [9] KANTELHARDT, J. Fractal and multifractal time series. ArXiv:physics.data-an 0804.0747v1. 2008.
- [10] KANTELHARDT, J. W. et al. Multifractality of river runoff and precipitation: Comparison of fluctuation analysis and wavelet methods. *Physica A*, v. 330, p. 240–245, 2003.
- [11] KAVASSERI, R. G.; NAGARAJAN, R. A multifractal description of wind speed records. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 24, p. 165–173, 2004.
- [12] KOSCIELNY-BUNDE, E. et al. Long-term persistence and multifractality of river runoff records: Detrended fluctuation studies. *J. Hydrol*, v. 322, p. 120–137, 2006.
- [13] IVANOV, P. C. et al. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, v. 399, p. 461–465, 1999.
- [14] PENG S. HAVLIN, H. E. S. C.-K.; GOLDBERGER, A. L. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos*, v. 5, p. 82–87, 1995.

- [15] BUNDE, A. et al. Correlated and uncorrelated regions in heart-rate fluctuations during sleep. *Phys. Rev. Lett.*, v. 85, p. 3736–3739, 2000.
- [16] HAUSDORFF, J. M. et al. Altered fractal dynamics of gait: reduced stride interval correlations with aging and Huntington's disease. *J. Appl. Physiology*, v. 82, p. 262–269, 1997.
- [17] PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E*, v. 49, p. 1685–1689, 1994.
- [18] BULDYREV, S. V. et al. Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank Analysis. *Phys. Rev. E*, v. 51, p. 5084–5091, 1995.
- [19] MOVAHED, M. S. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of sunspot time series. ArXiv:physics/0508149v2 [physics.data-an].
- [20] MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. *An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge: Cambridge Univ. Press., 2000.
- [21] VANDEWALLE, N.; AUSLOOS, M.; BOVEROUX, P. The moving averages demystified. *Physica A*, v. 82, p. 170–176, 1999.
- [22] KANTELHARDT, J. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, v. 316, p. 87–114, 2002.
- [23] SCOTT A.C.; GLASSPOOL, I. The diversification of Paleozoic fire systems and fluctuations in atmospheric oxygen concentration. *PNAS*, v. 103, p. 10861–10865, 2006.
- [24] JAMES, S. Hominid use of fire in the lower and middle pleistocene: A review of the evidence. *Current Anthropology*, v. 30, 1989.
- [25] PYNE, S. *World Fire: The Culture of Fire on Earth*. Seattle and London: University Washington Press, 1997.
- [26] MIRANDA, E. E. d. *Queimadas: balanço dos dados de 2003 e comparações com 2002*. Campinas.
- [27] MIRANDA, E. E. d.; MORAES, A.; OSHIRO, O. *Queimadas na Amazônia brasileira em 2005*. Campinas.
- [28] FREITAS, S. et al. Emissões de queimadas em ecossistemas da América do Sul. *Estudos Avançados*, v. 19, p. 167–185, 2005.
- [29] WARD, D. et al. Smoke and fire characteristics for cerrado and deforestation burns in Brazil: BASE- B Experiment. *J. Geophys. Res.*
- [30] ANDREAE, M. Biomass burning: Its history, use and distribution and its impact on environmental quality and global climate. In *Global Biomass Burning: Atmospheric, Climatic and Biospheric Implications*. p. 3–21, 1991. Edited by J.S. Levine, MIT Press, Cambridge, Mass.
- [31] ARTAXO, P. et al. Physical and chemical properties of aerosols in the wet and dry seasons in Rondônia, Amazônia. *J. Geophys. Res.*, v. 107, p. 8081–8095, 2002.

- [32] LAM, L. *Introduction to nonlinear physics*. New York: Springer, 1997.
- [33] VICSEK, T. *Fractal Growth Phenomena*. Singapore: World Scientific, 1992.
- [34] FEDER, J. *Fractals*. New York: Plenum Press, 1988.
- [35] MANDELBROT, B. B. *Multifractals and 1/f noise: wild self-affinity in physics*. Berlin: Springer, 1999.
- [36] LI, M. Fractal time series - A tutorial review. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, 2010.
- [37] LEE, K.; KIM, J.; VIDAKOVIC, B. Regularity of irregularity: Testing for monofractality by multifractal tools. Submetido em janeiro de 2011.
- [38] SEURONT, L. *Fractal and multifractal in ecology and aquatic science*. New York: Taylor & Francis, 2010.
- [39] BOX, G.; JENKINS, G.; REINSEL, G. *Time series analysis: forecasting and controls*. New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- [40] HURST, H. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, v. 116, p. 770–779, 1951.
- [41] BERAN, J. *Statistics for long-memory processes*. New York: Chapman & Hall, 1994.
- [42] RANGARAJAN, G.; DING, M. Integrated approach to the assessment of long-range correlations in time series data. *Phys. Rev. E*, v. 61, p. 4991–5001, 2000.
- [43] FUJIVARA, K.; KUDOH, J. Siberian forest fire detection using NOAA /AVHRR. *Geoscience and Remote Sensing Symposium. IGARSS apos. 01. IEEE 2001 International*, v. 4, p. 1687–1689, 2001.
- [44] CHUNG, Y. S.; KIM, H. S. Satellite monitoring of forest fires and associated smoke plumes occurring in Korea. *Air Quality, Atmosphere & Health*, v. 1, p. 111–118, 2008.
- [45] MUZY, J.; BACRY, E.; ARNEODO, A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data. *Phys. Rev. Lett.*, v. 67, p. 3515–3518, 1991.
- [46] MUZY, J.; BACRY, E.; ARNEODO, A. The multifractal formalism revisited with wavelets. *Int. J. Bifurcat. Chaos*, v. 4, p. 245–302, 1994.
- [47] KANTELHARDT, J. W. et al. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A*, v. 295, p. 441–454, 2001.
- [48] HU, K. et al. Effect of trends on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E*, v. 64, 2009.
- [49] STOSIC, T.; STOSIC, B. Multifractal analysis of human retinal vessels. *IEEE Trans Med Imaging*, v. 25, p. 1101 – 1107, 2006.
- [50] HOSSAIN, K. M.; GHOSH, D.; GHOSH, K. Investigating multifractality of solar irradiance data through wavelet based multifractal spectral analysis. *Journal (SPIE)*, v. 3, p. 83–94, 2009.

[51] SILVA, L. R. da; STOSIC, T.; STOSIC, B. Power law correlations in time series of wild-land and forest fires in Brazil. Aceito no *International Journal of Remote Sensing*.

[52] MALAMUD, B. D.; MOREIN, G.; TURCOTTE, D. L. Forest fires: An example of self-organized critical behavior. *Science*, v. 281, p. 1840–1842, 1998.