

MANOEL RIVELINO GOMES DE OLIVEIRA

***ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COEFICIENTE DE ESCOAMENTO
SUPERFICIAL EM BACIA HIDROGRÁFICA DO AMBIENTE
SEMIÁRIDO***

Recife-PE – Agosto/2012.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

***ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COEFICIENTE DE ESCOAMENTO
SUPERFICIAL EM BACIA HIDROGRÁFICA DO AMBIENTE
SEMIÁRIDO***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Modelagem Estatística e Computacional (com ênfase em Ciências Agrárias);

Orientador: Prof. Dr. José Ramon Barros Cantalice

Co-orientador: Prof. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira

Recife-PE – Agosto/2012.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

ANÁLISE ESTATÍSTICA DO COEFICIENTE DE ESCOAMENTO SUPERFICIAL
EM BACIA HIDROGRAFICA DO AMBIENTE SEMIÁRIDO

MANOEL RIVELINO GOMES DE OLIVEIRA

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Biometria e estatística aplica, como pré-requisito para obtenção do título de mestre, defendida em 27/08/2012 pela Comissão Examinadora, que se segue.

Banca Examinadora:
Presidente:

Prof^o. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^o. Dr. Moacyr Cunha Filho
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^a. Dra. Tatijana Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^o. Dr. Victor Casimiro Piscoya
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dedicatória

Aos meus pais Eraldo e Rosilene, aos meus irmãos Rivaldo e Ronildo, a minha irmã Raiane. A minha namorada Ingridy, a toda minha família e amigos, DEDICO COM MUITO AMOR E CARINHO.

Agradecimentos

- Agradeço em primeiro lugar a **Deus** por mais essa conquista alcançada.
- Aos meus pais, **Eraldo** e **Rosilene**, pela dedicação e amor que sempre tiveram por mim.
- A minha namorada, **Ingridy**, por estar ao meu lado me apoiando com seu amor e carinho.
- Aos meus irmãos **Rivaldo** e **Ronildo** pelo apoio e força que têm me dado ao longo dessa luta.
- A minha irmã, **Raiane**, com seu amor incondicional sempre querendo meu bem.
- A minha tia, **Lindomar**, seu esposo **Lino** e aos meus primos **Geovane** e **Guilherme**, pelo carinho apoio força que me deram ao longo dessa batalha.
- Ao meu orientador, Prof. **José Ramon**, por me dar a oportunidade de trabalhar num projeto tão interessante, pela orientação, disponibilidade e paciência que sempre teve comigo.
- Ao meu co-orientador Prof. **Tiago Espínola**, pela gentileza e disposição em ajudar, e cooperar na realização deste trabalho.
- A professora **Tatijana Stosic**, pelo apoio ajuda e atenção, ao professor **Moacyr Cunha** pelo apoio q sempre me deu quando mais precisava Ao professor **Victor Piscoya** pela amizade, carisma, companheirismo e apoio em todos os momentos. Agradeço também aos três professores citados, por fazerem parte da minha banca e contribuírem de forma significativa para a qualidade da versão final deste trabalho.
- Aos meus colegas, **Andersom**, **Guilherme**, **Samuel**, **Augusto**, **Denis**, **Diego**, **Djalma**, **Josimar**, **Milton**, **Silvio** e **Cintia**, pelo apoio, companheirismo e os bons momentos que compartilhamos e aprendemos juntos.
- Aos amigos, **Lazaro** e **Rodrigo**, pelas ajudas que foram muito pertinentes e é claro pelas risadas que **Rodrigo** nos proporcionava na hora do almoço.
- Ao Secretário **Marco Antônio dos Santos**, pela assistência.
- A **Zuleide** pelo incentivo, alegria, festas e, é claro, pelo cafezinho.
- Aos amigos e professores da Biometria, pela hospitalidade e por me proporcionar conhecimento.

- Aos amigos de Ciência do Solo, **Yuri, Cícero, Leidivam, Prof. Victor Piscoya, Wagner, Michelangelo e Douglas**, pelo companheirismo e ajuda que me deram.
- Ao **Josué**, pelo cafezinho.
- Ao grande amigo **Rodrigo Lins**, por todo o companheirismo, ajuda e força que me deu ao longo desses dois anos de Luta.
- Ao amigo **Fabrizio Barbosa** pelo apoio e ajuda.
- As minhas amigas “irmãs” **Armanda Maria, Lidia Melo, Daphne Gilly e Roberta Benuccy**, pela fraternidade, companheirismo e os vários momentos felizes e divertidos que passamos juntos.
- Aos meus brothers **Rômulo Tenório e Nikolas Cardoso** por todo o apoio e companheirismo em todos os momentos.
- Aos amigos e companheiros de luta, **Fabio Azevedo e Elisangela Rodrigues**, por todo apoio e força que sempre me deram.
- A UFRPE e ao programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada pela oportunidade que me proporcionou de adquirir e aprimorar meus conhecimentos e pela estrutura oferecida para que eu pudesse concluir meu trabalho e obter o título de mestre.
- A **CAPES**, pelo apoio financeiro.

Resumo

O coeficiente de escoamento superficial de uma bacia hidrográfica é um integrador complexo das relações naturais entre o tipo climático, solo e vegetação. Dessa forma, a busca de um ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial (C) da bacia hidrográfica do Jacu à uma função de densidade de probabilidade, assim como aos modelos lineares univariados de séries temporais de Box Jenkins e modelos não-lineares *ARCH* e *GARCH*, permitirão ampliar a capacidade de entender e gerenciar o ecossistema do semiárido. Portanto, esse trabalho objetivou pesquisar por uma distribuição de probabilidade, um modelo de Box Jenkins além dos modelos *ARCH* e *GARCH* para os valores da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu, município de Serra Talhada-PE. Para tal foram utilizados dados de escoamento superficial e precipitação pluviométrica do riacho Jacu coletados em estação automática de registro de nível e vazão. Os valores da série do coeficiente de escoamento superficial e da série das precipitações pluviométricas da bacia hidrográfica do riacho Jacu apresentam um padrão de distribuição na forma de picos simples. Dentre os modelos lineares de Box Jenkins, o melhor modelo para representar adequadamente a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu foi o modelo *ARMA*, eleito através das verificações das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial e pelos valores do *MSE* e *BIC* medidos a partir dos dados históricos do coeficiente de escoamento superficial. Em uma segunda análise, os resultados obtidos também revelam que o modelo *GARCH* ajustado aos resíduos de um modelo *ARMA* é um modelo mais poderoso para representar adequadamente a heteroscedasticidade condicional da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu. Ao analisar o histograma dos dados, também foi verificado que a função de densidade de probabilidade de Maxwell-Boltzmann, uma função exponencial, ajustou-se melhor a série completa do macroestado avaliado, o coeficiente de escoamento superficial (C) do Jacu, representando adequadamente os diversos microestados visitados pelo coeficiente de escoamento (C) em função da variabilidade do sistema “atmosfera-vegetação-solo” semiárido.

Palavras-chave: Modelos de Box & Jenkins, Modelagem de Séries Temporais, Modelos *ARCH* e *GARCH*, Distribuição de Maxwell- Boltzmann, Volatilidade, Vazão Hidrológica.

Abstract

Runoff coefficient of a watershed is a complex integrator of natural relations between climate, soil and vegetation. Thus, the search of runoff coefficient (C) adjustment of Jacu watershed with a probability density function, as well as univariate linear Box Jenkins time series models and nonlinear ARCH and GARCH models will increase the capacity of understanding and management of semiarid ecosystem. Therefore, the aim of this research was to choose a probability distribution function, a Box Jenkins model and ARCH/GARCH models for the coefficient series values of Jacu watershed runoff, situated in Serra Talhada-PE. Thus, it was used runoff and rainfall results of Jacu stream, obtained through the automatic station of rainfall and also discharges. The values of runoff coefficient and rainfall from Jacu watershed showed a standard distribution in the form of simple peaks. Among Box Jenkins linear models the best to rightly represent the coefficient series of Jacu watershed runoff was the ARMA model. It's elected by verifying the autocorrelation, partial autocorrelation functions and the BIC and MSE values measured from the historical data of the runoff coefficient. In a second analysis, the results also shown that GARCH adjusted to residues an ARMA model is a most powerful model to appropriately represent the conditional heteroscedasticity of Jacu watershed runoff coefficient series. By analyzing histogram of data was also verified that the probability density function proposed by Maxwell-Boltzmann, exponential function, adjusted better than others with the complete series of macrostate evaluated, the runoff coefficient (C) of Jacu, representing properly several microstates visited by the runoff coefficient (C) in function of the system variability "atmosphere-vegetation-soil" of semiarid.

Keywords: Models of Box & Jenkins, Modeling of Time Series, Models *ARCH* and *GARCH*, Maxwell-Boltzmann distribution, Volatility, Hydrologic Flow.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: (a) Série de índice financeiro e de crédito. (b) Série de produção de eletricidade na Austrália.	25
Figura 2: Localização da Bacia Hidrográfica do riacho Jacu.	45
Figura 3: Distribuição mensal das chuvas na bacia hidrográfica do riacho Jacu, referente aos anos 2008, 2009, 2010 e 2011.	47
Figura 4: Histogramas do coeficiente de escoamento do Jacu para os anos de 2008 (a), 2009 (b), 2010 (c) e 2011 (d).	49
Figura 5: Padrão do coeficiente de escoamento do riacho Jacu para o período de 2008 a 2011.	49
Figura 6: Observações da série do coeficiente de escoamento do Jacu ao longo do tempo.	52
Figura 7: Histograma da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.	52
Figura 8: Funções de autocorrelações e autocorrelações parciais do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu.	53
Figura 9: Ajuste do modelo AR(1) ao coeficiente do Jacu.	56
Figura 10: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento da bacia hidrográfica do Jacu ajustado a um AR(1).	57
Figura 11: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao AR(1).	58
Figura 12: Ajuste do modelo MA(3) ao coeficiente de escoamento do Jacu.	60
Figura 13: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um MA(3).	61
Figura 14: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao MA(3).	62
Figura 15: Ajuste do modelo ARMA(3,4) ao coeficiente de escoamento do Jacu.	64
Figura 16: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um ARMA(3,4).	65
Figura 17: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao ARMA(3).	66
Figura 18: Série do coeficiente de escoamento superficial do Jacu sem diferenciação e com uma e duas diferenciações.	68
Figura 19: Ajuste do coeficiente de escoamento do Jacu sem diferenciação, com uma e duas diferenciações aos modelos ARMA(3,4), ARIMA(3,1,3) e ARIMA(2,2,2).	69
Figura 20: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um ARIMA(3,1,3).	70
Figura 21: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento da bacia hidrográfica do Jacu ajustado a um ARIMA(2,2,2).	70
Figura 22: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente do Jacu ajustado ao ARIMA(3,1,3).	71
Figura 23: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente do Jacu ajustado ao ARIMA(2,2,2)	72
Figura 24: Função de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo ARMA(3,4).	73
Figura 25: Ajuste do modelo ARCH(1) ao coeficiente de escoamento do Jacu.	74

Figura 26: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um ARCH(1).	75
Figura 27: Função de autocorrelação e teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados para o modelo ARCH(1).	76
Figura 28: Ajuste do modelo GARCH(1,2) ao coeficiente de escoamento do Jacu. .	78
Figura 29: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um GARCH(1,2).	78
Figura 30: Função de autocorrelação e teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados para o modelo GARCH(1,2).	79
Figura 31: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2008.	82
Figura 32: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para o ano de 2008.	82
Figura 33: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2009.	83
Figura 34 Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para o ano de 2008.	83
Figura 35 Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2010.	84
Figura 366: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para o ano de 2010.	84
Figura 37: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2011.	85
Figura 38: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para o ano de 2011.	85
Figura 39: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o período de 2008 a 2011.	86
Figura 40: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para a o período de 2008 a 2011.	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros Físico-Hídricos e morfométricos da bacia hidrográfica semiárida do riacho Jacu.....	44
Tabela 2: Características físicas do horizonte superficial (0-10cm) dos Neossolos e Cambissolos da bacia hidrográfica do riacho Jacu.....	45
Tabela 3: Estatísticas do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu..	50
Tabela 4: Valores do <i>BIC</i> e <i>MSE</i> de modelos $AR(p)$, $p=1, \dots, 8$ ajustados a coeficiente de escoamento do Jacu.....	55
Tabela 5: Ajuste de um modelo $AR(1)$ ao coeficiente do Jacu.....	56
Tabela 6: Valores do <i>BIC</i> e <i>MSE</i> de modelos $MA(q)$, $q = 1, \dots, 9$ ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	59
Tabela 7: Ajuste de um modelo $MA(3)$ ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	60
Tabela 8: Ajuste de um modelo $ARMA(3,4)$ ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	63
Tabela 9: Ajuste de um modelo $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	67
Tabela 10: Ajuste dos modelos $ARMA(3,4)$, $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.....	68
Tabela 11: Valores do <i>BIC</i> de modelos $ARCH(j)$, $j = 1, 2, 3$ ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	74
Tabela 12: Valores do <i>BIC</i> de modelos $GARCH(p,q)$, $p, q = 1, 2, 3$, ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.....	77
Tabela 13: Ajuste do coeficiente de escoamento do Jacu a Função Exponencial e Lei de Potencia no período de 2008 a 2011.....	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

M	Numero de microestados
P	Probabilidade
E_i	Energia
a	Coeficiente da exponencial
B	Coeficiente de decaimento de Exponencial
K_b	Constante de Boltzmann
C	Coeficiente de Escoamento superficial.
S	Entropia.
D_s	Densidade de partícula do solo
D_p	Densidade de partículas solidas
P_t	Porosidade total
θ_m	Umidade gravimétrica
θ_v	Umidade volumétrica
K_s	Condutividade hidráulica
nd	Não determinado
TR	Região de confiança
LM	Levenberg Marquardt
SSE	Soma de quadrado dos erros
R	Software estatístico

LISTA DE SÍMBOLOS

σ Desvio padrão

ε Erro aleatório

Sumário

1. INTRODUÇÃO	15
1.1 Introdução	15
1.2. Objetivo geral	18
1.3. Objetivos Específicos	18
2. REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1. Variáveis Hidrológicas e Funções de Densidade de Probabilidade.....	20
2.2. O coeficiente de Escoamento Superficial (C) de uma bacia hidrográfica e sua Variabilidade.....	22
2.3. Mecânica Estatística e Conceitos da Termodinâmica.....	23
2.4 Séries Temporais	24
2.4.1 Introdução	24
2.4.2 Decomposição	25
2.4.3 Processo Estocástico	26
2.4.4 Estacionaridade	27
2.4.5 Função de Atocorrelação Amostral (FAC)	27
2.4.6 Ruído Branco.....	28
2.4.7 Movimento Browniano.	29
2.4.8 Previsão de Séries Temporais.....	29
2.4.9 Modelos de Previsão.	30
2.4.9.1 Modelo Auto Regressivo (AR).....	30
2.4.9.2 Modelo de Médias Múveis (MA).....	31
2.4.9.3 Modelo Auto Regressivo e de Média Móvel (ARMA)	31
2.4.9.4 Modelo Auto Regressivo Integrado e de Média Móvel (ARIMA).....	32
2.4.9.5 Modelo Sazonal Auto Regressivo Integrado de Média Móvel (SARIMA) ..	34
2.4.10 Modelos não Lineares (ARCH/ GARCH)	35
2.4.10.1 Modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)	35
2.4.10.2 Modelo GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)	37
2.4.12 Modelagem de Séries Temporais.	39
2.4.12.1 Identificação.	39
2.4.12.2 Estimação.....	40
2.4.12.3 Diagnóstico	41
2.4.12.4 Previsão.....	42

2.5. Ajuste a funções de densidade de probabilidade.....	42
3. CARACTERIZAÇÃO DA BACIA HIDROGRÁFICA DO JACU	43
3.1. Área de estudo	43
3.2. Estação automática de coleta de dados	45
3.3. Padrão de distribuição das chuvas e do coeficiente de escoamento superficial (C) da bacia hidrográfica do riacho Jacu	46
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
4.1 Introdução	51
4.2 Análise exploratória	51
4.3 Modelagem e Previsão	53
4.3.1 Ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu aos modelos lineares ou Box-Jenkins	54
4.3.1.1 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo AR (p)	54
4.3.1.2 Ajuste da série ao modelo de Médias Móveis MA(q)	58
4.3.1.3 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo e de Médias Móveis ARMA(p,q).....	62
4.3.1.4 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo Integrado e de Médias Móveis ARIMA (p,d,q).....	66
4.3.1.5 Ajuste da série ao modelo ARCH (p)	73
4.3.1.5 Ajuste da série ao modelo GARCH (p,q)	76
5. AJUSTE DA FUNÇÃO DE PROBABILIDADE A SÉRIE DO COEFICIENTE DE ESCOAMENTO DO JACÚ	80
6. CONCLUSÕES	87
6.1 Conclusões.....	87
6.2 Trabalhos Futuros	89
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

1. INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

O mundo tem enfrentado a décadas problemas relacionados ao uso dos recursos naturais de água e solo (Blanco *et al.*, 2012). Dessa forma varias medidas relacionadas a políticas públicas, isto é, administrativa e científica vem sendo tomada no sentido de melhor gestão dos recursos naturais disponíveis no planeta. Os rios e reservatórios de água em geral são um dos maiores bem da humanidade, por fornecer água para o consumo humano, para irrigações usadas na produção de alimentos, consumo dos animais, uso nas grandes indústrias, fonte de pesca, produção de energia elétrica e ainda como meio de transporte, dentre outras utilidades dos recursos hídricos. Para ter sucesso na gestão dos recursos naturais e, especificamente, dos recursos hídricos é necessário coletas frequentes de dados e estudos interpretativos com o objetivo de conhecer as características das vazões, escoamento e sazonalidade dos rios que ocorrem em função do regime pluviométrico de cada bacia hidrográfica.

A nossa capacidade de entender e gerenciar os ecossistemas do semiárido e suas respostas à pressão antrópica depende do conhecimento das relações naturais entre o tipo climático, a vegetação e os solos nesse ambiente. Dessa forma, o estudo da distribuição de probabilidade dos valores do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu permitirá o conhecimento do comportamento da propagação das precipitações pluviométrica nessa bacia hidrográfica semiárida, ou seja, como ocorre e qual o padrão de distribuição dessas vazões no tempo e, ao mesmo instante, que estamos investigando a influência dos solos “pobres” do semiárido, o que implica em menor profundidade e, portanto causando rebatimento no coeficiente de escoamento superficial da referida bacia.

Neste sentido varios fenômenos naturais relacionados ao semiárido podem ser explicados através de dados organozados sequencialmente no tempo, essa sequência de dados discreta ou continua ordenada sobre um indice cronológico, geralmente o tempo é chamada de séries temporais.

O objetivo de modelar séries temporais está associado ao entendimento destas séries, isto é, entender o seu padrão de comportamento, descrição e prever estes fenômenos naturais.

Quando se trata de fenômenos climáticos, o pesquisador pode ter interesse em antecipar fenômenos críticos, como por exemplo, alguma catástrofe baseado em informações recorrentes de históricos passados do clima de determinada região. Os exemplos citados podem ser caracterizados através de uma série temporal (Silva, 2011).

As investigações acerca do comportamento de séries temporais no intuito de se fazer previsões de fenômenos climáticos melhorou consideravelmente no decorrer dos anos. A utilização de técnicas estatísticas associadas a recursos computacionais cada vez mais sofisticados, tem obtidos resultados mais precisos e em intervalos de tempo otimizado.

Muitas técnicas surgiram e as existentes foram melhoradas ao longo dos anos, todas com mesmo objetivo de selecionar melhores modelos para análise e previsão dos fenômenos naturais estudados em várias regiões do planeta, inclusive na semiárida. Existem diversas maneiras de saber qual modelo se ajusta melhor a determinados fenômenos naturais, para sua melhor previsão. Entre elas temos o erro de previsão, erro quadrático médio (MSE), erro percentual absoluto médio (MAPE), Critério de Informação de Akaike (*AIC*) e Critério de Informação Bayesiana (*BIC*).

A abordagem de Box-Jenkins tem ganhado posição de destaque entre as técnicas mencionadas no parágrafo anterior para a previsão de séries temporais. Trata-se portanto de uma metodologia que consiste em ajustar modelos *ARIMA* e suas variações. Os modelos *ARIMA* são utilizados na modelagem de séries que apresentam comportamento seguindo um processo ruído branco, com média zero e variância constante. Entretanto, uma parcela bastante considerável das séries de fenômenos naturais apresentam heteroscedasticidade condicional (variabilidade), isto é, modelos não-lineares em relação a variância.

A literatura disponibiliza uma grande variedade de modelos não-lineares existente. Porém, nesta dissertação se concentra apenas na classe de modelos *ARCH* (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) e *GARCH* (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), introduzida por Engle (1982).

Existe uma vasta variedade de modelos não-lineares para previsão de séries temporais, no entanto um tem se destacado ao longo dos anos como uma alternativa bastante eficaz para o problema de previsão de séries temporais. Esta alternativa se trata de Redes Neurais Artificiais (RNA's) (Vlachogianni *et al.*, 2011), desenvolvida a partir de Inteligencia Artificial que tem funcionamento similar ao cérebro humano.

Neste trabalho o principal objetivo será ajustar um modelo *ARIMA* que são os modelos lineares, ou um modelo da família *ARCH* ou *GARCH* (Box *et al.*, 1994), que são os modelos não-lineares ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Como o fenômeno em estudo se trata de uma variável climática numa região semiárida, frequentemente essas variáveis tem variações. Comumente estas variações tem comportamento condicional, isto é, a variação de hoje depende da variação de ontem e assim sucessivamente, melhor dizendo, possuem variabilidade.

Sendo provada a existência de variabilidade na série temporal do fenômeno que está sendo estudado, o melhor caminho para uma investigação mais confiável no que diz respeito a análises e previsão de tal fenômeno é buscar um bom ajuste aos modelos não-lineares *ARCH*, *GARCH*. O bom desempenho na previsão de uma série temporal depende de um método preditivo com melhor acurácia possível, que geralmente é medido pelo seu erro de previsão. A literatura disponibiliza uma vasta gama de medidas de erro de previsão como o erro quadrático médio (*MSE*) e o erro percentual médio absoluto (*MAPE*) entre outros, porém não existe um critério universal para identificar o melhor desempenho de previsão.

Portanto devido à importante influência do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu naquela região semiárida, estamos interessados então em modelar seus valores e determinar seus valores futuros através de previsões. O coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é caracterizado por ciclos ou sazonalidade que se repete a cada ano, geralmente no primeiro semestre, em função da precipitação. Esta precipitação é considerada como um fator determinante ou principal elemento para explicar o comportamento do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu.

O estudo do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é motivado pelo interesse em seu comportamento efetivo, assim como na previsão de grandes enchentes ou evento extremo. Por isso a importância de se modelar e prever este coeficiente de escoamento superficial. Enfim o objetivo da presente dissertação é apresentar uma metodologia de modelagem e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu, com o intuito de não só modelar e prever o coeficiente, mais também de verificar a existência de fatores influentes na série, como por exemplo, heteroscedasticidade condicional.

1.2. Objetivo geral

- O objetivo deste trabalho é investigar os dados colhidos da bacia hidrográfica bacia hidrográfica do riacho Jacu com o intuito principal da geração de uma modelagem estatística das séries temporais observadas.

1.3. Objetivos Específicos

- Levantar os dados do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu no município de Serra Talhada no semiárido de Pernambuco;
- Estudar o padrão de distribuição das chuvas e do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu;
- Buscar uma modelagem linear com os modelos de Box Jenkins para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.
- Buscar modelagem não-linear através dos modelos ARCH e GARCH para o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.
- Buscar funções de densidade de probabilidade que se ajustem aos dados do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu;

- Avaliar a aplicabilidade da distribuição de Maxwell-Boltzmann ao padrão de variabilidade do coeficiente de escoamento superficial de uma bacia do ambiente semiárido.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Variáveis Hidrológicas e Funções de Densidade de Probabilidade

A gestão racional das atividades humanas nos cursos de água e em seu entorno exige informações sobre os tempos de ocorrência de eventos de escoamento superficial. Em caso de um curto período de tempo para uma atividade desejada (ou seja, de horas ou dias) a informação pode ser fornecida como uma previsão (a lista de descargas que ocorrem em determinado momento futuro). No entanto, em casos de longos períodos, a informação deve ser fornecida como uma previsão estatística (uma lista de descargas que podem ocorrer em tempos futuros com suas probabilidades de ocorrência associadas). Métodos de previsão para a magnitude dos eventos são amplamente discutidos na literatura científica (ZVI e AZMON, 1998).

O comportamento de determinadas variáveis hidrológicas, como vazão de rios, tem sido há muito tempo objeto de estudo (Sriwongsitanon e Taesombat, 2011). A importância de tais variáveis tem despertado grande interesse na interpretação, simulação e previsão das mesmas. O escoamento superficial de bacias hidrográficas, de modo geral, especialmente, os fluxos máximos e mínimos apresentam grande interesse de ordem técnica por sua utilização em projetos de obras hidráulicas.

Uma das ferramentas que possibilita conhecer o comportamento do escoamento superficial em uma dada frequência de ocorrência é a análise de frequência hidrológica, que consiste em analisar estatisticamente os dados coletados na bacia, para a qual se vai fazer o estudo. De acordo com Ponce (1989) as variáveis hidrológicas seguem algum tipo de distribuição teórica de probabilidade, com isso, demonstra-se que os dados observados no passado de uma dada variável hidrológica seguem alguma distribuição teórica de probabilidade.

As condições climáticas na área de estudo desempenha um importante papel na definição da resposta hidráulica das bacias hidrográficas existentes região na região semiárida.

A vazão (escoamento) de uma área representa o resultado integrado de diferentes fatores geológicos, hidrológicos e meteorológicos dentro de uma bacia hidrográfica (Ko e Cheng, 2004). O fator mais importante afetando o comportamento hidráulico das bacias semiáridas é a precipitação. Seus períodos de duração, intensidade, distribuição e retorno são os mais influentes. Este padrão de clima pode ser descrito por considerar as diferentes massas de ar que afetam a distribuição da precipitação (SUBYANE, 2009).

A análise das distribuições de frequência de vazões máximas e mínimas demanda o uso de distribuições estatísticas de probabilidade. Um dos problemas no uso de qualquer procedimento estatístico aplicado a dados hidrológicos está segundo Silva e Assad (1998), na estimação dos parâmetros dessas distribuições.

A diferença entre a quantidade de água precipitada e infiltrada no solo durante uma chuva determina o coeficiente de escoamento superficial de uma área e, assim, determinam os volumes de escoamento superficial e as taxas de erosão.

A infiltração é um processo dinâmico que não depende apenas das condições iniciais do solo como a porosidade, grau de cobertura, umidade antecedente e umidade dos horizontes. Depende também de processos dinâmicos de formação e ocorrência das chuvas, a formação ou reformação de selamento superficial pelo impacto das gotas da chuva na superfície do solo (Baumhardt *et al.*, 1991), e a redução do gradiente de potencial da água no perfil do solo causado pelo avanço da frente de molhamento ¹ (Chow *et al.*, 1988). Para Yang (2008) existe uma tendência de aumento das inundações com a diminuição da cobertura vegetal.

A análise de frequência de vazões extremas é dificultada, em muitos casos, pelo curto período de tempo dos registros disponíveis. Nessas condições, o pesquisador deve procurar estimadores menos sujeitos a variações amostrais. Para isso Damazio e Costa (1991) sugerem a utilização da teoria dos momentos ponderados por probabilidade (MPP), segundo eles, o sucesso desses estudos depende da distribuição adotada e do método usado para estimar os seus parâmetros, sendo MPP uma alternativa eficiente.

¹ Frente de molhamento é uma pequena região do solo na qual o gradiente de conteúdo de água sofre uma variação bastante abrupta que representa o limite visível da penetração da água.

Observações sobre os eventos de escoamento superficial em zonas áridas e semiáridas indicam que os seus tempos de ocorrência são desproporcionalmente distribuídos ao longo do ano (ZVI e AZMON, 1998).

Ocorrência de eventos de escoamento nos cursos de água depende das condições fisiográficas e meteorológicas da bacia e alen disso a umidade de bacias hidrográficas depende da distribuição do tempo de precipitação e evapotranspiração (ZVI e AZMON, 1998).

2.2. O coeficiente de Escoamento Superficial (C) de uma bacia hidrográfica e sua Variabilidade.

O coeficiente de escoamento superficial que expressa a fração escoada do total da precipitação pluviométrica, pode ser interpretado como um pico de fluxo adimensional por unidade de área por unidade de intensidade de chuva, e é relacionado as abstrações hidrológicas e as propriedades de difusão da bacia hidrográfica (Ponce, 1989), incluindo condições do tipo de solo, condições de umidade antecedente, intensidade da chuva, proximidade do lençol freático, grau de compactação do solo, vegetação, declive da área e depressões de armazenamento de água (Chow *et al.*, 1988). Dessa forma, o coeficiente de escoamento superficial das bacias semiáridas expressam a variação temporal do escoamento superficial produzido em interação com as abstrações hidrológicas, tais como, a taxa de infiltração e a retenção da água pelo solo de pedogenese incipiente, sob variação temporal da cobertura vegetal.

A conhecida variabilidade do escoamento superficial nas bacias hidrográficas semiáridas advindas da variação temporal das chuvas e de sua concentração em um terço do ano, e da resposta hidrológica que depende da interação da intensidade da chuva com os solos pouco evoluídos, ou seja, pode-se fazer uma analogia, sendo a variabilidade dos eventos hidrológicos do ambiente semiárido interpretada como a entropia (**S**) do sistema atmosfera, vegetação e solo do ambiente semiárido; a entropia (**S**) de um sistema de acordo com Agarwal e Eisner (2005) expressa o grau de desordem do sistema, sendo uma medida de energia do sistema não disponível para trabalho, portanto, a entropia no sistema atmosfera, vegetação e solo do ambiente semiárido relaciona-se a sua variabilidade.

2.3. Mecânica Estatística e Conceitos da Termodinâmica.

Na mecânica estatística um **microestado** é uma específica configuração de um sistema termodinâmico (bacia hidrográfica do riacho Jacu) pode ocupar com certa probabilidade no curso de suas flutuações térmicas, enquanto em contraste, o macroestado de um sistema refere-se às propriedades macroscópicas, como as suas temperatura e pressão (Agarwal e Eisner, 2005).

Ainda, para Agarwal e Eisner (2005), um **macroestado** é caracterizado por uma distribuição de probabilidade de possíveis estados de certo arranjo estatístico de todos os microestados, e essa distribuição descreve a probabilidade de se encontrar o sistema em uma certa configuração dos seus microestados. A mecânica estatística relaciona às propriedades termodinâmicas de um sistema a distribuição estatística de um arranjo de microestados. Todas as propriedades termodinâmicas de um sistema podem ser calculadas de uma função parcial que soma a energia de todos os seus microestados.

Schwabl (2006) define que em qualquer momento um sistema está distribuído através de um arranjo **M** de **N** microestados, cada um deles denominados de **i**, e tendo a probabilidade de ocupação **P_i**, e uma energia **E_i**.

A distribuição estatística de Maxwell-Boltzmann $P(x)$ descreve os possíveis microestados (**M**) de um sistema de forma exponencial:

$$P(x) = a e^{-Bx}$$

ou

$$N M = a e^{-Bx}$$

em que **a** é uma constante de proporcionalidade e **B** um expoente de decaimento. A fórmula de Boltzmann permite relacionar a distribuição estatística dos microestados (**M**) de um sistema com sua entropia (**S**) por meio da constante de Boltzmann:

$$S = K_b \log P(x)$$

em que **S** é a entropia (desordem do sistema), K_b a constante de Boltzmann e $P(x)$ a função de densidade de probabilidade dos microestados.

2.4 Séries Temporais

Neste capítulo será feita uma descrição sucinta sobre séries temporais que é uma área de grande utilidade e aplicação em diversos ramos da ciência e do conhecimento. Este capítulo tem como objetivo apresentar uma introdução e apresentar as definições básicas relacionadas ao assunto, assim como apresenta referências de qualidade para os leitores mais interessados em se aprofundar no assunto, tais como (Andel, 1982; Anderson, 1975; Box e Jenkins, 1976; Box *et al.*, 1994).

2.4.1 Introdução

Uma série temporal é um conjunto de observações feitas sequencialmente no tempo, entretanto parâmetros temporais podem ser substituídos por qualquer variável como espaço profundidade etc (Pereira, 1984). Para Milone e Angelini (1995) chama-se série temporal a todo o conjunto que segue uma ordenação cronológica.

O estudo de séries temporais se baseia no comportamento dos dados no passado e presente, para que estes esclareçam características de prováveis variações futuras. Depois que um bom modelo é encontrado e ajustado aos dados, o pesquisador tem como objetivo prever valores, ou gerar simulações para orientar as decisões de planejamento (Cowpertwait e Metcalfe, 2008).

De acordo com Cowpertwait e Metcalfe (2008) uma série temporal é uma variável medida sequencialmente em um intervalo de tempo mais ou menos fixo, conhecido como intervalo de amostragem. Para Pereira (1984) dependendo da natureza do número de observações da série (T) e da variável observada ou fenômeno (Y) uma série temporal univariada pode ser

Discreta, quando T é um conjunto finito de pontos,

$$Z_t = \{z_t \in \mathbb{R} | t = 1, 2, 3, \dots, T\}$$

Contínua, quando T é um intervalo finito,

$$Z_t = \{z_t \in \mathbb{R} | 1 < t < T\}$$

onde T é o total de observações e Z_t é a variável observada em um índice de tempo t .

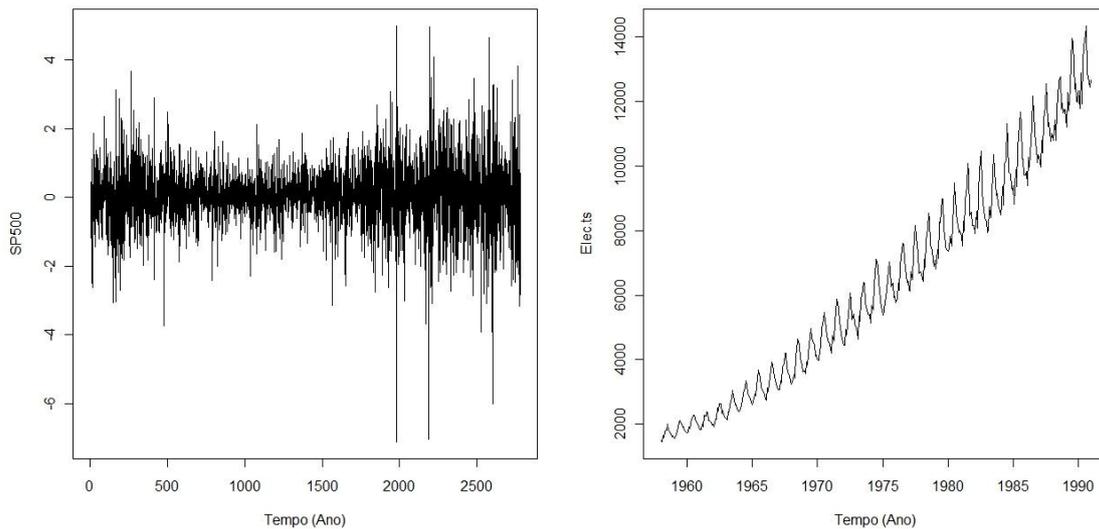


Figura 1: (a) Série de índice financeiro e de crédito. (b) Série de produção de eletricidade na Austrália.

Sendo t um índice cronológico, comumente o tempo, e T o número total de observações. Tal sequência pode ser definida em instantes de tempo discreto (enumerável) ou contínua (não enumerável) Silva (2011). Na Figura 1 é mostrado dois exemplos de séries temporais, a figura 1(a) mostra uma série temporal de índice financeiro e de crédito S&P500 das empresas McGraw-Hill e na figura 1(b) mostra uma série temporal da produção de eletricidade na Austrália. Modelos de séries temporais são úteis quando o interesse recai na modelagem e na previsão de dados coletados ao longo do tempo (Neto e Frery, 2011).

2.4.2 Decomposição

Métodos tradicionais de análise séries temporais tratam principalmente da decomposição da série em tendência, variação sazonal, ciclos e outras flutuações (Pereira, 1984) esta é uma abordagem clássica para extrair a tendência e obter sazonalidade pela média das observações (Kleiber e Zeileis, 2008). Os diferentes tipos de variações que se procura analisar são:

Tendência: indica a direção geral dos valores estudados. Este componente tem como característica um comportamento constante, crescente ou decrescente observados em longos períodos de tempo. Para Makridakis et al. (1998) um padrão de tendência existe quando há um aumento ou diminuição do valor médio dos dados a longo prazo.

Sazonal: Muitas séries temporais envolve dados que exibem ciclos sazonais, em particular aplicações que envolve dados meteorológicos (Crawley, 2007). Este tipo de variação é periódica (diária, semanal, anual, etc.), como medidas de temperatura que exibem uma variação sazonal periódica, abaixando durante o inverno e aumentando no verão (Pereira, 1994).

Ciclos: Este tipo de variação desconsidera os efeitos sazonais, levando em consideração variações de período fixo ou não fixo, dependendo da série analisada. Por exemplo variações de temperatura ao longo do dia (fixo) ou vazões de rios (não fixo).

Variações Irregulares: Após remover a tendência, a sazonalidade e ciclos a série fica reduzida a uma série de resíduo livre de qualquer variação regular (pereira, 1984). Para Tubino (2000) variações irregulares são alterações irregulares ocorridas devido a fatores extremos, como greves ou catástrofes climáticas, que não podem ser previstos e, portanto, incluídos no modelo.

2.4.3 Processo Estocástico

De acordo com Pereira (1984) um processo estocástico é uma família $\{Y(t), t \in T\}$, tal que para cada $t \in T$, $Y(t)$ é uma variável aleatória, onde T é arbitrário. Nestas condições, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatória (v.a.), definida num mesmo espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{F}, P) , onde Ω é o espaço amostral associado ao experimento aleatório, \mathcal{F} é uma σ -álgebra composta por uma classe de subconjuntos de Ω , e P é uma função de probabilidade definida na σ -álgebra de subconjuntos de Ω (Magalhães, 2006). A suposição de estacionaridade é pré-requisito para a análise com modelos lineares.

2.4.4 Estacionaridade

De acordo com Makridakis et al. (1998) se um processo estocástico permanecer invariável no decorrer do tempo, e os dados flutuam em torno de uma média constante, diz-se que o processo é estacionário. Para Gujarati (2004) a suposição fraca de estacionaridade significa que sua média e variância são constantes ao longo do tempo. Uma condição de estacionaridade (Shumway e Stoffer., 2005), é que todos os momentos estatísticos devem ser constantes. Em uma série temporal que satisfaz a suposição de estacionaridade, a covariância só depende da distância $t = t_2 - t_1$ (Pereira, 1984).

Então sendo Z_t uma série temporal a covariância entre Z_t e Z_{t+k} depende apenas do atraso (*lag*) K_0 . (Box et al., 1994). Então a média, variância e covariância de uma série temporal Z_t é dada por

$$E(Z_t) = \mu$$

$$Var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$Cov(Z_t) = (Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)$$

ou seja, estes parâmetros são constantes para qualquer t

De acordo com Pereira (1984) o processo estocástico $\{Y(t), t \in T\}$ nas condições acima é dito fracamente estacionário ou estacionário de 2ª ordem.

A definição de estacionariedade mais geral envolve momentos de todas as ordens (MORETTIN, 2004).

2.4.5 Função de Autocorrelação Amostral (FAC)

De acordo com Ko e Cheng (2004) a função de autocorrelação mede a correlação entre mesma variável em uma série temporal. Para Box e Jenkins (1976) autocorrelação é a correlação existente entre dois valores da mesma variável nos instantes X_t e X_{t+k} . Onde K é chamado de atraso (*lag*). A correlação de uma série com seus próprios valores defasados é chamada de autocorrelação ou correlação serial. (STOCK e WATSON, 2004).

O coeficiente de autocorrelação amostral é definido como (SILVA, 2011)

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum (Z_t - \bar{Z})^2}$$

onde r_k é a função de autocorrelação amostral no lag K e c_k a covariância amostral e c_0 a variância amostral. A função de autocorrelação (*Autocorrelation Function*– ACF) é usada para identificar a ordem de um modelo autoregressivo e o seu gráfico tem o nome de correlograma amostral.

2.4.6 Ruído Branco

O termo erro é chama de “ruído branco” se ele possuir média zero e variância σ^2 constante, e é não autocorrelacionado

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_t] &= 0 \\ var[\varepsilon_t] &= \sigma_\varepsilon^2 \quad \forall t \\ E[\varepsilon_t \varepsilon_{t+k}] &= 0 \quad \forall k \end{aligned}$$

onde ε_t é um ruído branco com média zero e variância σ_ε^2 .

Ao definir-se um modelo de regressão, é conveniente assumir que o erro seja um ruído branco (Bryson e Ho, 1975). Para Stengel (1986) a inclusão de uma “perturbação” aleatória ou erro com propriedades probabilísticas bem definidas no modelo de regressão é necessária na análise de regressão por levar em consideração possíveis erros de medida da variável dependente ou da variável a ser explicada.

Um ruído branco tem equação definida como (MORETTIN, 2004)

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

onde ε_t é independente e identicamente distribuído (*i.i.d*) com média zero e variância σ^2 .

De acordo com Sáfadi e Morettin (2000) um bom ajuste nos modelos requer técnicas em que a estrutura residual seja um ruído branco, ou seja, que o erro seja uma variável aleatória independente e identicamente distribuída de média zero e variância σ^2 .

2.4.7 Movimento Browniano.

Movimento Browniano é definido como um processo contínuo $W = \{W(t), t \geq 0\}$ ou processo gaussiano com $E(W(t)) = 0$ e $Var(W(t)) = t$, $t \geq 0$ (Morettin., 2004), tal que:

- a) $W(0) = 0$;
- b) para quaisquer instantes $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_k \leq 1$ e as v.a. $W(t_2) - W(t_1)$, $W(t_3) - W(t_2), \dots, W(t_k) - W(t_{k-1})$ são independentes;
- c) para quaisquer s, t e τ não negativos, as v.a. $W(t) - W(s)$ e $W(t + \tau) - W(s + \tau)$ têm a mesma distribuição;
- d) para $t > 0$, $W(t) \sim N(0, t)$;
- e) as trajetórias de $W(t)$ são contínuas com probabilidade um.

onde t é um instante de tempo τ é um conjunto arbitrário e $\{s \in \mathbb{R} | s \geq 0\}$

2.4.8 Previsão de Séries Temporais.

Um objetivo possível da modelagem é a utilização do modelo em previsão (Periera, 1984). Uma previsão com a qualidade desejada dependerá da metodologia adotada no estudo e da flexibilidade dos dados do fenômeno pesquisado.

A incerteza de um valor futuro pode ser completamente caracterizada pela sua distribuição de probabilidade condicional (Cryer e Chan, 2008). No entanto, ao se realizar uma previsão busca-se minimizar seu erro, no intuito de otimizar os resultados do problema pesquisado. Como mencionado por Abraham e Ledolter (1981) é importante identificar corretamente o modelo, já que cada parâmetro desnecessário no modelo, aumenta a variância da previsão.

De acordo com Chatfield (2004) os métodos para a realização de previsão podem ser divididos em três partes:

Método Subjetivo: São previsões feitas de forma intuitiva com base em conhecimentos anteriores do especialista adquirido com experiências ao longo do tempo do fenômeno pesquisado.

Uma combinação da previsão subjetiva com algum modelo de previsão proporciona uma melhora substancial no erro de previsão (Pereira, Coqueiro e Perrota, 1983).

Método Univariado: A maioria dos métodos de previsão de séries temporais conhecido na literatura se utiliza deste método. Para Ehlers (2009) este método decompõe uma série temporal em componentes de fácil interpretação. Este método compreende as previsões de alisamento Exponencial, Holt e Holt-Winters. Dentre outras se destinam respectivamente a séries que possuem apenas nível, que possuem nível e tendência, e que possuem nível, tendência e sazonalidade (Neto e Frery, 2011).

Método Multivariado: Este método tem grande utilidade em previsão de séries temporais cuja variável em estudo depende de mais de uma série temporal para elucidar possíveis características da mesma.

Na próxima seção será feita uma sucinta abordagem descritiva dos principais modelos encontrados na literatura, como os modelos lineares ou modelos de previsão de Box e Jenkins, e os modelos não lineares como o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) e o modelo GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*).

2.4.9 Modelos de Previsão.

A previsão demanda a utilização de métodos quantitativos a qual será feita através de vários modelos de regressão. O emprego de cada modelo depende basicamente do comportamento da série temporal que se deseja analisar (Pellegrini e Fogliatto, 2001).

2.4.9.1 Modelo Auto Regressivo (AR).

Segundo Morettin (2004) uma variável X_t segue um processo auto regressivo $\{X_t, t \in Z\}$ de ordem p escrito como $X_t \sim AR(p)$ se tiver equação dada por

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t,$$

onde ϕ_i , com $i=1,2,\dots,p$ são parâmetros reais ou coeficientes auto regressivo e $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Segundo Stengel (1986), a média de um $AR(p)$ é dada pelo valor estimado $E(X_t)$:

$$E(X_t) = \frac{\phi_0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} = \mu$$

Se o processo é estacionário a média é constante.

2.4.9.2 Modelo de Médias Moveis (MA)

De acordo com Morettin (2004) uma variável X_t que segue um processo de médias móveis $\{X_t, t \in Z\}$ de ordem q denotado por $MA(q)$ é modelado por:

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Utilizando o fato que $\tilde{X}_t = X_t - \mu$ é possível ter

$$\tilde{X}_t = X_t - \mu = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

onde μ, θ_i com $i=1,2,\dots,q$ são constantes reais $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Logo

$$E(X_t) = \mu$$

e

$$\sigma^2 = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2).$$

θ_i são os coeficientes de média móvel que descrevem como um valor corrente X_t relaciona-se com os valores passados $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-q}$.

2.4.9.3 Modelo Auto Regressivo e de Média Móvel (ARMA)

De acordo com Cowpertwait e Metcalfe (2008) um modelo útil é obtido quando os termos $AR(p)$ e $MA(q)$ são adicionados em uma única expressão. Desta forma é possível que a inclusão de termos autorregressivos e médias moveis em um único modelo, reduza o número de parâmetros implicando em um modelo mais parcimonioso.

Uma série temporal X_t segue um processo auto regressivo e de média móvel (*ARMA*) de ordem (p,q) denotado por *ARMA* (p,q) quando

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

onde ε_t é um ruído branco.

Segundo Morettin (2004) os seguintes pontos devem ser notados sobre um processo *ARMA* (p,q)

- O processo é estacionário quando todos os θ excedem uma unidade em valor absoluto;
- A média é dada pela parcela do processo *AR* (p) , se e somente se, $\mu = 0$, ou \tilde{X}_t for utilizado para a modelagem.

Box e Jenkins (1976) propõem que um processo estocástico estacionário, por possuir média, variância e autocorrelação invariantes em relação ao tempo, pode ser otimamente representado por um modelo auto regressivo e/ou médias móveis *ARMA* (p,q) obtido por intermédio da passagem de uma série ruído branco por um filtro linear, o que significa que a série resultante poderá ser vista como uma combinação linear dos termos da série original.

2.4.9.4 Modelo Auto Regressivo Integrado e de Média Móvel (ARIMA)

São conhecidos também como Modelos Box Jenkins univariados, em homenagem aos dois pesquisadores que mais contribuições fizeram a suas construções e aplicações: (Box *et al.*, 1994).

O modelo *ARIMA* (p,d,q) é considerado um caso geral dos modelos propostos por Box e Jenkins (1976), o qual é apropriado para descrever séries não estacionárias homogenias, isto é, séries que não possuem média constante no período de análise mais quase sempre um comportamento homogêneo, nas quais os parâmetros quase sempre são pequenos.

Os modelos *ARIMA* (p,d,q) podem possuir termos auto regressivos, ou seja, a variável é dependente e os termos defasados no tempo, e podem ser integrados quando seus dados originais não são estacionários. Será necessário diferenciar a série original dos dados d vezes até obter uma série estacionária, isto é, média e variância constantes no tempo.

O modelo $ARIMA(p,d,q)$ transforma uma série não estacionária em série estacionária, ou seja, é necessário que a série não apresente tendência e sazonalidade. Para Morettin (2004) se $\Delta^d X_t \sim ARMA(p,q)$ então X_t segue um modelo $ARIMA(p,d,q)$ auto regressivo integrado e de média móvel de ordem (p,d,q) , ou seja,

$$\varphi_p(B)\Delta^d X_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t$$

onde φ_p e θ_q são polinômios de ordem p e q respectivamente, em B que é o operador de translado temporal para o passado,

$$BX_t = X_{t-1} \Rightarrow B^k X_t X_{t-k}$$

A identificação do modelo $ARIMA(p,d,q)$ a ser estimado ocorre pelo comportamento das funções de autocorrelação (ACF) e funções de auto correlação parcial (PACF), observando-se os seus respectivos gráficos, conhecidos na literatura pelo nome de correlograma.

Segundo Morettin e Tolo (2006) modelos de Box-Jenkins apresentam um comportamento padrão ou características especiais para as funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF) apresentadas em seguida:

- 1) *Modelos Autorregressivos $AR(p)$* : Se a série for unicamente autorregressiva $AR(p)$ sua função de autocorrelação (ACF) apresentará uma queda exponencial gradativa ou senóides amortecidas, e sua função de autocorrelação parcial (PACF) sofrera uma queda repentina após o “lag” k ;
- 2) *Modelos de Médias Móvel $MA(q)$* : Se a série for unicamente de média móvel $MA(q)$, sua função de autocorrelação (ACF) apresenta uma queda repentina ou corte após o “lag” k , sua função de autocorrelação parcial (PACF) sofrerá uma queda exponencial gradativa ou senóides amortecidas;

- 3) *Modelos autorregressivos de Média Móvel ARMA(p,q)*: Se a série incluir termos auto regressivo e de média móvel $ARMA(p,q)$, tanto a função de autocorrelação (ACF) quanto a função de autocorrelação parcial (PACF) apresentam decaimento exponencial gradativo ou queda repentina após o “lag” k em ambas as funções;
- 4) *Modelos autorregressivos Integrado de Média móvel ARIMA(p,p,q)*: Se a série for não estacionária e incluir termos autorregressivo e de média móvel $ARIMA(p,d,q)$, as suas funções de autocorrelação (ACF) e auto correlação parcial (PACF) apresentam decaimento exponencial lento.

2.4.9.5 Modelo Sazonal Auto Regressivo Integrado de Média Móvel (SARIMA)

A classe de modelos $ARIMA(p,d,q)$ pode ser ampliada para lidar com séries sazonais. Estes modelos correspondem a generalização do modelo $ARIMA$ para séries com forte componente sazonal (Pereira, 1984).

Varias séries temporais apresenta padrão de comportamento periódico. Um dos casos mais frequentes de dados periódicos é as série sazonal, isto é, aquela que apresenta período de repetição.

A sazonalidade ocorre geralmente em conjunto com outras características nas séries temporais. Assim, normalmente não se diz que uma série é puramente sazonal ou complemente não sazonal. Sazonalidades ocorrem com maior ou menor intensidade em uma série temporal (FARIAS *et al.*, 2000).

Então de acordo Frery e Neto (2011) isto significa que há necessidade de se considerar uma sazonalidade estocástica e ajustar à série original um modelo $ARIMA$ sazonal ($SARIMA$). O modelo sazonal $SARIMA$ inclui termos autoregressivo e de médias móvel. Segundo Cowpertwait e Metcalfe (2008) o modelo sazonal $SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)$ pode ser sucintamente expressado usando o seguinte operador

$$\Theta_P(B^S)\theta_p(B)(1 - B^S)^D(1 - B)^d x_t = \Phi_Q(B^S)\phi_q(B)w_t$$

onde $w_t \sim N(0, \sigma^2)$, Θ_P , θ_p , Φ_Q e ϕ_q são polinômios de ordens P , p , Q e q respectivamente e B^S é o operador de sazonalidade do modelo.

Em geral o modelo é não estacionário, embora se $D=d=0$ e as raízes da equação (termos polinomiais no lado esquerdo da equação acima) todos excederem uma unidade em valor absoluto será estacionário.

2.4.10 Modelos não Lineares (ARCH/ GARCH)

De acordo com Morettin e Tolói (2006), em várias situações uma série temporal pode demonstrar comportamentos que não se encaixam na suposição de um processo linear. Alguns deles podem ser, por exemplo, mudanças repentinas, variância condicional evoluindo no tempo (volatilidade) e irreversibilidade no tempo.

Nos modelos de séries temporais estudados até então a variância era suposta constante ao longo do tempo. Muitas séries temporais no entanto exibem períodos de grande volatilidade seguidos de períodos de relativa tranquilidade. Nestes casos, a suposição de variância constante (homocedasticidade) pode não ser apropriada.

Na verdade, embora a variância incondicional dos erros ainda possa ser assumida constante, sua variância condicional pode estar mudando ao longo do tempo (Ehlers, 2009).

Segundo Morettin (2004) na análise de modelos não lineares as inovações (choques aleatórios) ε_t são em geral supostos independentes identicamente distribuídos (*i.i.d.*) e o modelo tem a forma

$$X_t = g(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots),$$

onde $g(\cdot)$ representa a média condicional $h^2(\cdot)$ é a variância condicional. Se $g(\cdot)$ for não linear o modelo se diz não linear na média, enquanto se $h(\cdot)$ for não linear o modelo se diz não linear na variância.

2.4.10.1 Modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

Até o início dos anos 80 a maior parte dos estudos de séries temporais utilizava modelos lineares com média condicionada, do tipo auto regressivo com média móvel (*ARMA*), cuja metodologia, proposta por Box Jenkins, procura modelar a dependência linear existente nas séries temporais como, por exemplo, nos rendimentos de séries financeiras (Bollerslev *et al.*, 1992).

A heteroscedasticidade é a variância flutuante de uma série ao longo do tempo, ou seja, a volatilidade de uma série. Por outro lado, se a variância de um conjunto de dados permanece constante ao longo do tempo, a série é considerada homoscedástica (Bollerslev *et al.*, 1992).

Os modelos da família *ARCH* são modelos não lineares utilizados na determinação da volatilidade de séries temporais, comumente aplicados a séries financeiras, onde modelos lineares se provaram incompletos em função da incapacidade de explicar algumas características destas séries (Engle, 1982).

De acordo com Morettin (2004) um modelo *ARCH(r)* é definido por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2$$

onde ε_t *i.i.d.* $N(0,1)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i > 0$.

Segundo Bollerslev (1992) o modelo *ARCH*, considerando a série temporal, a inovação ε e uma ordem q para o modelo, sendo t um instante no tempo, tem-se para a variância condicional do σ^2 do erro a seguinte equação

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i \varepsilon_{t-1}^2)$$

onde: $\alpha_i > 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^q \alpha_i > 0$ são os coeficientes:

- $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, erro com distribuição normal, média nula e variância σ^2 ;
- $q > 0$.

Segundo Morettin (2004) os retornos X_t formam um ruído branco com variância dada por

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^r \alpha_i}$$

que é uma variância incondicional (variância flutuante ao longo do tempo), isto é, a variância depende de informações disponíveis ao longo do tempo, até um instante t .

A restrição do somatório dos coeficientes ser menor do que 1 é para garantir que o modelo tenha covariância estacionária.

No modelo *ARCH* várias hipóteses podem ser feitas em relação aos retornos. Pode-se assumir que a distribuição do modelo *ARCH* é normal ou não normal e ainda verificar a interferência da volatilidade na determinação dos retornos (MORETTIN, 2004).

2.4.10.2 Modelo GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

Uma generalização dos modelos *ARCH* foi sugerida por Bollerslev (1986, 1987, 1988), o chamado modelo *GARCH* (“generalized *ARCH*”) para oferecer um modelo mais parcimonioso, isto é, usando menos parâmetros, o que minimiza a carga computacional. Um modelo mais vantajoso, no qual a variância condicional não depende apenas do passado das inovações mais também do seu próprio passado, é denominado de *GARCH* (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) ou ainda não muito bem traduzido como Modelo Autorregressivo Condicional Heteroscedástico.

Por causa dos problemas em estimar os coeficientes do modelo *ARCH*, devido à recorrente necessidade de uma ordem q elevada, o modelo *GARCH* adiciona a dependência da variância em relação à variância passada (Morettin, 2004). Ainda segundo Morettin (2004) um modelo *GARCH* é mais parcimonioso, isto é, descreve a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo *ARCH*.

O modelo *GARCH* é um modelo versátil que pode ser aplicado a todo fenômeno físico que apresente as características de volatilidade semelhantes às das séries temporais financeiras.

Outros fenômenos caracterizados como “catástrofes” – tais como acidentes em usinas nucleares, ou mesmo fenômenos naturais tais como abalos sísmicos, enchentes e tempestades, caracterizados pela sua variação rápida e única (fenômeno não periódico) podem utilizar os modelos *GARCH* para simulação e previsão. Embora muitos fenômenos não sejam cíclicos, a análise de um “ciclo” amostrado pode empregar metodologias aplicáveis a sistemas periódicos (Worthington *et al.*, 2003).

De acordo com Engle (1982) em geral os princípios básicos dos modelos *GARCH* é que, grandes mudanças tendem a ser seguidas por grandes mudanças, e pequenas mudanças tendem a ser seguidas por pequenas mudanças, o que torna a previsão da variabilidade tão importante quanto a previsão dos valores da série original. Para Bollerslev (1986) a visão de *GARCH* está relacionada com a distinção entre variância condicional e não condicional em relação às inovações.

O termo condicional implica em dependência explícita em relação a uma sucessão passada de observações. O termo não condicional se preocupa mais com comportamento em longo prazo de uma série temporal e não assume conhecimento explícito do passado (Engle, 1982).

Segundo Morettin (2004) um modelo geral $GARCH(p,q)$ é definido por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

onde

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j},$$

em que ε_t *i.i.d.* $N(0,1)$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^r (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $r = \max(p, q)$.

A identificação da ordem de um modelo *GARCH* a ser ajustado a uma série real, usualmente é difícil. Recomenda-se que se use modelos de ordem baixa, como (1,1), (1,2), (2,1) ou (2,2) (Morettin, 2004), e depois se escolha o modelo com base em vários critérios, como *AIC* ou *BIC*, valores da assimetria e curtose e da log-verossimilhança (Shumway e Stoffer., 2005).

2.4.12 Modelagem de Séries Temporais.

A modelagem de uma série temporal de modo geral consiste na identificação do modelo, na estimação de seus parâmetros no diagnóstico do modelo e finalmente a previsão (Morettin., 2004). Cada uma dessas etapas de modelagem é realizada com o auxílio de ferramentas que são discutidas em seguida.

2.4.12.1 Identificação.

No processo de identificação de um modelo em partícula, são utilizadas além das funções de auto correlação e auto correlação parcial, utiliza-se também o teste estatístico de Dickey-Fuller (Morettin., 2004), para detectar a existência de estacionaridade na série do fenômeno em estudo.

l) *Teste de Dickey-Fuller*: O teste ampliado de Dickey-Fuller (ADF) desenvolvido por Said e Dickey (1984), engloba uma classe de modelos $ARMA(p,q)$ com ordem desconhecida. O teste ADF testa a hipótese nula H_0 de que uma série temporal X_t é não estacionaria contra a hipótese alternativa H_1 de que a série temporal X_t é estacionaria, assumindo que a dinâmica dos dados tem uma estrutura $ARMA$. O teste ADF tem a seguinte estatística de teste

$$\hat{t} = \frac{1}{2} \frac{([W(1)]^2 - 1)}{(\int_0^1 [W(r)]^2 dr)^{1/2}}$$

onde $W(r)$ é o Movimento Browniano padrão.

As distribuições das estatísticas correspondentes são tabuladas. Valores críticos de \hat{t} para amostras grandes maiores que 500 para os níveis de significância 0,01, 0,05 e ,010 são dados respectivamente, por -2,58, -1,95 e 1,62. O teste rejeita H_0 se \hat{t} for menor que o valor critico apropriado (MORETTIN, 2004).

- II) *Critério de Informação Bayesiana (BIC)*: O Critério de Informação Bayesiana (*BIC*) é um método que exclui parâmetros nos modelos, procurando alcançar o modelo mais parcimonioso possível. Akaike (1977), Rissanem (1978) e Schwarz (1978), propõem minimizar

$$BIC(k, l) = \ln \hat{\sigma}_{k,l}^2 + (k + l) \frac{\ln N}{N}$$

onde $\hat{\sigma}_{k,l}^2$ é o estimador de máxima verossimilhança variância residual do modelo $ARMA(k, l)$.

Uma forte consistência dos valores p e q encontradas com a minimização do *BIC* é mostrada por (Hannan., 1980, 1982).

2.4.12.2 Estimação

Um modelo de séries temporais pode ser estimado por diversos métodos de estimação, entre eles se destacam os Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV) e os Estimadores de Mínimos Quadrados (EMQ). Nesta dissertação será usado os Estimadores Máxima Verossimilhança (EMV) para estimar os modelos para previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Em seguida será feita uma rápida descrição sobre os Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV).

- I) *Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV)*: Os estimadores dos parâmetros do modelo são obtidos pelo método de Máxima Verossimilhança (Morettin, 2004). A função de Máxima Verossimilhança supondo que ε_t tem normalidade é dada por

$$L(x_1, \dots, x_T | \xi) = \prod_{t=r+1}^T (\sigma_t \sqrt{2\pi})^{-1} \exp \left\{ \frac{-x_t^2}{2\sigma_t^2} \right\}$$

onde $\xi = (\mu, \sigma_t^2, \alpha \text{ e } \beta)$ é um vetor de parâmetros e $\sigma_t^2 = h_t$ para modelos heteroscedasticos.

O logaritmo natural da função de Máxima Verossimilhança de ξ é dada por

$$l(x_1, \dots, x_T | \xi) = \log L(x_1, \dots, x_T | \xi).$$

Segundo Bolfarine e Sandoval (2001) o valor de ξ que maximiza a função de Máxima Verossimilhança $L(x_1, \dots, x_T | \xi)$ também minimiza $l(x_1, \dots, x_T | \xi)$.

2.4.12.3 Diagnóstico

Uma vez determinado o modelo de séries temporais para uma determinada série pelo processo de identificação e estimação dos parâmetros do modelo, a etapa seguinte é o diagnóstico que consiste em verificar a adequação do modelo identificado e estimado. Existe mais de uma forma de verificação da qualidade um modelo de séries temporais, entre eles o mais utilizado é a análise de resíduos. A análise de resíduos é composta por alguns testes, porém nesta dissertação será usado apenas o Teste de Box-Pierce.

l) *Teste de Box-Pierce*: Conforme Morettin e Tolo (2006) Box-Pierce sugeriram um teste para as autocorrelações dos resíduos, que embora não possibilite detectar quebras específicas no comportamento do ruído branco, pode indicar se esses valores são muito altos.

Um dos testes possíveis deste conjunto utiliza a estatística Q^* de Ljung-Box expresso na seguinte equação

$$Q^*(K) = n(n+2) \sum_{K=1}^K \frac{r_K^2(\hat{\epsilon})}{n-K}$$

$Q^*(K)$ tem distribuição qui-quadrado (X^2) com $K-p-q$ graus de liberdade.

Convém, adicionalmente analisar o gráfico dos resíduos para verificar se há indícios de que a hipótese de variância constante no tempo não está sendo violada. A hipótese de ruído branco para os resíduos é rejeitada para valores grandes de Q^* (MORETTIN, 2004).

2.4.12.4 Previsão

Depois de selecionar, entre os modelos estimados, aquele que se mostrar o mais adequado, checa-se a ultima etapa da modelagem, que consiste na realização de previsões para a série X_t , em instantes de tempo posteriores. Uma maneira de verificar essa ultima etapa da modelagem é observar qual modelo tem o menor erro de previsão. Na literatura existe algumas ferramentas para análise do erro de previsão, entre elas tem se destacado o erro quadrático médio (*MSE*) (Brockwell e Davis., 1990), que tem a seguinte descrição

- l) *Erro Quadrático Médio (MSE)*: O erro quadrático médio (*MSE*) é a medida de desempenho mais comumente usada pela literatura para previsão de séries temporais. Entretanto, de acordo com Collopy, Armstrong e Dept (1994) os resultados empíricos (Fields., 1992; Chatfield., 1988) demonstram que esta medida não é confiável quando se deseja comparar métodos de previsão. Sua equação é dada por,

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (e_t)^2$$

onde N indica o numero de pontos da série e $e_t=(T_t - O_t)$ o erro de previsão no tempo t . O erro de previsão é composto pelo valor desejado (T_t) e o valor previsto (O_t).

2.5. Ajuste a funções de densidade de probabilidade.

Na avaliação do ajuste foi aplicado o método da Região de Confiança (TR) e o método de Levenberg-Marquardt (LM). O método da Região de Confiança (TR) busca a melhor região com 95% de confiança, dos dados do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu, pertencer a região da função de probabilidade que os dados se ajustaram. O método ou algoritmo da região de confiança dado por:

$$\min_{d \in \mathbb{R}^n} g_k^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d = \phi_k(d)$$

Sabendo que

$$\|d\|_2 \leq \Delta_k$$

Onde: $g_k = \nabla f(x_k)$ é o gradiente de interação atual x_k , B_k é uma matriz simétrica com aproximação de Hessian para $f(x)$ e $\Delta_k > 0$ é a região de confiança em radianos.

Já o método de Levenberg-Marquardt, método da curva fitting, é na verdade uma combinação de dois métodos de minimização, o método de descida do gradiente e o método de Gauss-Newton. O método de Levenberg-Marquardt age mais como um método gradiente de descida quando os parâmetros estão longe de seu valor real, e atua como o método de Gauss-Newton quando os parâmetros estão próximos ao seu valor real. Esse método está implementado no software Matlab no pacote curve fitting e foi usado no ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu. O método de Levenberg-Marquardt tem a seguinte equação:

$$d_k = -(J(x_k)J(x_k)^T + \lambda_k I)^{-1} j(x_k) F(x_k)$$

Onde: $J(x)$ é a matriz jacobiana de $F(x)$ e λ_k é um parâmetro que é atualizado de interação para interação (MORE, 1978).

3. Caracterização da Bacia Hidrográfica do Jacu

3.1 Área de estudo

A bacia hidrográfica do riacho Jacu encontrasse na região do alto Sertão do Pajeú, ambiente semiárido do estado de Pernambuco, com uma área de total de 2,10 Km², perímetro de 6,50 Km e comprimento do canal principal de 2,66 Km. O acesso se da pela rodovia estadual PE 390 – Km 20, na região da serra da Lagartixa, pertencente ao limite municipal entre as cidades de Serra Talhada e Floresta com coordenadas geográficas 38°14'39.3" de longitude Oeste e 08°00'15.9" de latitude sul (Figura 2). Encontra-se na Tabela 1 algumas características físicas e hidrológicas da bacia hidrográfica do Jacu.

O clima da região, de acordo com a classificação de Köppen enquadrado no tipo Bwh, denominado semiárido, quente e seco, com chuvas de verão outono com pluviosidade média anual para o período de 1912 a 1991 de 647 mm⁻¹ (SUDENE, 1990) e temperatura média anual superior a 25°C.

Parâmetros	Valor
Área	2,10km ²
Perímetro	6,50km
Comprimento do eixo da bacia	2,00 km
Fator de forma	0,0497
Comprimento do canal principal	2,66 km
Comprimento do canal principal rebatido	1,85km
Número de canais da bacia	34 canais
Ordem da bacia	Terceira ordem
Número de canais de 1ª ordem	26 canais
Número de canais de 2ª ordem	7 canais
Número de canais de 3ª ordem	1 canal
Comprimento total dos canais	11,06km
Comprimento médio dos canais	0,43km
Densidade de drenagem	1,32 km/km ²
Densidade hidrográfica	12,38 canais/km ²
Coeficiente de compacidade	1,26
Maior altitude da bacia	638,9m
Menor altitude da bacia	422,4m
Amplitude altimétrica da bacia	216,5m
Declividade do canal principal	17,26m/km
Tempo de concentração	0,984 hora.

Tabela 1: Parâmetros Físico-Hídricos e morfométricos da bacia hidrográfica semiárida do riacho Jacu.

Na bacia hidrográfica do riacho Jacu ocorrem Neossolos Litólicos, Neossolos Flúvicos (tabela 2) levantados por Melo (2008), e Cambissolos Háplico de acordo com a classificação da EMBRAPA (2007). Esses são solos jovens, ou seja, pouco evoluídos, típicos de região semiárida, onde não há alterações expressivas em relação ao material originário devido a baixa intensidade da atuação dos processos pedogenéticos onde o ambiente é limitado pelo déficit de umidade.

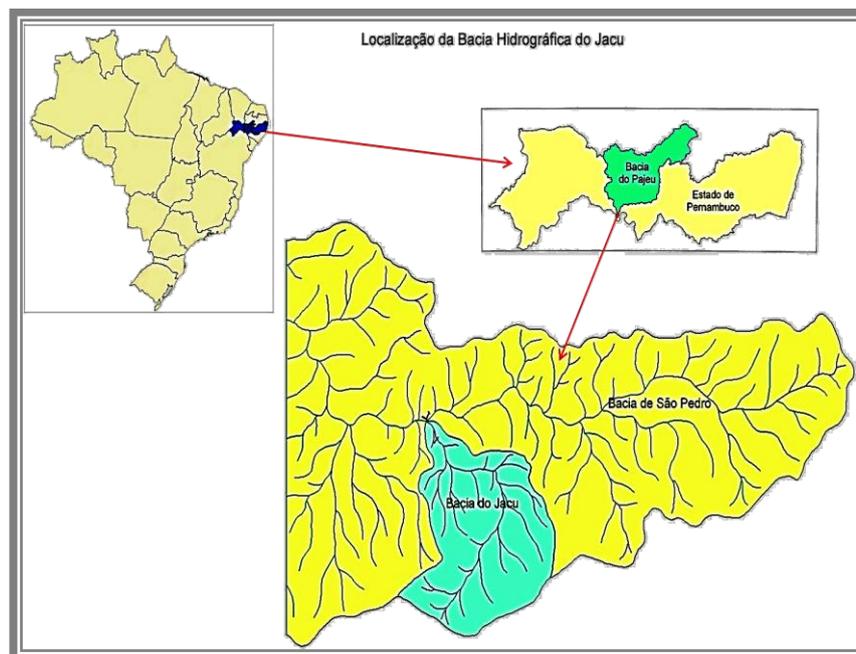


Figura 2: Localização da Bacia Hidrográfica do riacho Jacu.

Características Físicas	Tipos de Solo		
	Cambissolo	Neo. Flúvico	Neo. Litólico
Areia (g/kg)	684	750	670
Silte (g/kg)	180	150	180
Argila (g/kg)	136	100	150
Densidade do Dolo (g/cm ³)	1,49	1,55	1,50
Densidade das Partículas (g/cm ³)	2,74	2,53	2,47
Porosidade Total (%)	46	38	39
Condutividade Hidráulica (cm/h)	não determinado	218	186
Umidade Gravimétrica (g/g)	0,08	não determinado	não determinado
Umidade Volumétrica (cm ³ /cm ³)	0,121	não determinado	não determinado
Classificação Textural do Solo	franco arenoso	franco arenoso	franco arenoso

Tabela 2: Características físicas do horizonte superficial (0-10cm) dos Neossolos e Cambissolos da bacia hidrográfica do riacho Jacu.

Fonte: Melo (2008).

3.2. Estação automática de coleta de dados

Os dados pluviográficos e hidrológicos da bacia hidrográfica do riacho Jacu foram coletados a partir de uma estação automática de registro de dados hidrológicos e fluviométricos.

A estação constitui-se de um sensor de nível e vazão (Linígrafo), do qual o sensor foi colocado no leito do riacho, em sua seção de controle, para conhecimento dos regimes de nível e vazão, e de um pluviógrafo para registro dos valores de precipitação e de sua duração. Os dados coletados por esses instrumentos são registrados automaticamente em um Data Logger (modelo SL2000MIM) que também compõe a estação e que é alimentado eletricamente por uma célula fotoelétrica e bateria auxiliar de 12 volts. O coeficiente de escoamento superficial da bacia foi determinado para cada evento pela relação da precipitação com a vazão correspondente observada. Os dados utilizados neste trabalho referem-se ao período 01 de janeiro de 2008 a 31 de julho de 2011.

3.3. Padrão de distribuição das chuvas e do coeficiente de escoamento do riacho Jacu

Será discutido neste tópico o padrão de chuvas a partir dos dados pluviométricos e o coeficiente de escoamento superficial armazenados na estação fluviométrica da bacia hidrográfica do riacho Jacu, no período de 2008 a 2011.

A distribuição mensal da precipitação pluviométrica dos meses chuvosos da bacia hidrográfica do riacho Jacu, para o período de 2008 a 2011, está apresentada na Figura 3. Os meses com maiores valores de precipitação para todo período, foram maio de 2009 e março de 2011, ambos com uma precipitação de 159,99 mm, sendo os meses com menor índice pluviométrico para esse período, janeiro de 2009 e 2010 sem nenhum registro de chuva. Para todo período, o ano com maior índice pluviométrico foi 2009 com uma precipitação total de 584,11 mm, e a menor precipitação foi registrada em 2010 com uma precipitação total 384,80 mm.

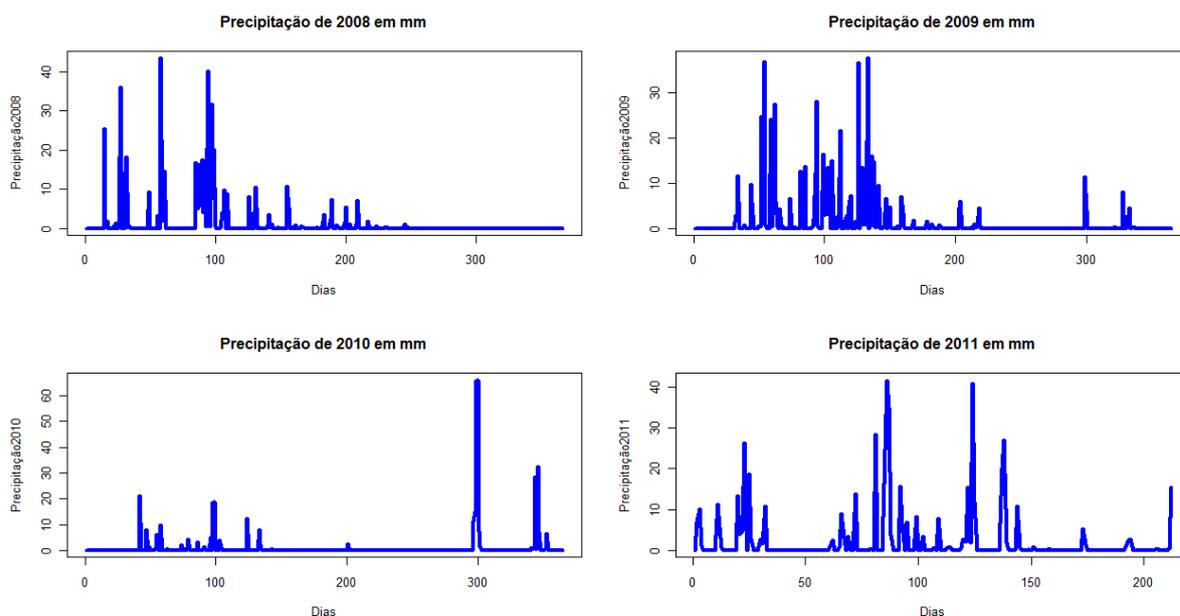


Figura 3: Distribuição mensal das chuvas na bacia hidrográfica do riacho Jacu, referente aos anos 2008, 2009, 2010 e 2011.

O padrão de distribuição das chuvas no riacho Jacu tem como característica eventos em sequencia de picos simples para todos os anos do período, com elevados picos em janeiro fevereiro março e abril no ano de 2008, picos elevados e sucessivos em 2009 com maior concentração em março abril e maio. O padrão de chuvas em 2010 na bacia hidrográfica do riacho jacu foi diferenciado em relação aos outros anos estudados, sendo um ano com maior variabilidade, com um evento extremo em outubro deste ano, período esse que geralmente é de estiagem. O ano de 2011 teve o padrão de chuvas mais regular de todos os anos analisados, com suas chuvas distribuídas em todos os meses do primeiro semestre, tendo seu maior volume de chuvas precipitado no mês de março. Esse padrão de distribuição juntamente com os eventos de picos simples (Tooth, 2000) e a distribuição bi-modal, caracteriza o padrão de chuva das regiões áridas e semiáridas.

Achite e Ouillon (2007), em uma investigação por 22 anos de uma área de semiárido no nordeste da Nigéria, registraram valores de precipitação variando de 174 - 303 mm ano⁻¹, com uma média anual para o período de 250 mm ano⁻¹. Alexandrov *et al.*, (2007), registraram valores entre 220 – 350 mm ano⁻¹ no deserto de Negev, em Israel e, Nichols *et al.*, (2000), 303 – 339 mm ano⁻¹ em uma área experimental no Arizona.

Esses registros mostram comportamentos aproximados das quantidades de precipitação entre as regiões áridas e semiáridas do planeta.

As chuvas das regiões áridas e semiáridas originam-se a partir de células convectivas formadas a partir das massas de circulação geral da atmosfera, tendo de média à alta intensidade, pouca abrangência (Alexandrov *et al.*, 2007; Kamran e Loewen, 2003), curta duração e pequena abrangência (Sólyom e Tucker, 2007) de 10 a 14 km (Tooth, 2000; Diskin e Lane, 1972) que resultam em chuvas locais altamente concentradas. Essas características conferem às chuvas de regiões áridas e semiáridas uma alta variabilidade espacial e temporal e uma variabilidade interanual que aumenta com o aumento da aridez (TOOTH, 2000; BELL, 1979).

O coeficiente de escoamento superficial de 2008 teve um padrão de distribuição bastante irregular concentrado no mês de abril onde também atingiu o seu valor máximo. Em 2009 se observou um coeficiente de escoamento superficial semelhante a 2008, ou seja, com muita irregularidade, porem com seus valores de pico registrados no mês de maio. No ano de 2010 o padrão do coeficiente de escoamento superficial se assemelhou aos dois anos anteriores que foram observados, isto é, com características de pico único para todo o ano e concentrado nos meses de abril e maio sendo o seu valor máximo no mês de maio, e com um evento atípico registrado no mês de outubro. O ano de 2011 apesar de ter dados registrados até o mês de julho apenas, foi um ano que apresentou características do coeficiente de escoamento superficial diferenciadas dos outros anos anteriores, sendo observados três picos com vários dias de diferença entre eles, ou seja, um pico ocorreu no mês de março e os outros dois picos foram observados no mês de maio e ainda com o seu valor máximo registrado neste mês. Os histogramas do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu para os anos de 2008, 2009, 2010 e 2011 estão apresentados na Figura 4 nos gráficos a,b,c e d respectivamente. A Figura 5 a seguir apresenta as características do padrão de distribuição do coeficiente de escoamento superficial na bacia hidrográfica do riacho Jacu para o período de 2008 a 2011.

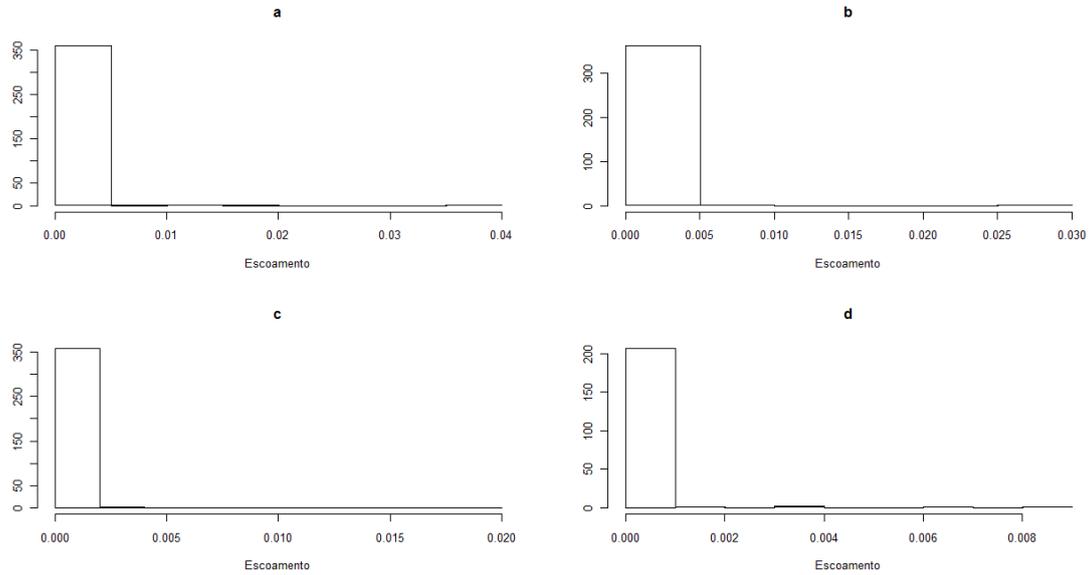


Figura 4: Histogramas do coeficiente de escoamento do Jacu para os anos de 2008 (a), 2009 (b), 2010 (c) e 2011 (d).

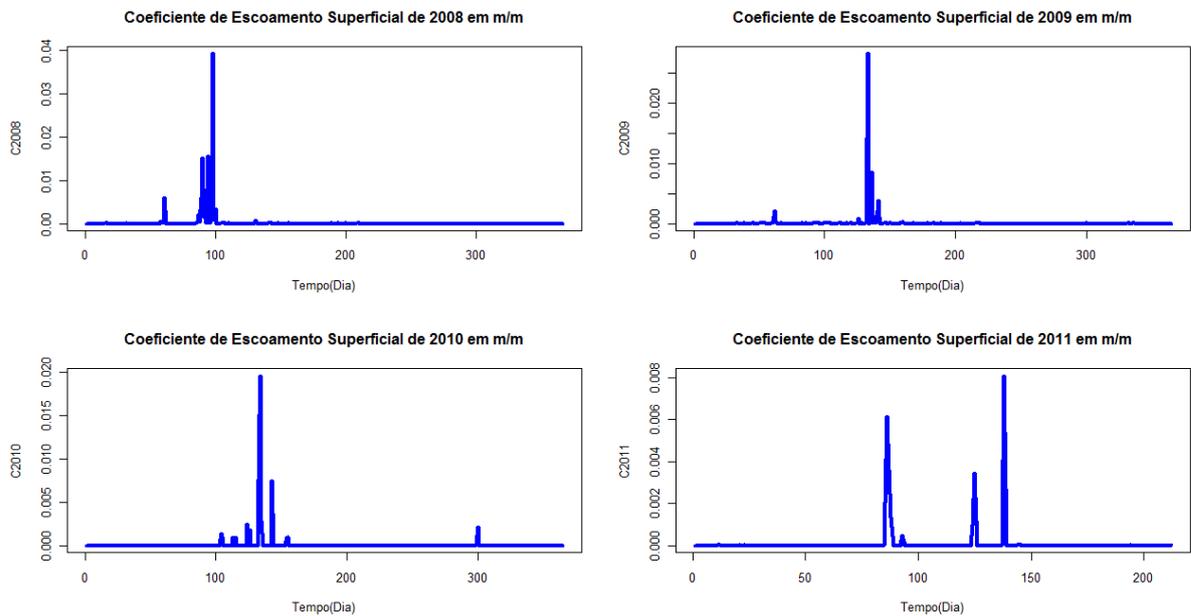


Figura 5: Padrão do coeficiente de escoamento do riacho Jacu para o período de 2008 a 2011.

A Tabela 3 apresenta uma breve descrição das estatísticas do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, onde é visualizados a média, o desvio padrão o coeficiente maximo e o mínimo respectivamente, para cada ano e para série completa (2008-2011).

Série	Coeficiente de Escoamento Superficial			
	\bar{X}	σ	Maximo	Mínimo
2008	0,00029	0,00245	0,0392	0
2009	0,00013	0,00157	0,0283	0
2010	0,00016	0,00137	0,0196	0
2011	0,00012	0,00078	0,0081	0
2008-2011	0,00018	0,00173	0,0392	0

Tabela 3: Estatísticas do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu.

Portanto, como se percebe os valores do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu, apresenta um padrão de distribuição bem aproximado ao padrão das chuvas, em picos simples, só que em uma menor quantidade de picos. Como se sabe, Ponce (1989), o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu é influenciado pela precipitação pluviométrico, cobertura vegetal, tipo de solo, e infiltração da água no solo desta bacia.

4. Resultados e Discussões

Neste capítulo serão feitas algumas considerações gerais a respeito da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu no semiárido do estado de Pernambuco. Será realiza também uma análise exploratória, modelagem e previsão da mesma.

As análises foram feitas no Software Estatístico **R** em sua versão **2.13.1** com a utilização dos pacotes **tseries** e **fgarch** e pode ser obtido da pagina <http://www.r-project.org>.

4.1 Introdução

Uma estação automática de coleta de dados levanta diariamente a coleta de dados hidrológicos e fluviométricos da bacia hidrográfica do Jacu. Além desta coleta de dados, outras variáveis são calculadas como, por exemplo, o coeficiente de escoamento superficial que é a variável de interesse nesta dissertação. Desde janeiro de 2008 a estação automática monitorada pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) deu início ao registro desses dados, com o objetivo de tentar esclarecer características como padrões de variabilidade temporal e fazer previsões do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu.

O coeficiente de escoamento superficial é uma variável adimensional e a série desta variável é composta por 1308 observações tendo suas medições registradas de 01 de janeiro de 2008 a 31 de julho de 2011.

4.2 Análise exploratória

Inicialmente foi obtida a série temporal do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu (CES-BJ) a partir dos dados coletados pela estação automática.

A Figura 6 apresenta as observações da série temporal do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu (CES-BJ) ao longo do tempo. O gráfico temporal permite a visualização do seu comportamento, sendo na maioria das vezes capaz de identificar a existência de sazonalidade, tendência, estacionariedade e padrões de variabilidade. Percebe-se nesta série que o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu tem muitas observações nulas, isto é, não teve escoamento na maior parte do tempo observado, e no período que houve registros de escoamento, é visível que a maioria dos registros são muito próximos de zero. De acordo com os gráficos da figura 8 observa-se um “corte” após as primeiras defasagens nos gráficos de auto correlação e autocorrelação parcial respectivamente, indicando estacionariedade na série do CES-BJ, que é confirmada a partir do teste da raiz unitária de Dickey-Fuller (Morettin, 2004), cujo resultado para

estatística t é $-8,1257$ e p -valor é $0,01$, ou seja, o teste rejeita a hipótese nula (série não estacionária).

A Figura 7 mostra o histograma da série no qual se constata o grande número de observações nulas na série do CES-BJ.

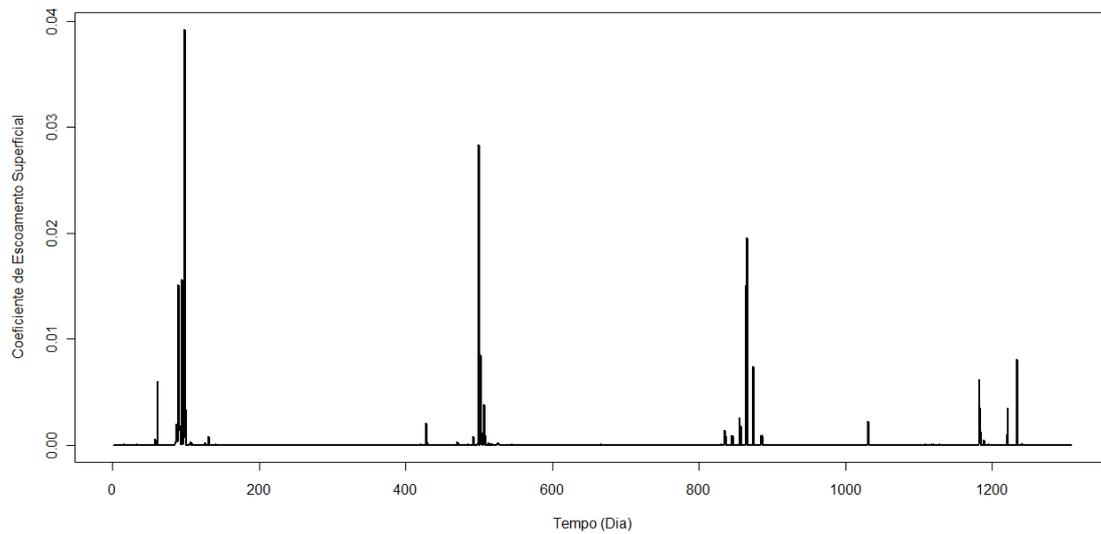


Figura 6: Observações da série do coeficiente de escoamento do Jacu ao longo do tempo.

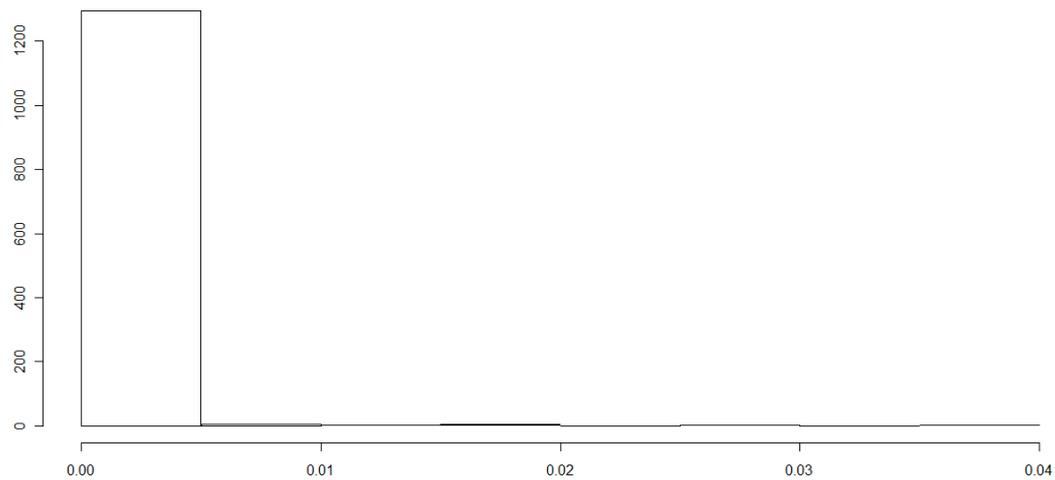


Figura 7: Histograma da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

4.3 Modelagem e Previsão

A figura 8 apresenta as funções de autocorrelações e autocorrelações parciais amostrais do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

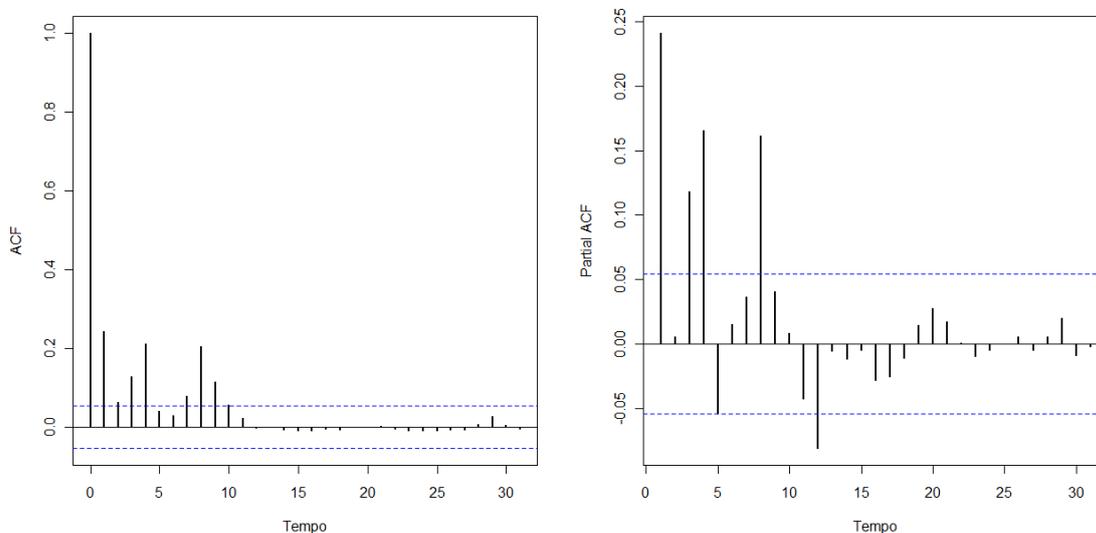


Figura 8: Funções de autocorrelações e autocorrelações parciais do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu.

A análise dessas funções indica existência de um comportamento do tipo *ARMA*, pois as funções de autocorrelações e autocorrelações parciais apresentam um “corte” ou decaimento abrupto após primeiras defasagens, isto é, um decaimento exponencial abrupto após o lag 9 na função de autocorrelação e decaimento exponencial em ondas senoidal na função de autocorrelação parcial seguidos por cortes respectivamente. Dado o comportamento apresentado nas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, será aplicado o procedimento de Box Jenkins na tentativa de modelagem da série. Em adição devido a variabilidade da variância (ou heteroscedasticidade) da série, também será aplicado a modelagem com o modelo não-linear de *ARCH* e *GARCH*.

4.3.1 Ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu aos modelos lineares ou Box-Jenkins

Nesta subseção será feito o ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu aos modelos lineares de séries temporais ou modelos de Box e Jenkins.

Segundo Morettin (2004) os processos $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p,q)$ apresentam funções de auto correlação com as seguintes características:

- 1 Um processo $AR(p)$ tem função de auto correlação parcial que decai de acordo com exponenciais e/ ou senóides amortecidas infinita em extensão;
- 2 Um processo $MA(q)$ tem função de auto correlação parcial finita, no sentido que ela apresenta corte após o “lag” q ;
- 3 Um processo $ARMA(p, q)$ tem função de auto correlação infinita em extensão, que decai de acordo com exponenciais e/ ou senóides amortecidas após o “lag” $q - p$.

Ainda de acordo com Morettin (2004) estas observações serão úteis no procedimento de identificação do modelo a ajustar aos dados observados, calculando as estimativas das funções de auto correlação.

Assim, vista as características das funções de auto correlação e auto correlação parcial apresentadas na Figura 8, observa-se uma semelhança entre estas características que são apresentadas acima para os modelos da família $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p,q)$. Dessa forma, será realizado o procedimento de ajuste dos modelos $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p,q)$ assim como ao modelo $ARIMA(p,d,q)$.

4.3.1.1 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo AR (p)

O ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu será feita baseada em alguns critérios de ajustamento. O primeiro critério lavado em consideração foi a função de autocorrelação parcial apresentada na Figura 8, onde foram observados seis coeficientes significativos nos primeiros “lags”, isto é, fora dos limites de confiança representado pelas linhas pontilhada e um corte no “lag”. Neste caso será ajustado um modelo $AR(p)$, $p=1, \dots, 8$ por ter um corte abrupto no 8º “lag”.

Os critérios de ajustamentos utilizados aqui para sugerir o “melhor” modelo ou mais parcimonioso entre os oitos modelos analisados é o Critério de Informação Bayesiano (*BIC*) (Morettin e Toloi., 2006) e o erro quadrático médio (*MSE*) (Brockwell e Davis., 1990). De acordo com estes critérios de ajustamento apresentados na tabela 4, o *BIC* indicou como melhor modelo o *AR(4)*, e de acordo com o *MSE* o melhor modelo foi o *AR(1)*. Como o *MSE* é uma medida de erro previsão, impõe uma penalidade mais pesada do que o *BIC*, no entanto o *BIC* da preferência a modelos com o menor de parâmetros possível por ser mais parcimonioso nas previsões. Assim o modelo escolhido será o *AR(1)* por ser o mais parcimonioso e ter menor erro de previsão.

Modelo	BIC	MSE
AR(1)	-12988,92	99,2296
AR(2)	-12981,77	99,231
AR(3)	-12992,93	99,3796
AR(4)	-13022,06	99,8342
AR(5)	-13018,66	99,6789
AR(6)	-13011,77	99,7219
AR(7)	-13,00634	99,8135
AR(8)	-13033.57	100,1678

Tabela 4: Valores do *BIC* e *MSE* de modelos *AR(p)*, $p=1, \dots, 8$ ajustados a coeficiente de escoamento do Jacu.

A Tabela 5 apresenta o ajustamento do modelo *AR(1)* ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, onde são apresentados os coeficientes com os seus respectivos desvios padrão. Com estes coeficientes o modelo ajustado é dado por

$$X_t = 0,2411X_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde ε_t é um ruído branco com média zero e variância σ^2 .

O ajuste do modelo *AR(1)* a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é apresentado na Figura 9.

Modelo	Coefficiente	D. P.
AR(1)	0,2229	0,0273
AR(2)	-0,0167	0,0279
AR(3)	0,0787	0,0279
AR(4)	0,1462	0,0279
AR(5)	-0,0675	0,0279
AR(6)	0,0091	0,0279
AR(7)	-0,0003	0,0279
AR(8)	0,1606	0,0272

Log Verossilhança 6529,9

Tabela 5: Ajuste de um modelo $AR(1)$ ao coeficiente do Jacu.

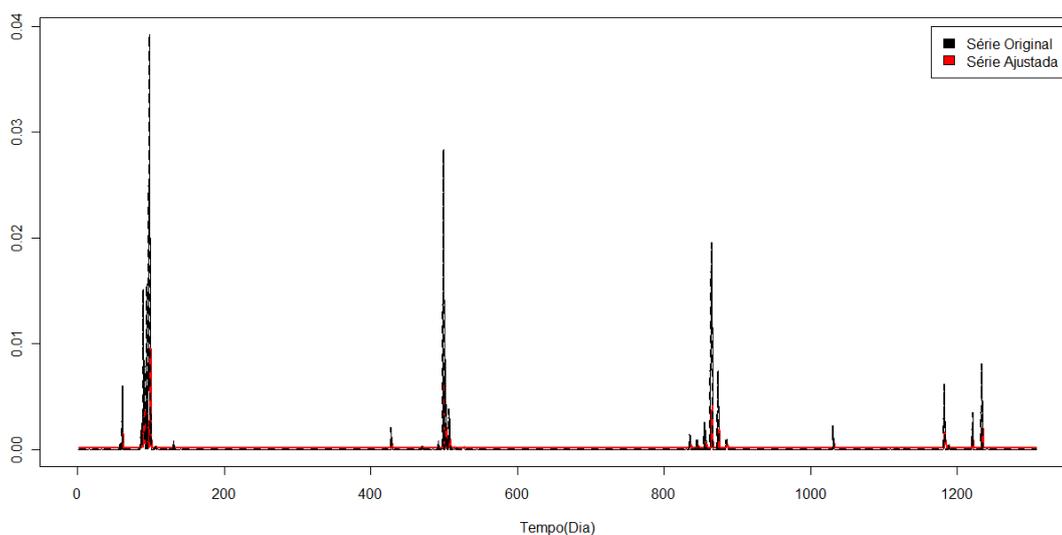


Figura 9: Ajuste do modelo $AR(1)$ ao coeficiente do Jacu.

A Figura 10 mostra o ajuste ampliado (zoom) nos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, isto é, nos pontos onde houve elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Onde (a) é primeiro pico, (b) é o segundo pico, (c) é o terceiro pico e (d) é o quarto pico da série da Figura 9 respectivamente.

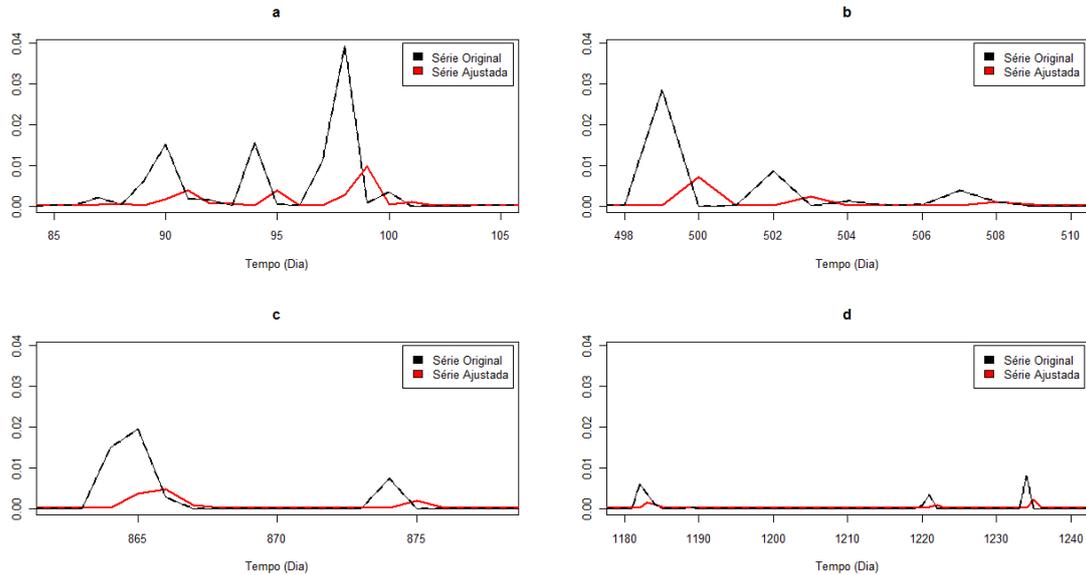


Figura 10: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento da bacia hidrográfica do Jacu ajustado a um $AR(1)$.

A Figura 10 mostra o ajuste do modelo $AR(1)$ ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, onde a linha preta é a série original e a linha vermelha é o ajuste. O gráfico da Figura 10 mostra que a qualidade do ajuste não é satisfatória, o que indica que um modelo $AR(p)$ não é um bom modelo para modelagem e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Um teste de validação do modelo ajustado foi realizado no intuito de esclarecer melhor a qualidade do ajuste do modelo $AR(1)$, o qual teve o mais baixo erro quadrático médio (MSE). O teste de validação aqui utilizado foi teste de Box-Pierce (Morettin e Toloí., 2006), que retorna o gráfico dos resíduos padronizados, o correlograma das auto correlações residual, e o gráfico dos p -valores do teste de Ljung-Box para as auto correlações de ordem 1, 2,... apresentados na Figura 11 respectivamente.

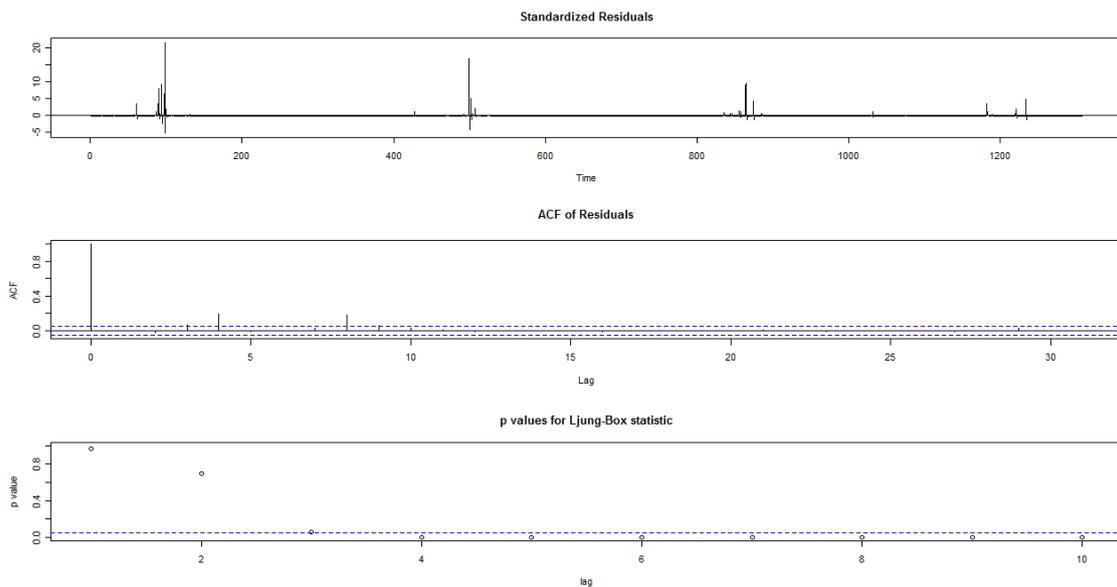


Figura 11: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao $AR(1)$.

Uma auto correlação residual é observada no gráfico das auto correlação residual apresentado na Figura 11, indicando uma correlação serial na série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Um outro problema visível são os p -valores no teste Box-Pierce sendo zero em sua grande maioria, levando a rejeição da hipótese da nulidade das autocorrelações residual.

Estes resultados mostram que os resíduos amostrais estão afastados dos verdadeiros resíduos. Logo as auto correlações dos resíduos são diferentes de zero, indicando que o modelo $AR(1)$ não representa de forma adequada o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

4.3.1.2 Ajuste da série ao modelo de Médias Móveis $MA(q)$

Como visto na Figura 8, a função de auto correlação e auto correlação parcial do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu apresentam comportamento de um modelo Auto Regressivo de Médias Móveis $ARMA(p,q)$. Como o modelo de Médias Móveis $MA(q)$ é uma variação do modelo $ARMA(p,q)$ então, foi feito um ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu a um modelo $MA(q)$ sem os termos auto regressivos.

A análise da função de auto correlação sugere um $MA(p)$, $p=1,\dots,9$ por ter um corte no 9º “lag”. Outros critérios de ajustamento como o Critério de Informação Bayesiana (BIC) (Morettin e Toloi., 2006) e erro quadrático médio (MSE) (Brockwell e Davis., 1990), cujos seus valores são apresentados na Tabela 6 sugeriu como modelo mais adequado um $MA(3)$ por apresentar menor erro de previsão e ser o mais parcimonioso.

Modelo	BIC	MSE
MA(1)	-12986,41	99,2285
MA(2)	-12980,62	99,2265
MA(3)	-12974,89	99,2231
MA(4)	-13016,20	99,4041
MA(5)	-13009,59	99,3669
MA(6)	-13003,20	99,3066
MA(7)	-12997,31	99,2143
MA(8)	-13030,36	99,7014
MA(9)	-13038,14	99,9221

Tabela 6: Valores do BIC e MSE de modelos $MA(q)$, $q = 1,\dots,9$ ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.

O ajuste do modelo $MA(3)$ ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu e o coeficiente de cada modelo e seus respectivos desvios padrão é apresentado na Tabela 7, e tem modelo dado por

$$X_t = \mu - 0,2061X_{t-1} - 0,0145X_{t-2} - 0,0844\varepsilon_{t-3}$$

onde μ é a média das observações da série, ε_t é um ruído branco com média zero e variância σ^2 e X_{t-q} , $q = 1,2,3$ são os valores passados da série.

A figura 12 apresenta o ajuste do modelo $MA(3)$ a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Modelo	Coefficiente	D. P.
MA(1)	0,2061	0,0274
MA(2)	0,0145	0,0277
MA(3)	0,0844	0,0275
MA(4)	0,1986	0,0276
MA(5)	0,0038	0,0265
MA(6)	-0,0135	0,0276
MA(7)	0,0245	0,0273
MA(8)	0,2071	0,0279
MA(9)	0,1076	0,0276

Log Verossimilhança 6555,95

Tabela 7: Ajuste de um modelo MA(3) ao coeficiente de escoamento do Jacu.

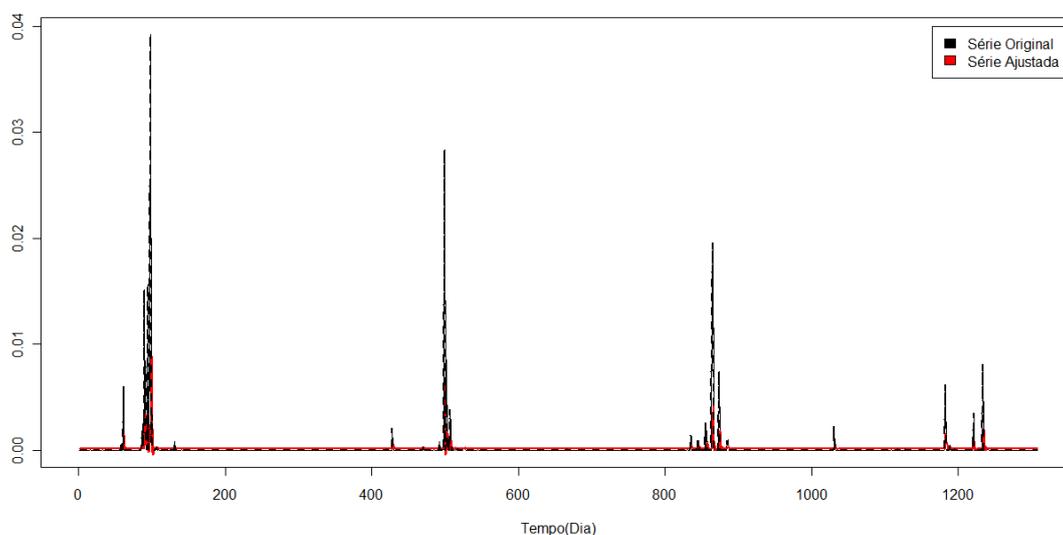


Figura 12: Ajuste do modelo MA(3) ao coeficiente de escoamento do Jacu.

A Figura 13 mostra o ajuste ampliado (zoom) nos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, isto é, nos pontos onde ocorre elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Onde (a) é primeiro pico, (b) é o segundo pico, (c) é o terceiro pico e (d) é o quarto pico da série, visualizados na Figura 12 respectivamente.

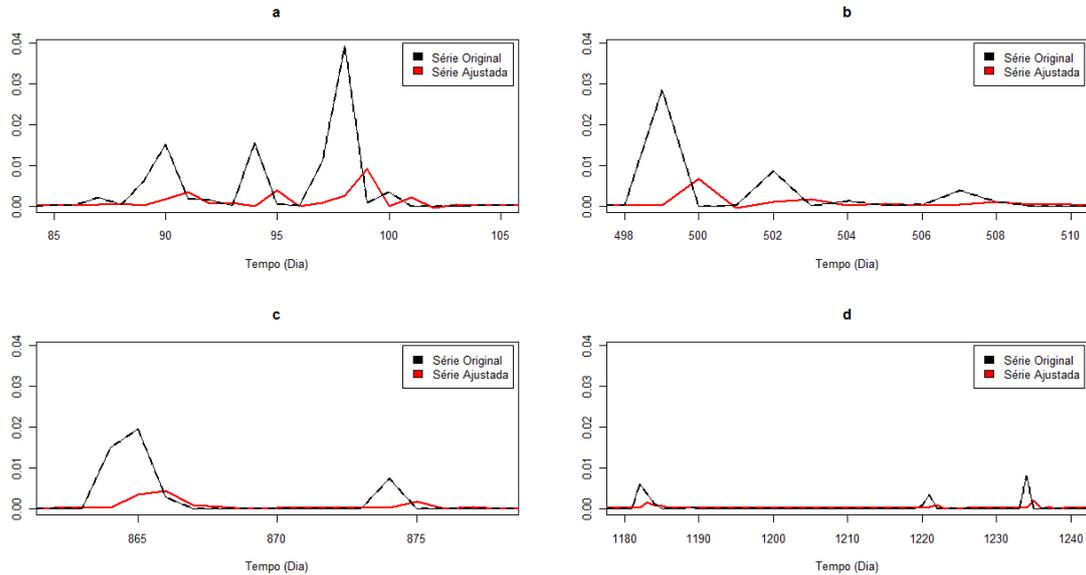


Figura 13: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um $MA(3)$

A Figura 13 mostra o ajuste do modelo $MA(3)$ ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, onde a linha preta é a série original e a linha vermelha é o ajuste. De acordo com Figura 13 a qualidade do ajuste não é satisfatória, isto é, existe indícios de que um modelo $MA(q)$ não é um modelo adequado para modelagem e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Um teste de validação do modelo ajustado foi realizado, visando esclarecer melhor a qualidade do ajuste do modelo $MA(3)$, o qual teve o mais baixo erro quadrático médio (MSE). O teste de validação aqui utilizado foi teste de Box-Pierce (Morettin e Toloí., 2006), que retorna o gráfico dos resíduos padronizados, o correlograma das auto correlações residual, e o gráfico dos p -valores do teste de Ljung-Box para as auto correlações de ordem 1, 2,... apresentados na Figura 14 respectivamente.

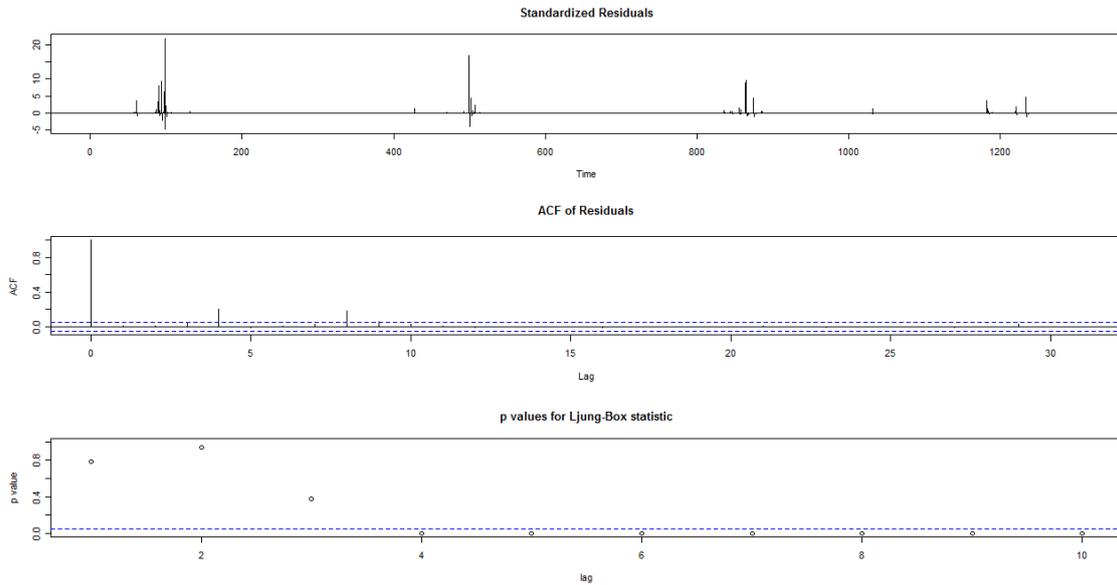


Figura 14: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao $MA(3)$.

Observa-se no gráfico das auto correlações residual apresentado na Figura 14, uma correlação serial em consequência dos “lags” 4 e 8 serem significativos, a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é correlacionada. Outro problema visível é os p -valores no teste Box-Pierce sendo zero em sua grande maioria, levando a rejeição da hipótese nula H_0 (Não existe correlação serial) em favor da hipótese alternativa H_1 (existe correlação serial). Estes resultados mostram que os resíduos amostrais estão afastados dos verdadeiros resíduos. Logo as auto correlações dos resíduos são diferentes de zero, indicando que o modelo $MA(3)$ não representa de forma adequada o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

4.3.1.3 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo e de Médias Móveis $ARMA(p,q)$

No caso geral de um modelo $ARMA(p,q)$, verifica-se que a função de auto correlação parcial decresce a medida que os “lags” aumentam, mais sem padrão definido, a função de auto correlação por sua vez tem um declínio ou corte a partir de p .

Apesar das funções de auto correlação e autocorrelação parcial apresentadas na Figura 8 indicarem o comportamento de um modelo *ARMA* na série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, não é fácil identificar as ordens “*p*” e “*q*” apenas com a visualização gráfica das funções de auto correlação e auto correlação parcial, necessitando-se de outros critérios para a identificação de um modelo *ARMA*(*p*, *q*) mais adequado. De acordo com a literatura os modelos *ARMA*(*p*, *q*) geralmente não tem parâmetro com valores elevados, o que possibilita em um modelo menos parcimonioso em previsões, logo neste trabalho fixamos um modelo *ARMA*(6, 6) como sendo de ordem superior, e outros critérios de ajustamento como *BIC* (Morettin e Toloi., 2006) e o *MSE* (Brockwell e Davis., 1990) cujos valores estão apresentados na Tabela 8 indicaram como modelo mais adequado um *ARMA*(3,4), ou seja, indicou um modelo mais parcimonioso do que o sugerido pelas funções de auto correlação e auto correlação parcial.

Modelo	Ordem	BIC	MSE	Modelo	Ordem	BIC	MSE
1	ARMA(1,1)	-12995,28	100,04	19	ARMA(4,1)	-13019,11	99,70
2	ARMA(1,2)	-13003,55	100,08	20	ARMA(4,2)	-13012,82	99,78
3	ARMA(1,3)	-13003,54	100,12	21	ARMA(4,3)	-13014,90	99,40
4	ARMA(1,4)	-13009,48	99,38	22	ARMA(4,4)	-13005,68	99,97
5	ARMA(1,5)	-13002,65	99,34	23	ARMA(4,5)	-13016,67	100,00
6	ARMA(1,6)	-12996,10	99,30	24	ARMA(4,6)	-13024,91	99,99
7	ARMA(2,1)	-12974,78	99,23	25	ARMA(5,1)	-13014,35	99,70
8	ARMA(2,2)	-12999,27	100,10	26	ARMA(5,2)	-13009,58	100,09
9	ARMA(2,3)	-13001,94	100,05	27	ARMA(5,3)	-13008,54	99,29
10	ARMA(2,4)	-13016,49	99,24	28	ARMA(5,4)	-13008,70	100,02
11	ARMA(2,5)	-13009,86	99,20	29	ARMA(5,5)	-13010,24	100,01
12	ARMA(2,6)	-13006,14	99,27	30	ARMA(5,6)	-13002,85	100,00
13	ARMA(3,1)	-13008,71	100,12	31	ARMA(6,1)	-13004,52	99,71
14	ARMA(3,2)	-13001,76	100,11	32	ARMA(6,2)	-13002,41	100,08
15	ARMA(3,3)	-13014,35	100,06	33	ARMA(6,3)	-13027,34	100,15
16	ARMA(3,4)	-13014,87	99,17	34	ARMA(6,4)	-13021,38	100,13
17	ARMA(3,5)	-13008,92	99,20	35	ARMA(6,5)	-13022,34	100,12
18	ARMA(3,6)	-13002,58	99,24	36	ARMA(6,6)	-13016,82	100,04

Log Verossimilhança 6537,14

Tabela 8: Ajuste de um modelo *ARMA*(3,4) ao coeficiente de escoamento do Jacu.

O ajuste do coeficiente de escoamento superficial ao modelo $ARMA(3,4)$, assim como o seus respectivos desvios padrão é apresentado na tabela acima, e tem o seguinte modelo ajustado

$$X_t = -0,2X_{t-1} - 0,2X_{t-2} - 0,5X_{t-3} + \mu - 0,4\varepsilon_{t-1} - 0,3\varepsilon_{t-2} - 0,6\varepsilon_{t-3} - 0,3\varepsilon_{t-4}$$

onde μ é a média das observações dos termos médias moveis da serie, ε_t é um ruído branco com média zero e variância σ^2 , X_{t-q} , $q = 1,2,3$ são os valores passados da séries.

A figura 15 apresenta o ajuste do modelo $ARMA(3,4)$ a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

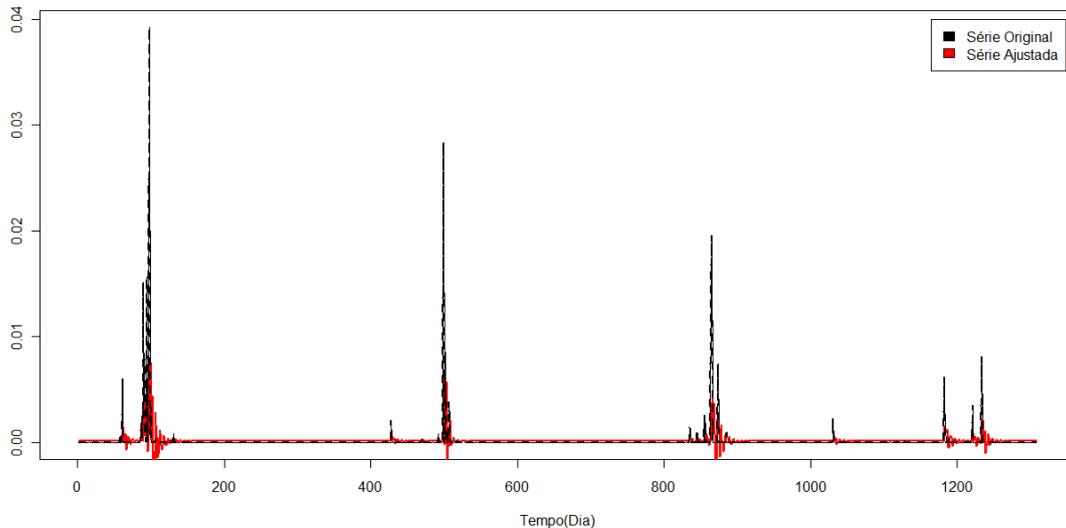


Figura 15: Ajuste do modelo $ARMA(3,4)$ ao coeficiente de escoamento do Jacu.

Uma ampliação (zoom) dos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é apresentada na Figura 16, isto é, nos pontos onde houve elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Sendo (a) o primeiro pico, (b) o segundo pico, (c) o terceiro pico e (d) o quarto pico da série visualizados na Figura 15 respectivamente.

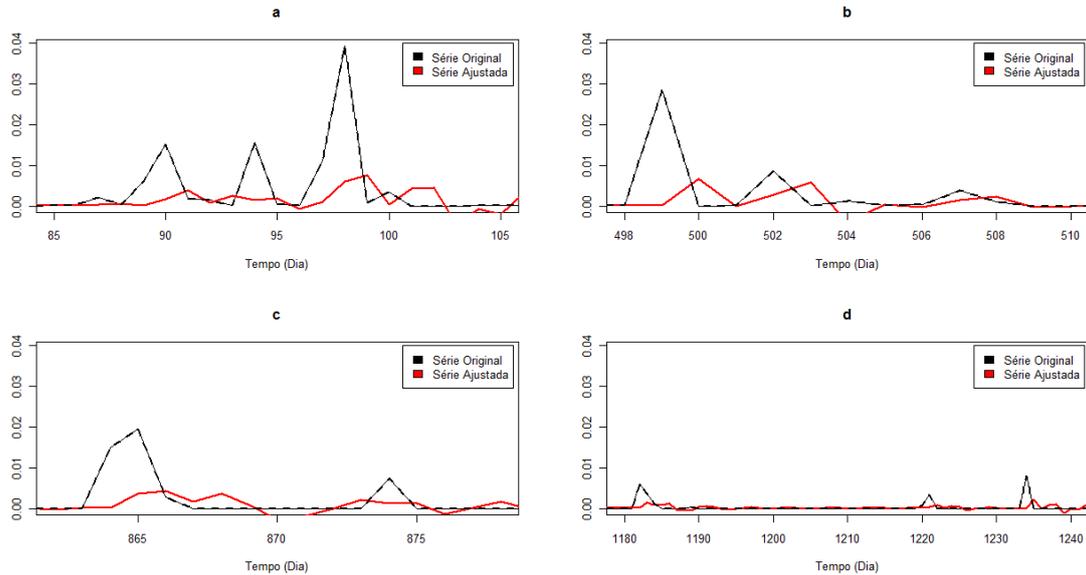


Figura 16: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um $ARMA(3,4)$.

A Figura 16 mostra o ajuste do modelo $ARMA(3,4)$ ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, onde a linha preta é a série original e a linha vermelha é o ajuste. De acordo com Figura 16 a qualidade do ajuste não é satisfatória, isto é, existe indícios de que um modelo $ARMA(p,q)$ não é um modelo adequado para modelagem e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Um teste de validação do modelo ajustado foi realizado, para melhor esclarecer a qualidade do ajuste do modelo $ARMA(3,4)$, o qual teve o mais baixo erro quadrático médio (MSE). O teste de Box-Pierce (Morettin e Toloí., 2006), utilizado para validar a qualidade do ajuste do modelo retorna o gráfico dos resíduos padronizados, o correlograma das auto correlações residual, e o gráfico dos p -valores do teste de Ljung-Box para as auto correlações de ordem 1, 2,... são apresentados na Figura 17 respectivamente.

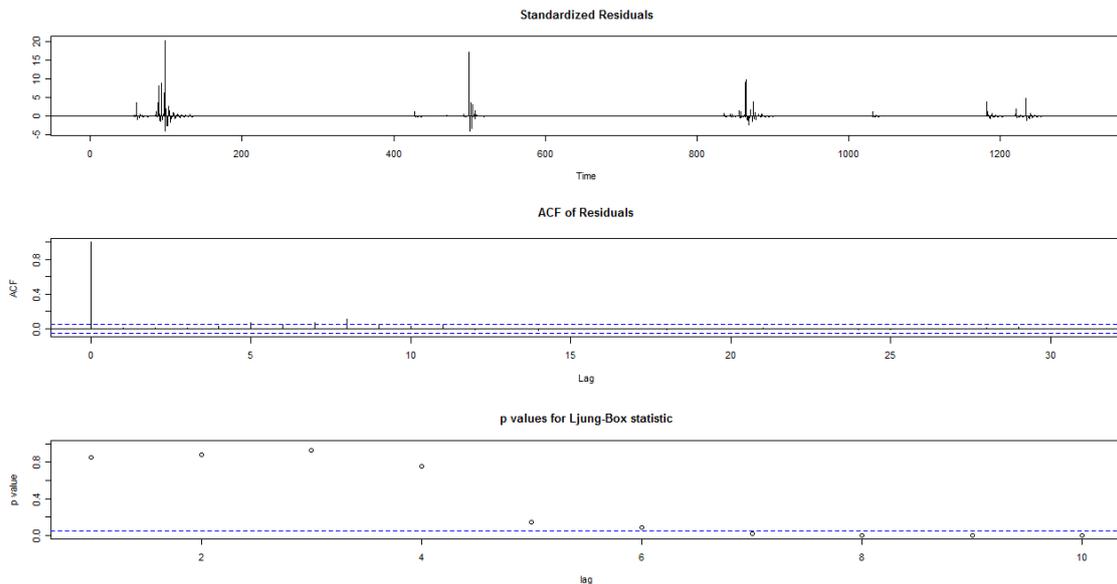


Figura 17: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado ao $ARMA(3)$.

O gráfico da autocorrelação residual da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu apresentado na Figura 17 tem os coeficientes 5, 7 e 8 significativos, o que indica uma correlação da série. Os p -valores do teste Box-Pierce observados no ultimo gráfico apresentado da Figura 17 são aproximadamente zero em sua grande maioria, levando a rejeição da hipótese nula H_0 (Não existe correlação serial) em favor da hipótese alternativa H_1 (existe correlação serial). Estes resultados mostram que os resíduos amostrais estão afastados dos verdadeiros resíduos. Logo as auto correlações dos resíduos são diferentes de zero, indicando que o modelo $ARMA(3,4)$ não representa adequadamente o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

4.3.1.4 Ajuste da série ao modelo Auto Regressivo Integrado e de Médias Móveis $ARIMA(p,d,q)$

Os modelos testados anteriormente não teve um ajuste esperado, deixando a desejar em relação a confiabilidade para se fazer previsão da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, apesar das funções de autocorrelação e auto correlação parcial apresentadas na Figura 8 indicar o comportamento de um modelo $ARMA$ nesta série.

No entanto, observa-se uma variância não constante, isto é, heteroscedasticidade na série do coeficiente de escoamento superficial da

bacia hidrográfica do Jacu apresentada na Figura 6. Assim, nesta subseção será experimentado ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu ao modelo Auto Regressivo Integrado e de Médias $ARIMA(p,d,q)$ com uma e duas diferenças ($d=1,2$) e $p=1,2,3$ e $q=1,2,3,4$, visto que o modelo $ARMA(p,q)$ observado na subseção 4.3.1.3 que melhor se adequou a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu teve como termo auto regressivo $p=3$ e termo de médias móveis $q=4$.

Os critérios de seleção de um modelo $ARIMA(p,d,q)$ mais apropriado para a previsão da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, foram os mesmos utilizados no ajuste desta série aos modelos $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p,q)$. Os referidos critérios são os de Informação de Informação Bayesiana (BIC) (Morettin e Toloi., 2006) e o erro quadrático médio (MSE) (Brockwell e Davis., 1990), cujos valores estão apresentados na Tabela 9 contemplou os modelos $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ com uma e duas diferenças respectivamente como os “melhores” ajustes no sentido de ter mais baixos valores de erro quadrático médio MSE e BIC para se fazer previsões do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Modelo ($d=1$)	BIC	MSE	Modelo ($d=2$)	BIC	MSE
ARIMA(1,1,1)	-12972,94	102,822	ARIMA(1,2,1)	-12542,77	102,880
ARIMA(1,1,2)	-12968,49	102,844	ARIMA(1,2,2)	-12939,51	102,986
ARIMA(1,1,3)	-12961,13	102,840	ARIMA(1,2,3)	-12936,25	102,866
ARIMA(1,1,4)	-12968,55	102,856	ARIMA(1,1,4)	-12928,88	102,937
ARIMA(2,1,1)	-12967,70	102,853	ARIMA(2,2,1)	-12714,76	102,881
ARIMA(2,1,2)	-12961,47	102,851	ARIMA(2,2,2)	-12935,85	102,864
ARIMA(2,1,3)	-12968,47	102,863	ARIMA(2,2,3)	-12926,90	102,963
ARIMA(2,1,4)	-12987,44	102,795	ARIMA(2,2,4)	-12934,85	102,866
ARIMA(3,1,1)	-12975,63	99,652	ARIMA(3,3,1)	-12841,86	102,882
ARIMA(3,1,2)	-12960,35	102,861	ARIMA(3,2,2)	-12968,49	102,868
ARIMA(3,1,3)	-13000,61	99,603	ARIMA(3,2,3)	-12930,16	102,866
ARIMA(3,1,4)	-12997,55	100,076	ARIMA(3,2,4)	-12928,49	102,866
ARIMA(3,1,3) Log Verossimilhança 6522,84 D. P. 0,0016					
ARIMA(2,2,2) Log Verossimilhança 6483,28 D. P. 0,0017					

Tabela 9: Ajuste de um modelo $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ ao coeficiente de escoamento do Jacu.

A Tabela 10 mostra os valores do *BIC*, *MSE* e desvio padrão D. P. dos modelos que melhor se ajustaram sem diferenciação, com uma e duas diferenças respectivamente da série do coeficiente de escoamento superficial respectivamente

Modelo	BIC	MSE	D. P.
ARIMA(3,0,4)	-13014,9	99,169	0,0016
ARIMA(3,1,3)	-13000,61	99,603	0,0016
ARIMA(2,2,2)	-12935,85	102,864	0,0017

ARIMA(3,0,4)	Log Verossimilhança	6537,14
ARIMA(3,1,3)	Log Verossimilhança	6522,84
ARIMA(2,2,2)	Log Verossimilhança	6483,28

Tabela 10: Ajuste dos modelos ARMA(3,4), ARIMA(3,1,3) e ARIMA(2,2,2) ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

A série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu sem diferenciação, com uma e duas diferenciações estão apresentadas na Figura 18 respectivamente

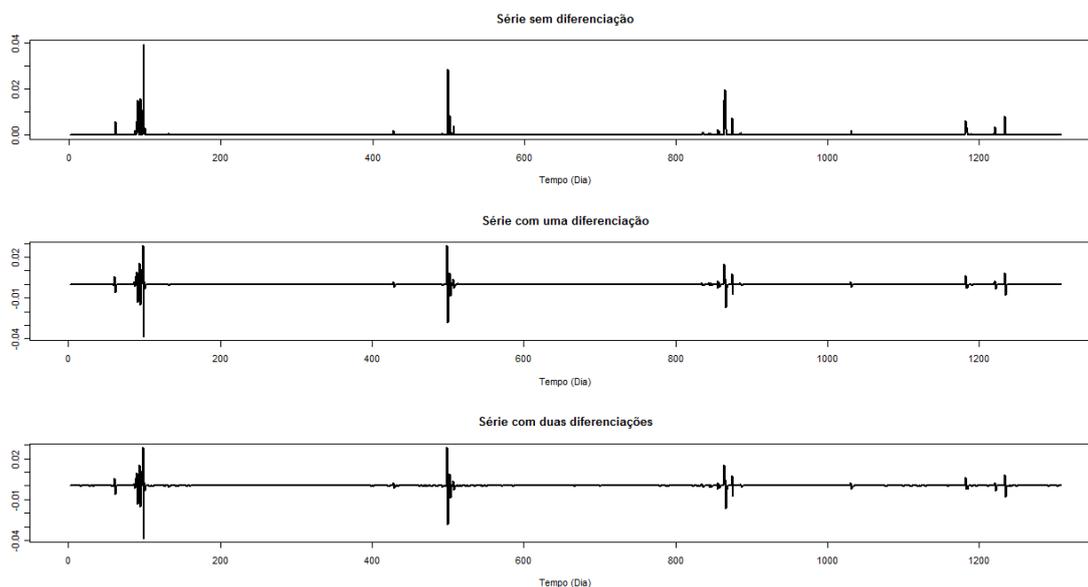


Figura 18: Série do coeficiente de escoamento superficial do Jacu sem diferenciação e com uma e duas diferenciações.

A Figura 19 apresenta o ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, sem diferenciação, com uma diferenciação e com duas diferenciações aos modelos *ARMA(3,4)*, *ARIMA(3,1,3)* e *ARIMA(2,2,2)* respectivamente.

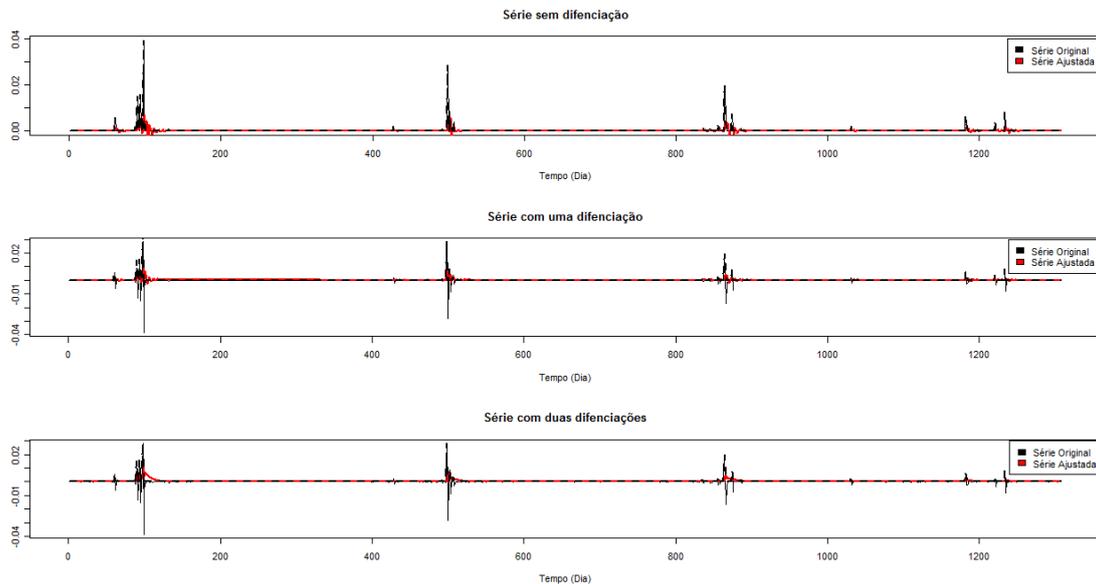


Figura 19: Ajuste do coeficiente de escoamento do Jacu sem diferenciação, com uma e duas diferenciações aos modelos $ARMA(3,4)$, $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$.

Uma ampliação (zoom) dos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu com uma diferenciação e duas diferenciações ajustada aos modelos $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ é apresentada nas Figuras 20, e 21, isto é, nos pontos onde houve elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Sendo (a) o primeiro pico, (b) o segundo pico, (c) o terceiro pico e (d) o quarto pico da série, visualizados nas Figuras 18 e 19, respectivamente. O zoom do ajuste sem diferenciação ao modelo $ARMA(3,4)$ foi apresentado anteriormente na Figura 16.

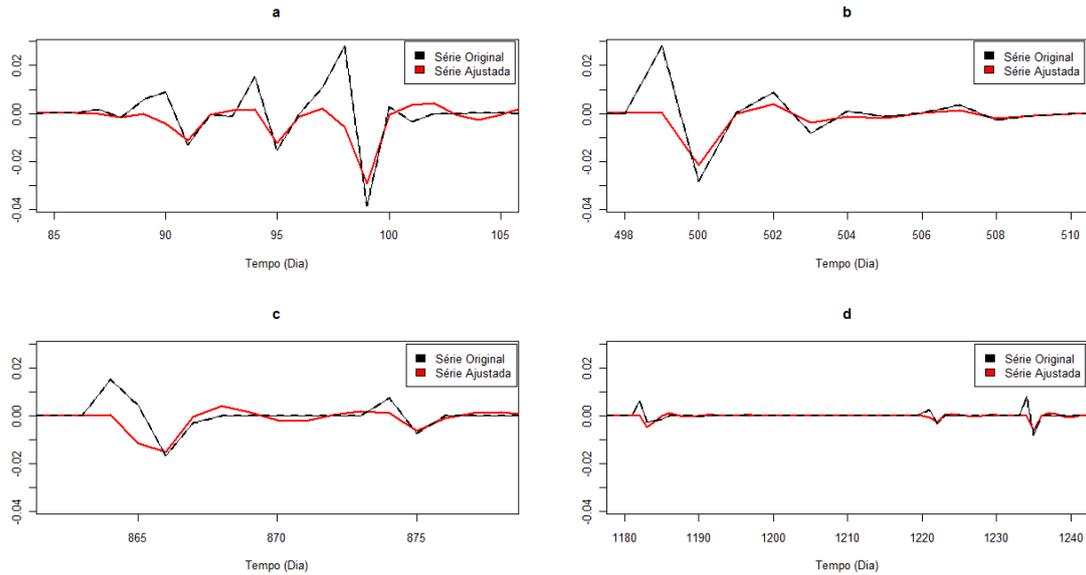


Figura 20: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um $ARIMA(3,1,3)$.

Os gráficos da Figura 20 comparam a série ajustada à série real do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. A curva do modelo ajustado $ARIMA(3,1,3)$ parece oferecer um ajuste não adequado. Apresenta, em poucos momentos, pontos com pequenas diferenças em relação à série original, como em (d) da Figura 20. De uma maneira geral a aproximação entre as curvas não se revelou satisfatória.

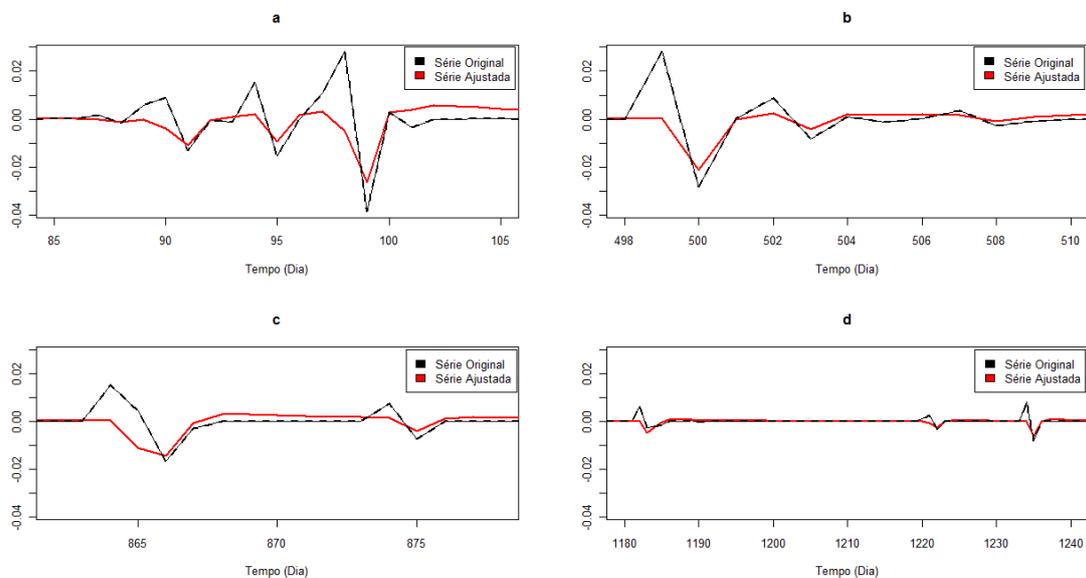


Figura 21: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento da bacia hidrográfica do Jacu ajustado a um $ARIMA(2,2,2)$.

Os gráficos da Figura 21 tem análise semelhante aos da Figura 20, onde a série é ajustada à série real do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. A curva do modelo ajustado $ARIMA(2,2,2)$ parece oferecer um ajuste não satisfatório.

O teste do erro quadrático médio MSE (Brockwell e Davis., 1990), apresentado na Tabela 10 sugere que o modelo com “melhor” ajuste é o $ARMA(3,4)$ e o critério de informação Bayesiana BIC (Morettin e Toloí., 2006) sugere o modelo $ARIMA(3,1,3)$. Plotar os dados ajustados versus dados reais também não ajudou a eliminar ou eleger um modelo como mais adequado. A verdade é que os testes apontaram três modelos como possíveis candidatos, mas não conseguiram distinguir qual deles é o mais adequado.

Um teste de validação dos modelos ajustados foi realizado, para melhor esclarecer a qualidade do ajuste dos modelos $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ os quais tiveram os mais baixos erros quadráticos médios (MSE) e valores do BIC observados na Tabela 9. O teste de Box-Pierce (Morettin e Toloí., 2006), utilizado para validar a qualidade do ajuste do modelo retorna o gráfico dos resíduos padronizados, o correlograma das auto correlações residual, e o gráfico dos p -valores do teste de Ljung-Box para as auto correlações de ordem 1, 2,... e estão apresentados nas Figuras 22 e 23 para os modelos $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$ respectivamente.

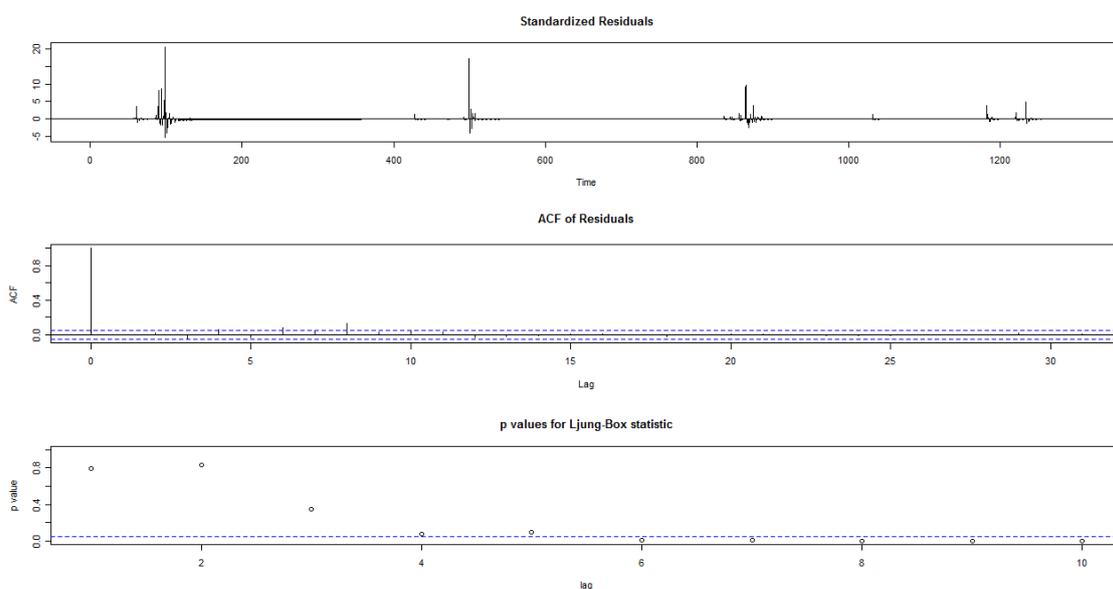


Figura 22: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente do Jacu ajustado ao $ARIMA(3,1,3)$.

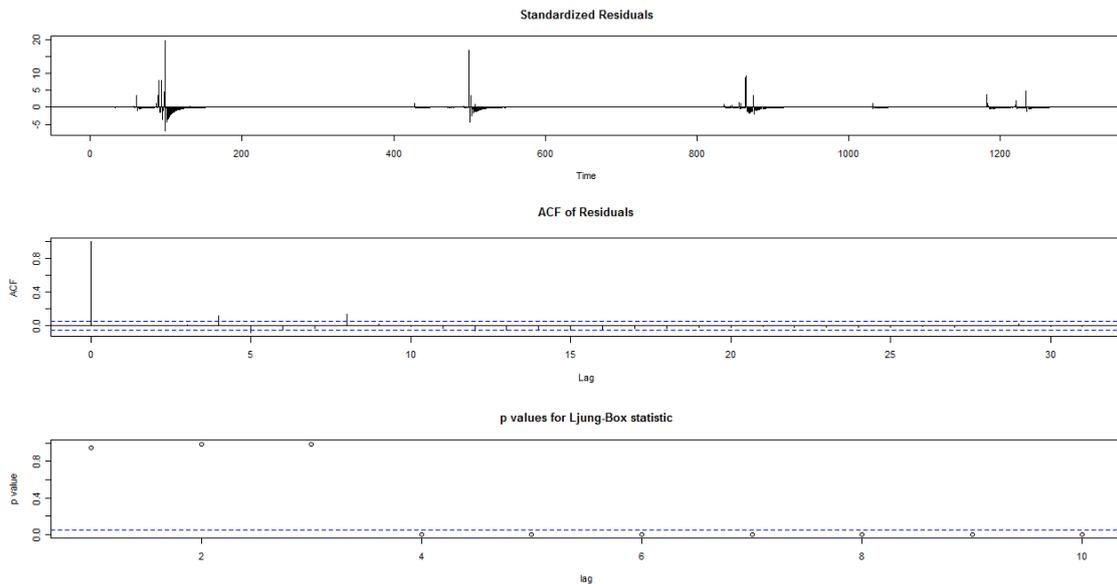


Figura 23: Teste de Box-Pierce para as auto correlações do coeficiente do Jacu ajustado ao $ARIMA(2,2,2)$

Os gráficos das autocorrelações residuais da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu apresentados nas FIGURAS 22 e 23 têm alguns coeficientes significativos nos modelos $ARIMA(3,1,3)$ e $ARIMA(2,2,2)$, indicado uma correlação serial nos dois ajustes. Os p -valores do teste Box-Pierce observados no ultimo gráfico apresentado das Figuras 22 e 23 são aproximadamente zero logo a partir de seus “lags” iniciais, levando a rejeição da hipótese nula H_0 (Não existe correlação serial) em favor da hipótese alternativa H_1 (existe correlação serial). Estes resultados mostram que os resíduos amostrais estão afastados dos verdadeiros resíduos. Desta forma, de acordo com os testes realizados o modelo mais adequado é o $ARMA(3,4)$, contudo o ajuste dos modelos de Box-Jenkins não se mostraram satisfatórios para o ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Os ajustes realizados nas subseções acima buscou um modelo que se adequasse com qualidade ao coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. No entanto de acordo com os testes realizados, isto é, MSE , BIC e $Box-Pierce$, os modelos de Box-Jenkins (Box *et al.*, 1994), ajustados não são adequados para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Assim se faz necessários modelos mais robustos para análise e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Desta forma, nas próximas subseções, a série será ajustada aos modelos não lineares de variância condicional *ARCH* e *GARCH*.

4.3.1.5 Ajuste da série ao modelo *ARCH* (p)

O primeiro passo para um ajuste a um modelo *ARCH* (Morettin e Toloi., 2006) é verificar se o quadrado dos resíduos do modelo *ARMA*(3,4) apresentam heteroscedasticidade condicional, examinada pela função de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos, que estão apresentadas na Figura 24. A função de autocorreção indica a existência de heteroscedasticidade e a função de autocorrelação parcial do quadrado dos resíduos sugere um modelo *ARCH*(3). Para confirmar esse fato, é verificado os valores do Critério de Informação Bayesiana (*BIC*) para a seleção de modelos *ARCH*(*j*), *j* = 1, 2, 3 apresentado na Tabela 11. Contudo o modelo *ARCH*(1) foi indicado como o mais adequado pelo *BIC*, dado por

$$h_t = 0,0000025 + 0,05X_{t-1}^2$$

onde h_t é a variância condicional do modelo e X_{t-1}^2 é o tempo da série.

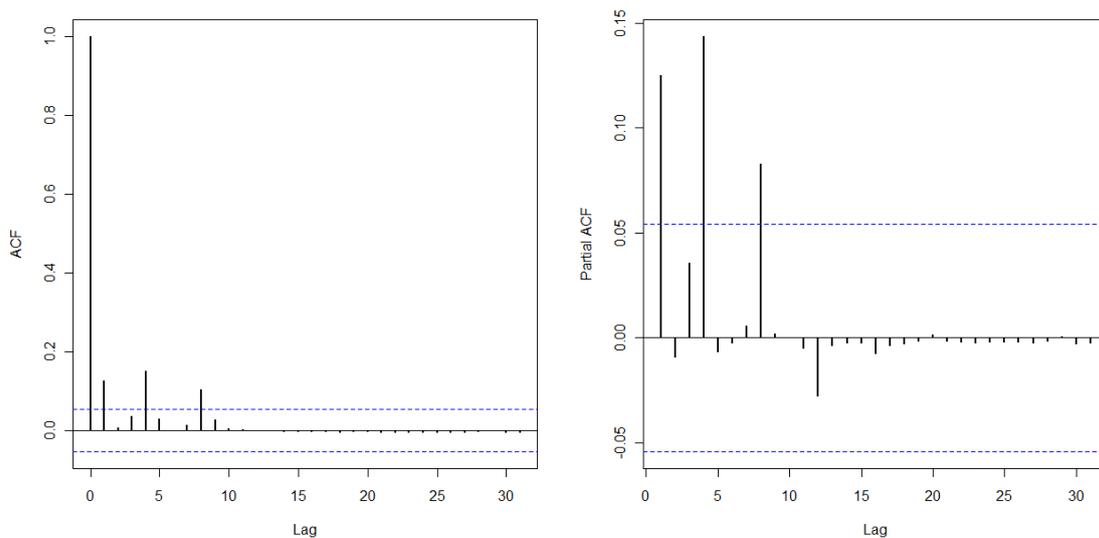


Figura 24: Função de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo *ARMA*(3,4).

Claramente se percebe a presença de efeitos *ARCH*, pois existe uma estrutura de autocorrelação nos quadrados dos resíduos apresentados na Figura 23.

Modelo	BIC
ARCH(1)	-13049,31
ARCH(2)	-13031,14
ARCH(3)	-13012,98

Tabela 11: Valores do BIC de modelos ARCH(j), j = 1, 2, 3 ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.

O ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu ao modelo *ARCH(1)* é apresentado na Figura 25.

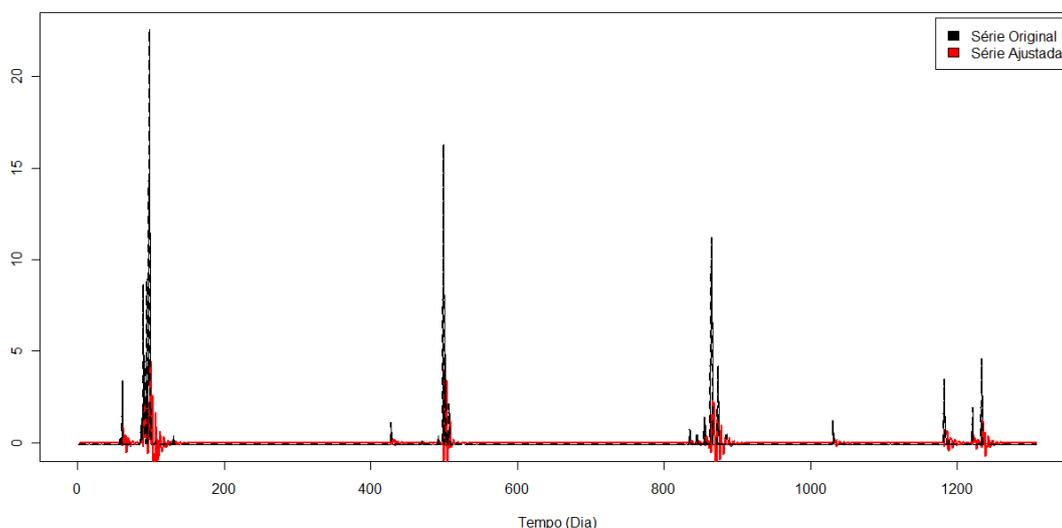


Figura 25: Ajuste do modelo ARCH(1) ao coeficiente de escoamento do Jacu.

Um (zoom) ou ampliação dos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é apresentado na Figura 26, isto é, nos pontos onde houve elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Sendo (a) o primeiro pico, (b) o segundo pico, (c) o terceiro pico e (d) o quarto pico da série visualizados na Figura 24 respectivamente.

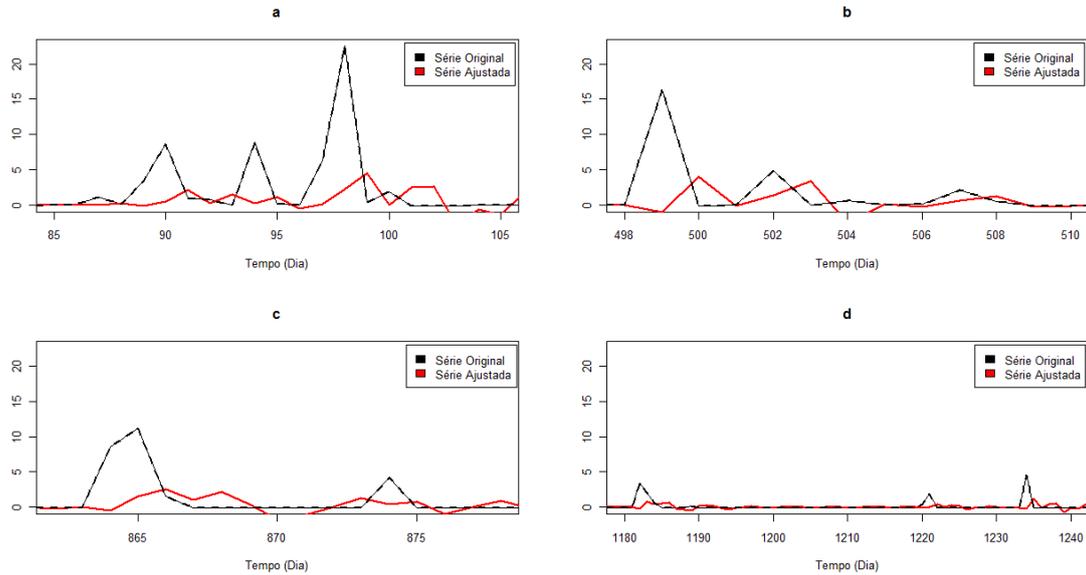


Figura 26: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um $ARCH(1)$.

O ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu ao modelo $ARCH(1)$, é visualizado na Figura 26, onde a linha preta é a série original e a linha vermelha é o ajuste. Então é visível que o ajuste não é satisfatório, tornando um modelo $ARCH(1)$ ou da família $ARCH$ não adequado para modelagem e previsão do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

Um teste de validação ou diagnóstico do modelo ajustado foi realizado, para ser verificada a qualidade do ajuste do modelo $ARCH(1)$, o qual teve o mais baixo BIC . A especificação do modelo $ARCH(1)$ é apresentada na Figura 27 com a função de autocorrelação parcial e o teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados, com o intuito de verificar a validação ou diagnosticar o modelo.

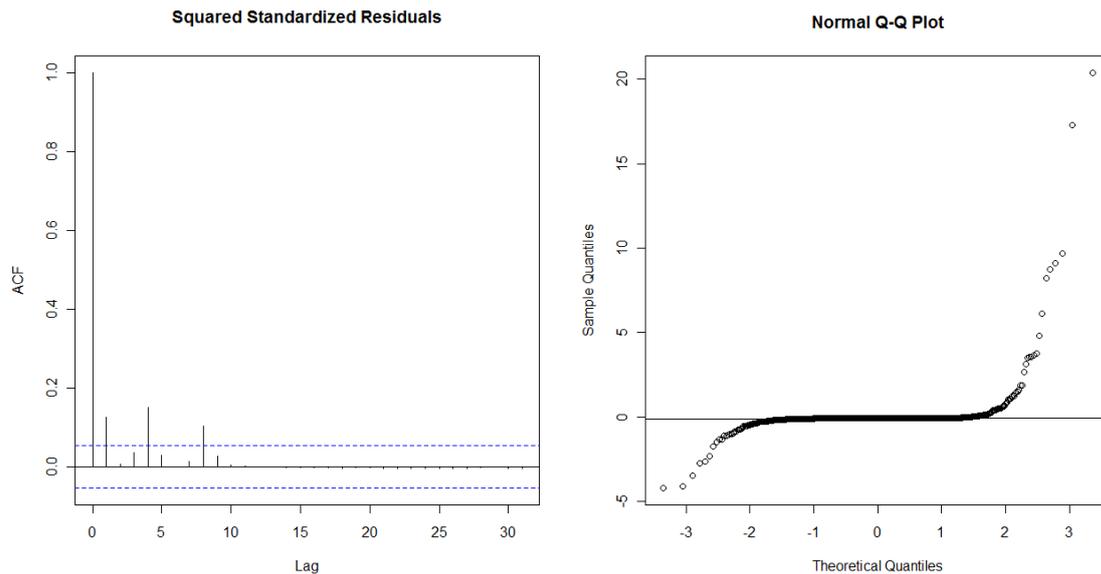


Figura 27: Função de autocorrelação e teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados para o modelo ARCH(1).

De acordo com figura 27 observa-se uma autocorrelação serial dos quadrados dos resíduos padronizados visualizada na função de autocorrelação, indicando que o modelo $ARCH(1)$ não é adequado para o coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. A inadequação do modelo $ARCH(1)$ é confirmada pelo teste de normalidade, visto que o desvio do padrão da linha reta nas extremidades do gráfico QQ plot trás provas contra a normalidade dos resíduos. Logo, o modelo $ARCH(1)$ não está corretamente especificado para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. No entanto, o modelo $ARCH(1)$ é o mais adequado, o menos “ruim” entre os modelos da família $ARCH$, para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

4.3.1.5 Ajuste da série ao modelo GARCH (p,q)

A série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu será novamente analisada. Dessa vez será testado um ajuste a um modelo $GARCH$. Os procedimentos para o ajuste são os mesmos da família $ARCH$, tendo em vista que os modelos $GARCH$ é uma generalização dos modelos $ARCH$.

A presença de efeitos *ARCH/GARCH* ou heteroscedasticidade condicional é observada pelas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo *ARMA(3,4)* apresentadas na Figura 24, da seção 4.3.1.5.

No geral não é fácil a identificação da ordem de um modelo *GARCH*. Na literatura é recomendado o uso de modelos de ordem baixa (Morettin, 2004), tais como *GARCH(1,1)*, *GARCH(1,2)*, *GARCH(2,1)* e *GARCH(2,2)* e sua escolha deve ser baseada em outros critérios, entre eles, o de Informação Bayesiana *BIC* (Morettin e Toloi., 2006). Aqui a ordem do modelo mais adequado a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é selecionado com o auxílio dos valores do *BIC* apresentados na Tabela 12, entre os modelos *GARCH(p,q)*, $p, q = 1, 2, 3$, por observa-se três coeficientes significativos nos primeiros “lags” das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial dos quadrados dos resíduos do modelo *ARMA(3,4)* apresentadas na Figura 24. Então de acordo com o *BIC*, o modelo escolhido é o *GARCH(1,2)* como o mais adequado

Modelo	BIC
GARCH(1,1)	-14042,03
GARCH(1,2)	-14576,66
GARCH(1,3)	-14003,08
GARCH(2,1)	-14033,97
GARCH(2,2)	-14007,04
GARCH(2,3)	-13977,34
GARCH(3,1)	-14033,12
GARCH(3,2)	-13958,34
GARCH(3,3)	-13994,06

Tabela 12: Valores do BIC de modelos *GARCH(p,q)*, $p, q = 1, 2, 3$, ajustados ao coeficiente de escoamento do Jacu.

O ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu ao modelo *GARCH(1,2)*, é apresentado na figura 28, e tem o seguinte modelo ajustado

$$h_t = 0,1295X_{t-1}^2 + 1,851X_{t-2}^2 + 0,7914h_{t-1}^2$$

onde h_t é a variância condicional do modelo e X_{t-q}^2 , $q = 1, 2$ é o tempo da série.

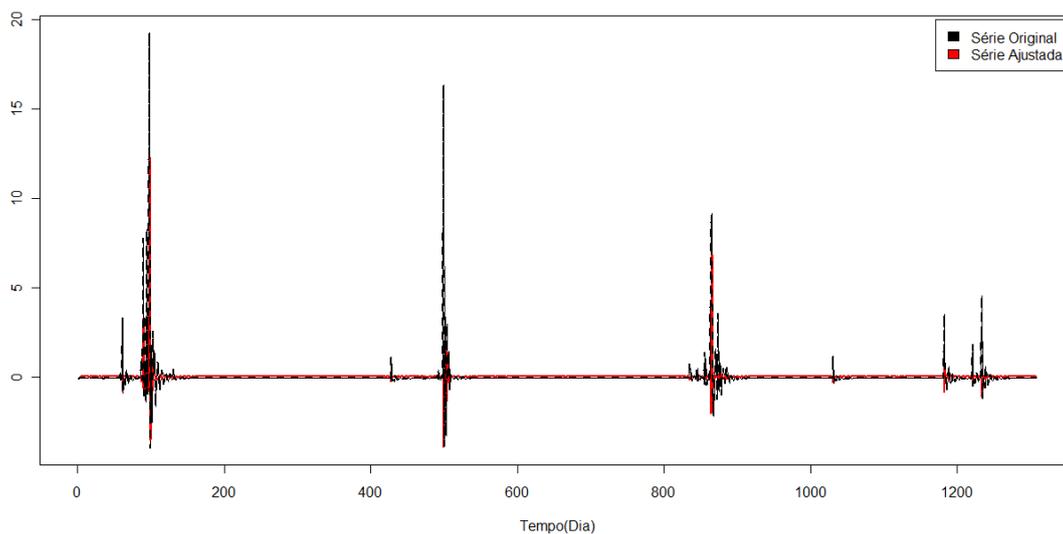


Figura 28: Ajuste do modelo GARCH(1,2) ao coeficiente de escoamento do Jacu.

Um (zoom) ou ampliação dos picos da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu é apresentado na Figura 29, nos pontos onde houve elevação do coeficiente de escoamento que corresponde aos períodos com precipitações elevadas. Sendo (a) o primeiro pico, (b) o segundo pico, (c) o terceiro pico e (d) o quarto pico da série visualizados na Figura 28 respectivamente.

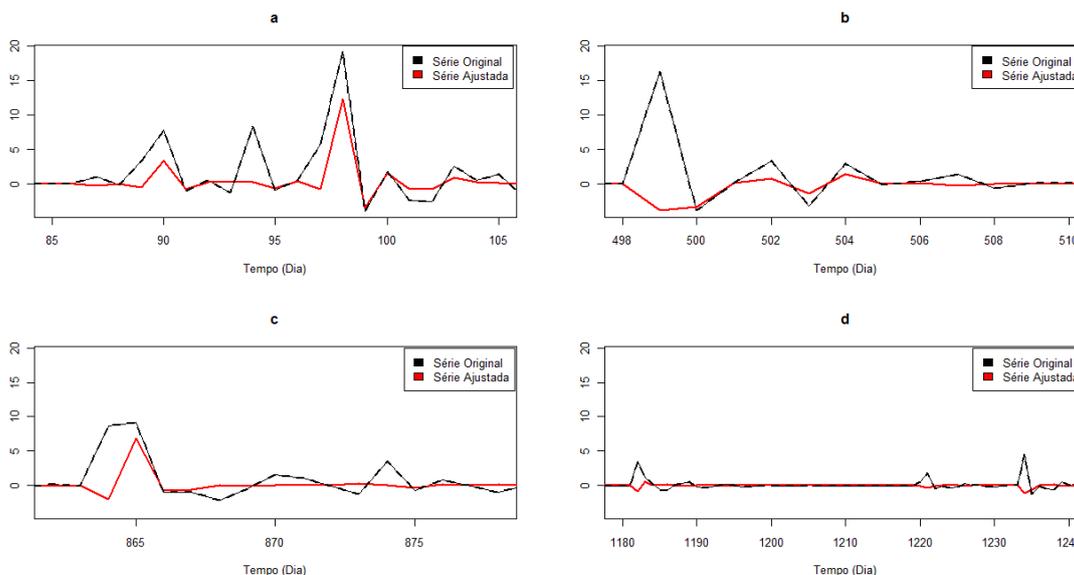


Figura 29: Zoom dos pontos de elevações do coeficiente de escoamento do Jacu ajustado a um GARCH(1,2).

O ajuste do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu ao modelo $GARCH(1,2)$, é visualizado na Figura 29, onde a linha preta é a série original e a linha vermelha é o ajuste. Então é visível que o ajuste do modelo $GARCH(1,2)$ não é adequado para modelagem e previsão da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Assim se pode concluir que modelos *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* $ARCH(p)$ e os modelos *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* $GARCH(p,q)$ não se ajusta adequadamente a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu por esta série ser ruidosa.

Uma avaliação mais criteriosa do modelo ajustado foi realizado, para se analisar a qualidade do ajuste do modelo $GARCH(1,2)$, o qual teve o mais baixo BIC . A especificação do modelo $GARCH(1,2)$ é apresentada na Figura 30 com a função de autocorrelação parcial e o teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados, com o intuito de verificar a validação ou diagnosticar o modelo.

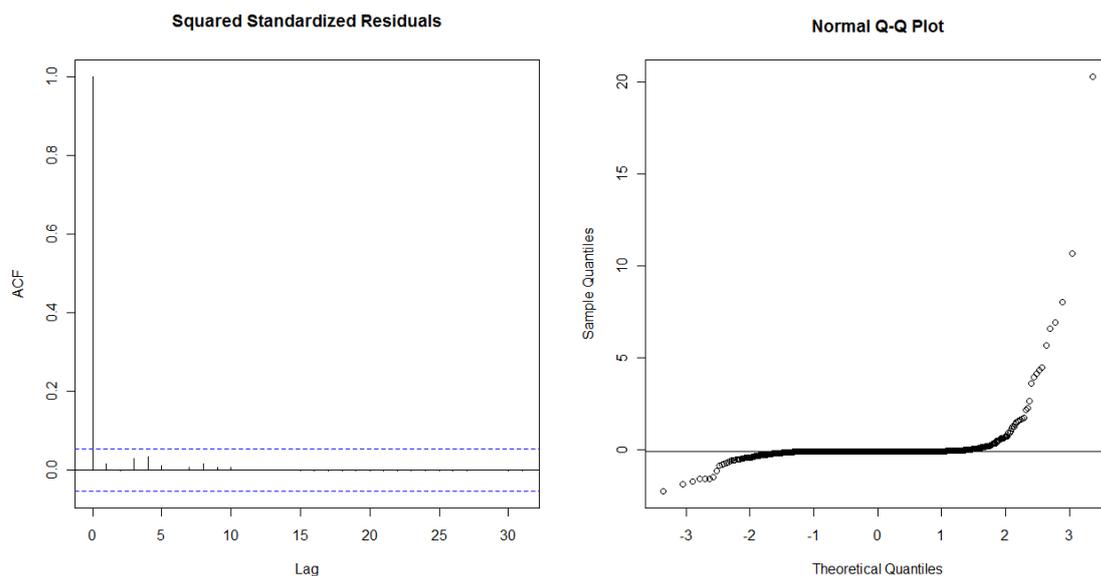


Figura 30: Função de autocorrelação e teste de normalidade QQ plot do quadrado dos resíduos padronizados para o modelo $GARCH(1,2)$.

O gráfico da função de autocorrelação dos quadrados dos resíduos padronizados apresentado na Figura 30 mostra que aparentemente o modelo $GARCH(1,2)$ eliminou a estrutura de auto correlação entre os resíduos.

Porém o gráfico do teste de normalidade QQ plot, mostra um desvio considerável da linha reta em suas extremidades, e desta forma levando à fortes evidências contra a normalidade dos resíduos. Desta forma o modelo $GARCH(1,2)$ não está corretamente especificado para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. No entanto os modelos $ARCH(1)$ e $GARCH(1,2)$ se mostraram como os mais apropriados ou menos inadequados para série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu de acordo com os testes realizados.

5. Ajuste da função de probabilidade a série do coeficiente de escoamento do Jacu

Neste capítulo serão feitos ajustes do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu no semiárido do estado de Pernambuco aos modelos exponenciais e lei de potência.

As análises foram feitas no *Software Matlab* em sua versão 7.12.0 com a utilização da função *Curve Fitting* do pacote estatístico *Toolbox*.

Os dados do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu foram ajustados aos modelos exponencial e potencial, que se encontra na Tabela 5.1, bem como, a soma dos erros quadrados médios dos ajustes de acordo com os métodos da região de confiança (TR) e de Levenberg-Marquardt (LM). Ainda na Tabela 5.1, consta, o coeficiente B da função exponencial pelos métodos (TR) e (LM) e a variabilidade ou desvio padrão (σ) do coeficiente de escoamento superficial de cada série observada.

(Anos)	σ	SSE(TR)		SSE(LM)		Coef.B		a
		Pot.	Exp.	Pot.	Exp.	B(TR)	B(LM)	Constante
2008	0,00296	0,109	0,044	0,109	0,044	-0,315	-0,315	0,35
2009	0,00220	0,019	0,052	0,019	0,052	-0,149	-0,149	0,17
2010	0,00136	0,144	0,427	0,144	0,427	-0,526	-0,526	0,78
2011	0,00096	0,011	0,043	0,011	0,043	-0,336	-0,336	0,24
S.Com.	0,00210	0,063	0,029	0,063	0,029	-0,211	-0,211	0,31

Tabela 13: Ajuste do coeficiente de escoamento do Jacu a Função Exponencial e Lei de Potencia no período de 2008 a 2011.

Na análise dos ajustes observa-se que a Função de Potência obteve melhor ajustes nos anos de 2009, 2010 e 2011, enquanto a função exponencial ajustou-se melhor no ano de 2008, e no ajuste para série completa. Assim, Função de Potência foi escolhida para representar a função de densidade de probabilidade do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu, a qual é utilizada na distribuição de Maxwell-Boltzmann. Portanto, no sistema “bacia hidrográfica do riacho Jacu” o seu coeficiente de escoamento superficial (variável ou característica macroscópica) é um macroestado, então sendo possível fazer uma analogia entre os diversos valores do coeficiente de escoamento superficial como sendo os microestados dessa variável macroscópica, e a variabilidade apresentada pelo coeficiente de escoamento esta associada a entropia do sistema “atmosfera-vegetação-solo” que interferem e determinam os valores do escoamento superficial. Assim, as características do coeficiente de escoamento são maximizadas com o ajuste a função exponencial diminuindo, dessa forma, os erros aleatórios (ϵ) na inferência dessa variável, como por exemplo, média, variância, etc...

Mattos Neto *et al* (2011), utilizaram a função de densidade de probabilidade de Maxwell-Boltzmann também numa analogia para avaliação da volatilidade de indicadores econômicos nos mercados financeiros do mundo. Cada microestado desses sistemas macroscópico sofre variações que não são mensuráveis ou estimáveis, mas que podem ser obtidas com o ajuste a função de densidade de probabilidade de Maxwell-Boltzmann. Packard e Gomez (2012) utilizando parte da teoria de Maxwell-Boltzmann desenvolveram um modelo para respiração do zooplâncton.

As Figuras 31 e 32 mostram os ajustes do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu da série do ano de 2008 à Função Exponencial na escala semi-log e a Lei de Potência na escala log-log pelo método da região de confiança. Os pontos azuis são as observações experimentais e a linha vermelha é o ajuste. Na Função Exponencial com escala semi-log o ajuste se adequa melhor pelo fato de linearizar os valores, como mostrado pela reta obtida na Figura 31, que é capaz de obter um bom ajuste para todas as regiões da função de densidade de probabilidade do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu.

Na Lei de Potência com escala log-log o ajuste mostrou-se menos preciso, se ajustando apenas em algumas regiões da função densidade probabilidade.

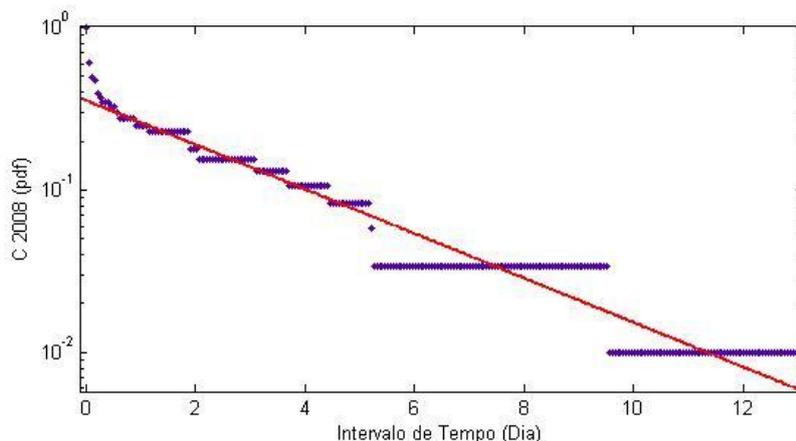


Figura 31: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2008.

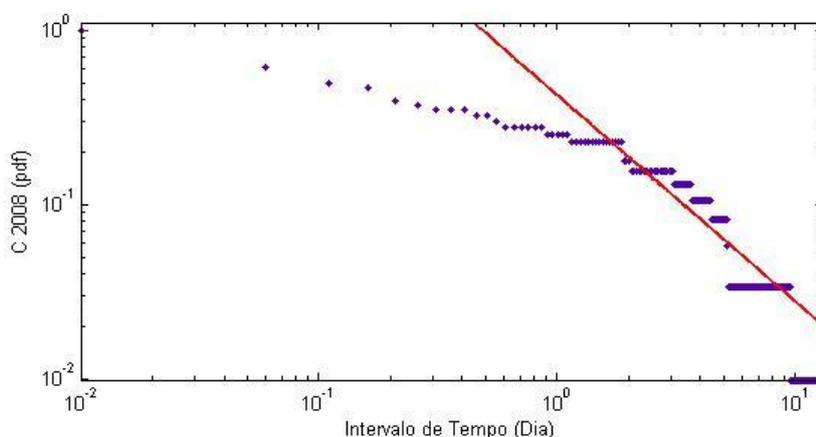


Figura 32: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potência na escala log-log para o ano de 2008.

O ajuste para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu do ano de 2009, ajustada a Função Exponencial na escala semi-log e a Lei de Potência na escala log-log está apresenta nas Figuras 33 e 34 respectivamente. A série teve um melhor ajuste à Lei de Potência na escala log-log por ter um bom ajuste em todas as regiões da função de densidade probabilidade do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu. A Função Exponencial na escala semi-log não representou adequadamente a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, por apresentar vários pontos distantes da reta de ajuste.

A linha vermelha é o ajuste e os pontos azuis são as observações experimentais.

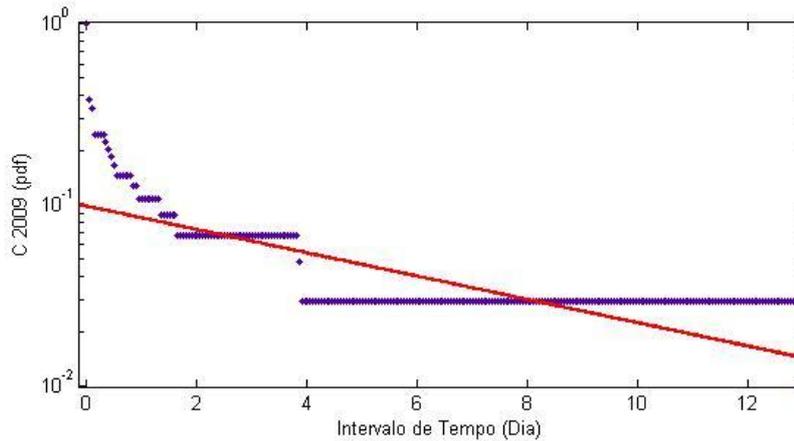


Figura 33: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2009.

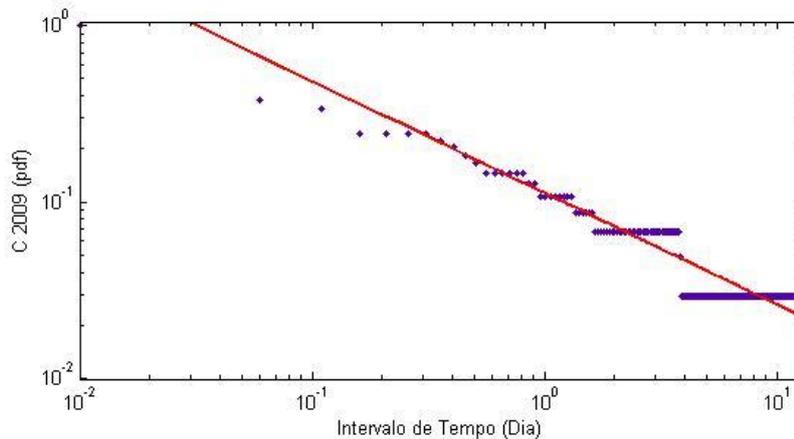


Figura 34 Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potência na escala log-log para o ano de 2008.

A série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu do ano de 2010 teve um comportamento semelhante ao ano de 2009, isto é, se ajustou de forma mais adequada a Lei de Potência na escala log-log, por esta apresentar um bom ajuste para todas as regiões da função densidade probabilidade da série, em comparação com a Função Exponencial na escala semi-log, que não obteve uma boa adequação a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu, por não ter um bom ajuste em parte da sua função densidade probabilidade. O ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu a Função Exponencial na escala semi-log e a Lei de Potência na escala log-log está apresentada nas

Figuras 35 e 36 respectivamente, onde os pontos azuis são as observações experimentais e a linha vermelha é o ajuste.

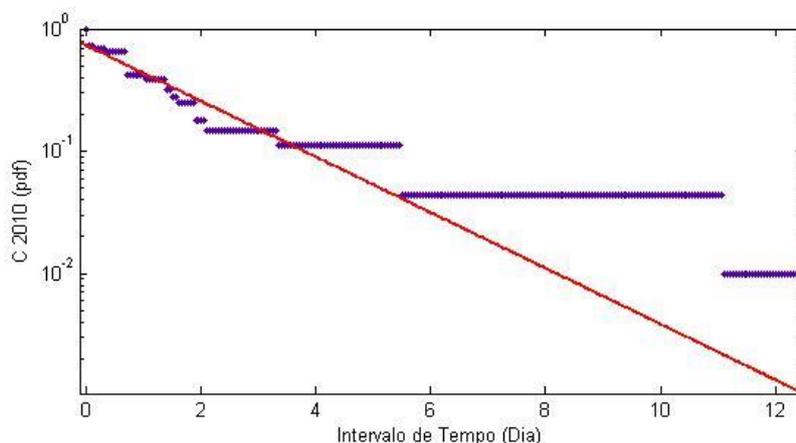


Figura 35 Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2010.

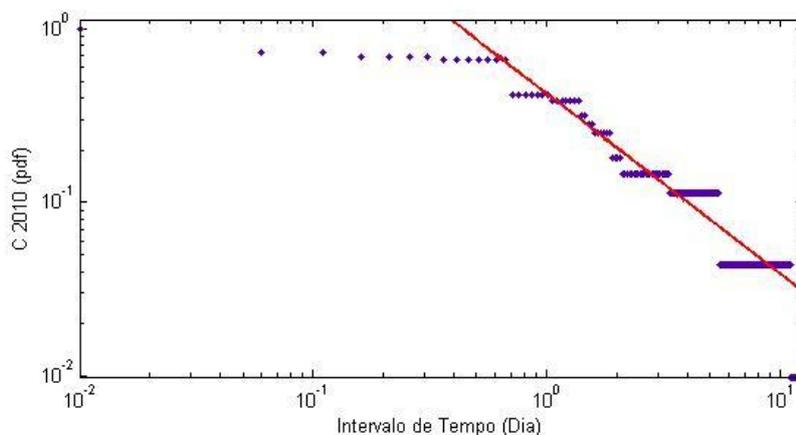


Figura 366: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para o ano de 2010.

O ano de 2011 teve sua série de coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu se ajustando de forma mais adequado a Lei de Potência na escala log-log, assim como nos anos de 2009 e 2010. Por outro lado não se verifica um bom ajuste da série à Função Exponencial em escala semi-log devido a sua reta ajustada estar afastada dos pontos observados em grande parte desta reta. As Figuras 37 e 38 apresentam os ajustes da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log e à Lei de Potência na escala log-log

respectivamente. A linha vermelha é o ajuste e os pontos azuis são as observações experimentais.

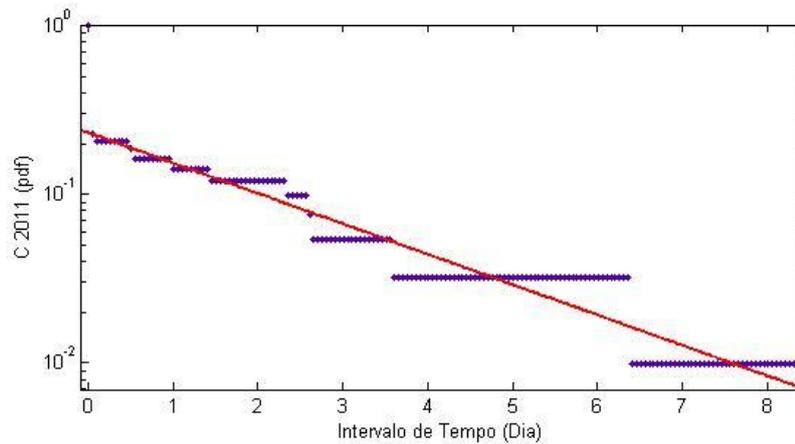


Figura 37: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o ano de 2011.

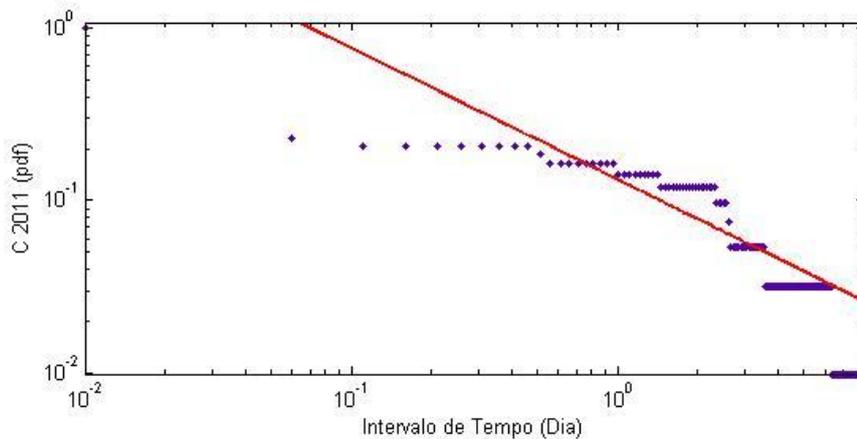


Figura 38: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potência na escala log-log para o ano de 2011.

As Figuras 39 e 40 mostram os ajustes do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do riacho Jacu da série completa à Função Exponencial na escala semi-log e a Lei de Potência na escala log-log pelo método da região de confiança. Os pontos azuis são as observações experimentais e a linha vermelha é o ajuste. Na escala semi-log o ajuste se adequa melhor a função densidade probabilidade em questão, pelo fato de linearizar os valores, como mostrado pela reta obtida na Figura 39, que é capaz de obter um bom ajuste para todas as regiões da função de densidade de probabilidade do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do

riacho Jacu. Na escala log-log o ajuste mostrou-se menos preciso, pois se ajusta bem apenas em algumas regiões da função densidade probabilidade.

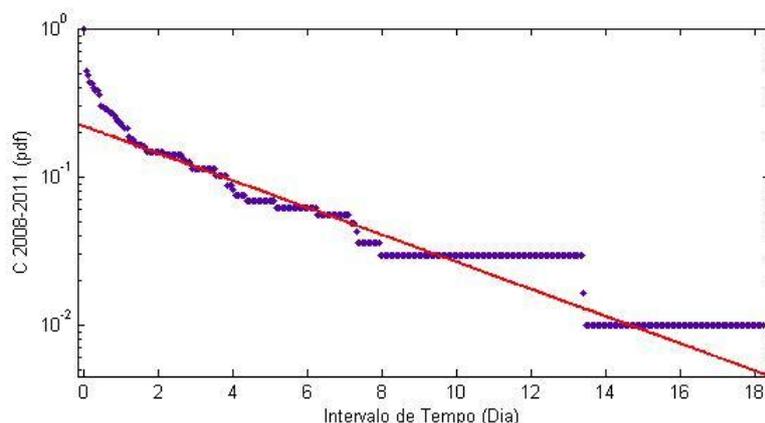


Figura 39: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Função Exponencial na escala semi-log para o período de 2008 a 2011.

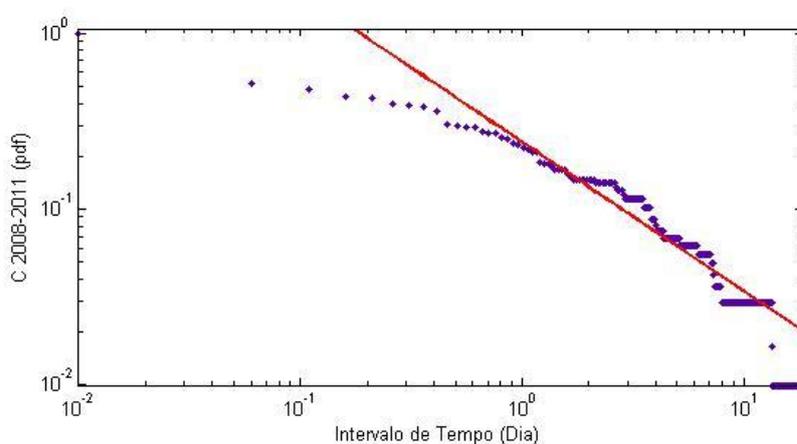


Figura 4040: Ajuste da série do coeficiente de escoamento do Jacu à Lei de Potencia na escala log-log para a o período de 2008 a 2011.

Os ajustes a série completa (2008-2011) do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu observados nas Figuras 39 e 40 são verificados pelos valores da soma do erro quadrático médio (SSE) apresentados na tabela 13. Assim como os ajustes das séries de cada ano apresentados nos gráficos, são confirmados pelos valores da tabela 13. A Função Exponencial foi a que melhor se ajustou a série completa do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

6. Conclusões

Neste último capítulo apresenta-se as conclusões acerca do uso dos modelos lineares de séries temporais ou metodologia de Box Jenkins, os modelos heteroscedásticos *ARCH* e *GARCH* assim como a Função Exponencial para o ajuste da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. São apresentados também os possíveis trabalhos futuros que podem vir a ser executados como continuidade dos resultados expostos nessa dissertação.

6.1 Conclusões

As principais conclusões das análises apresentadas ao longo dos capítulos 4 e 5 são as seguintes:

1. O modelo linear ou de Box Jenkins que melhor se ajustou a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu foi o modelo *ARMA(3,4)*
2. Os modelos Lineares com diferenciação, isto é, os modelos *ARIMA* não se mostraram apropriados, para modelagem da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu, visto que a série original já é estacionária.
3. Entre os modelos *ARCH*, o que se mostrou mais adequado foi modelo *ARCH(1)* por apresentar o menor valor para o *BIC* e ser o modelo mais parcimonioso dessa “família” de modelos.
4. O modelo que melhor se ajustou a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu e, portanto explica melhor a variância condicional foi o modelo *GARCH(1,2)*.
5. A função exponencial ajustou-se melhor a série completa estudada do macroestado avaliado, o coeficiente de escoamento superficial (C) do Jacu, representando adequadamente os diversos microestados visitados pelo coeficiente de escoamento (C) em função da variabilidade do sistema “atmosfera-vegetação-solo” semiárido, ou seja, da entropia do sistema.

O modelo $ARMA(3,4)$ foi o melhor modelo ajustado a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu. Desta forma os valores futuros desta série podem ser previstos com a utilização desse modelo. No entanto o modelo não-linear $GARCH(1,2)$, além de representar adequadamente a série, também leva em consideração a sua variância condicional ou heteroscedasticidade. Logo o modelo $GARCH(1,2)$ é um modelo mais robusto para análise e prever valores futuros da série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu.

A Função Exponencial (Maxwell-Boltzmann) foi eleita como a melhor função de ajuste para a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, ou seja, com as inferências dos parâmetros desta função, somos capazes de estimar valores médios, variabilidades do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, assim como as estatísticas de terceira e quarta ordem.

Portanto a utilização dos modelos ajustados será de grande utilidade para prever os valores futuros e para observar as características do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, no sentido de possíveis programações para os anos seguintes, assim como previsão de valores extremos, como enchentes raras. Estas informações auxiliarão os moradores ribeirinhos da bacia hidrográfica do Jacu, no planejamento de suas plantações, pecuária e armazenamento de água para os períodos de estiagem, visto que as chuvas daquela região se concentram em um terço do ano. Finalmente estes modelos, fornecerão informações valiosas, para novas pesquisas e análises das características de bacias hidrográficas em ambientes semiáridos.

6.2 Trabalhos Futuros

A seguir é enumerada para trabalhos futuros baseado no que foi trabalhado nessa dissertação:

1. Investigar com mais precisão as estimativas dos parâmetros dos modelos lineares de séries temporais ou modelos de Box Jenkins e os modelos heteroscedasticos *ARCH* e *GARCH* através dos estimadores de Máxima Verossimilhança, Mínimos Quadrados e outros.
2. Utilizar outros tipos de modelos, como por exemplo, as extensões do modelo *GARCH* que são os modelos *EGARCH* (Nelson, 1991), modelos *TGARCH* (Zivot e Wang, 2002) e os modelos *PGARCH* (DING; GRANGER e ENGLE, 1993).
3. Utilizar sistemas Híbridos Inteligentes com técnicas de Inteligência Artificial (IA) para modelar a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia do Jacu à Rede Neural Artificial (RNA) (Voukantsis *et al.*, 2011) e comparar os resultados obtidos a os resultados dos métodos tradicionais de séries temporais.
4. Buscar outras Funções de probabilidade que se ajustem a série do coeficiente de escoamento superficial da bacia hidrográfica do Jacu, como a Weibull a Gama e Distribuições de valores extremos como Gumbel (PONCE, 1989).

7. Referências Bibliográficas

ABRAHAM, B & LEDOLTAR, J. *Statistical Methods for Forecasting*. Wiley, 1983.

ACHITE, M & OUIILLON, S. Suspended sediment transport in a semiarid watershed, Wadi Abd, Algeria (1973–1995). **Journal of hydrology**. v. 343, pp. 187–202. 2007.

AGARWAL. B. K.; EISNER. M. *Statistical Mechanics*; Second Edition. Houston, p.272, 2005.

AKAIKE, H. *On Entropy Maximization Principle*. In *Applications of Statistics* (P.R. Krishnaiah, ed.), pp 27-41, Amsterdam: North-Holland, 1977.

ALEXANDROV, Y.; LARONNE, J.B & REID, I. Intra-event and interseasonal behaviour of suspended sediment in flash floods of the semiarid northern Negev, Israel. **Geomorphology** v.85, pp. 85–97, 2007.

ANDEI, J. *Fitting models in time series analysis*. Math. Operationsforsch. Ser statistics, v 13. pp. 121-143, 1982.

ANDERSON, O. D. *time series analysis and Forecasting: The Box-Jenkins Approach*. Butterworths. 1975.

BAUMHARDT. R. L. et al. Predicting soil-surface seal conductance from incipient ponding and infiltration data. **Journal of hydrology**, pp. 277-291. 1991.

BELL, F. C. Precipitation. In: Goodall, D.W.; Perry, R.A. (Eds.), **Arid Land Ecosystems**. Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 373-393, 1979.

BLANCO, M. L. R., CASTRO, M. M. T & CASTRO, M. T. T. *Rainfall–runoff response and event-based runoff coefficients in a humid area (northwest Spain)*. **Hydrological Sciences Journal**, pp. 445-459, 2012.

BOLFARINE, H & SANDOVAL, M. C. *Introdução à Inferência Estatística*: Sociedade Brasileira de Matemática. **SBM**, p.125, 2001.

BOLLERSLEV, T. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. **Journal of Econometrics**, v. 31, pp. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. *A conditionally heteroskedastic time series model for speculative process and rates of return*. **Review Economics and Statistics**, v.69, p. 542-547, 1987.

BOLLERSLEV, T. *On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. **Journal of Time Series Analysis**, v.9, p. 121-132, 1988.

BOLLERSLEV, T., CHOU R.Y & KRONER K. F. *ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence*. **Journal of Econometrics**, v. 52, p. 5-59, 1992.

BOX, G. E. P & JENKINS, G. M. *time series analysis, Forecasting and Control*, 2.ed. Holden Day San Francisco, 1976.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M & REINSEL, G. C. **Time Series Analysis – Forecasting and Control**. 3.ed. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

BROCKWELL, P. J & DAVIS, R. A. *Methods Time Series: Theory e Methods*. 2.ed., p.567, Fort Collins: Colorado, 1990.

BRYSON JR, A. E & HO, Y. C. **Applied Optimal Control**. Washington: Hemisphere Publishing Company Corporation, 1975.

CHATFIELD, C. *Apples, oranges and mean square error*. **International Journal of Forecasting, Elsevier**, pp. 515–518, 1988.

CHATFIELD, C. *The analysis of time series: an introduction*. CRC press, 2004.

CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R & MAYS, L. W. *Mcgraw-hill Series in Water Resources and Environmental Engineering*. **Applied hydrology**, Texas, pp 381-410. 1988.

COLLOPY, F; ARMSTRONG, J & DEPT, W. S. M. *Another error measure for selection of the best forecasting method: the unbiased absolute percentage error*. Wharton School, University of Pennsylvania, Marketing Dept., 1994.

COWPERTWAIT, P. S. P & METCALFE, A. V. *Introductory Time Series with R*. Auckland, 2008.

CRAWLEY, M. J. *The R Book*. London, 2007.

CRYER, J. D & CHAN, K. S. *Analysis Time Series with Applications in R*. 2.ed. Iowa City, Iowa. 2008.

DING, Z., GRANGER, C. W. J & ENGLE, R. F. *A Long Memory Property of Stock Market Returns and New Model*. **Journal of Empirical Finance**, v.1, p.83-106, 1993.

DISKIN. M. H & LANE. L. J. *A basinwide stochastic model of ephemeral stream runoff in southeastern Arizona*. **International Association of Hydrologists Bulletin** v.17, pp. 61–76, 1972.

EHLERS, R. S. *Análise de Séries Temporais*. 5.ed., 2009.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema Brasileiro de classificação de solos**. p.412, Brasília, 2007.

ENGLE, R. F. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. **Econometrica**, Vol. 50, pp. 987-1007, 1982.

FARIAS, E. R., ROCHA, F. J. S & LIMA, R. C. Critérios de seleção de modelos sazonais de séries temporais: uma aplicação usando a taxa de desemprego da região metropolitana de Recife, In: ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDOS DO TRABALHO, 3., 2000, **Anais...**, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.

FILDES, R. *The evaluation of extrapolative forecasting methods*. **International Journal of Forecasting**, pp. 81–98, 1992.

HANNAN, E. J. *The estimation of the order of an ARMA process*. **Annals of Statistics**, pp 1071-1081, 1980.

HANNAN, E. J. *Testing for autocorrelation and Akaike's criterion*. In *Essays in Statistical Science, special volume 19A of Journal of Applied Probability*. **The Applied Probability Trust, Sheffield**, pp 403-412, 1982.

GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 2004.
KLEIBER, C & ZEILEIS, A. *Applied Econometrics with R*. New York, 2008.

KAMRAN, M. H & LOEWEN, M. R. Detection and characterization of microscale breaking waves. Proceedings of the ASME/JSME Joint Fluids. **Engineering Conference** v.1 A, pp. 443-448, 2003.

KO. C & CHENG. Q. GIS spatial modeling of river flow and precipitation in the Oak Ridges Moraine area, Ontario. **Computers e Geosciences**, pp 379-389. 2004.

MAGALHÃES, M. N. *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*, **Edusp**, 2.ed. p. 428, São Paulo, 2006.

MAKRIDAKIS, S. G., WHEELWRIGHT, S. C & HYNDMAN, R. J. **Forecasting: methods and applications**. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

MELO, R. O. Caracterização da Produção de Sedimentos de uma Microbacia no Semiárido Pernambucano. Recife. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Dissertação: PPGCS-UFRPE, 2008.

MILONE, G. & ANGELINI, F. **Estatística Aplicada**. São Paulo: Atlas, 1995.

MORÉ. J. J. “The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory”, in: G.A. Watson, ed., *Lecture Notes in Mathematics 630: Numerical Analysis* (Springer-Verlag, Berlin), pp. 105-116, 1978.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira; Um Curso em Séries Temporais Financeiras**, Departamento de Estatística, Instituto de Matemática e Estatística, USP. Março 2004.

MORETTIN, P. A & TOLÓI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. 2.ed., p.538, São Paulo, 2006.

NELSON, D. B. *Conditional heteroskedasticity in asset returns*. **Econometrica**. V.59, 1991.

NETO. P. S. M. *et al.* Market volatility modeling for short time window, **Physica A**. pp 3444-3453. 2011.

NETO, F. C & ALEJANDROU, C. F. **Elementos de Estatística Computacional Usando Plataformas de Software Livre/Gratuito**. 2.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.

NICHOLS, M. H; RENARD K. G & OSBORN H. B. Precipitation changes from 1956–1996 on the Walnut Gulch Experimental Watershed. **Journal of the American Water Resources Association** v.38, pp.161–172, 2000.

PACKADR. T. T & GÓMEZ. M. Exploring a first-principles-based model for zooplankton respiration, **ICES Journal of Marine Science**, pp 371-378. 2012.

PELEGRINI, F. R & FLOGIATTO, F. S. *Passos para Implementação de Sistemas de previsão de Demanda – Técnicas e Estudo de Caso*, **Revista PRODUÇÃO**. V.11, 2001.

PEREIRA, B. B. *Séries temporais multivariada*, **6º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**. Rio de Janeiro, 1984.

PEREIRA, B. B., COQUEIRO, R. C. O & PERROTA, A. H. V. *Combinações de Informações Subjetivas e Métodos Quantitativos, para Previsões de Taxas no Open-Market*. **Pesquisa Operacional**, pp 25-40. 1983.

PONCE, V. M. *Principles and practices*. **Engineering Hidrology**, San Diego University, California, pp 205-229, 1989.

RISSANEM, J. *Modelling by shortest data description*. **Automatica**, pp 465-471, 1978.

SÁFADI, T & MORETTIN, P. A. *A Bayesian analyses of threshold autoregressive moving average model*. **Sankhya**, pp 353-371, 2000.

SAID, S. E & DICKEY, D. *Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving-Average Models with Unknown Order*. **Biometrika**, pp. 599-607, 1984.

SCHWABL, F. *Statistical Mechanics*; Second Edition. p 577, Berlin, 2006.

SCHWARZ, G. *Estimating the dimension of a model*. **The Annals of Statistics**, pp. 461-464, 1978.

SHUMWAY, R. H & STOFFER, D. S. *Time Series Analysis and Its Applications With R Examples*. Second Edition, p. 588, Pittsburgh-USA, 2005.

SILVA, D. A. **Otimização da Função de Fitness para a Evolução de Redes Neurais com o uso de Análise Envoltória de Dados Aplicada a Séries Temporais**. Dissertação: PGBEA – UFRPE, 2011.

SILVA, F. M & ASSAD, E. D. Análise espaço temporal do potencial hídrico climático do estado de Goiás. In: SISTEMA DE INFORMAÇÕES GRÁFICAS – Aplicações na Agricultura/ editado por ASSAD, E. D; SANO E. E 2 ed. – Brasília: Embrapa-SPI/ Embrapa-CPAC, pp 273-309, 1998.

SÓLYOM, P. B & TUCKER, G. E. The importance of the catchment area-length relationship in governing non-steady state hydrology, optimal junction angles and drainage network pattern. **Geomorphology** v.88, nº1-2, pp. 84-108, 2007.

SRIWONGSITANON, N & TAESOMBATE, W. *Effects of land cover on runoff coefficient*. **Journal of Hydrology**, pp. 226-238, 2011.

STENGEL, R. F. **Stochastic Optimal Control: Theory and Application**. 1.ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 1986.

STOCK, J.H. & WATSON, M.W. **Econometria**, Addison-Wesley, 2004.

SUBYANI, A. M. *Hydrologic behavior and flood probability for selected arid basins in Makkah area, western Saudi Arabia*. **Arab J Geosci**, p.8, 2009.

SUDENE - Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste. Dados pluviométricos mensais do Nordeste. Recife: SUDENE, 1990.

TOOTH, S. Process, form and change in dryland rivers: a review of recent research. **Earth-Science Reviews** v.51. pp. 67–107. 2000.

TUBINO, D. F. *Manual de Planejamento e Controle da Produção*. 2.ed. São Paulo: Atlas S.A., 2000.

VOUKANTSIS, D., KARATZAS, K., KUKONNEN, J., RASANEN, T., KARPINNEN, A & KOLEHMAINEN, M. *Intercomparison of air quality data using principal component analysis, and forecasting of PM₁₀ and PM_{2,5} concentrations using artificial neural networks, in Thessaloniki and Helsinki.* **Science of the Total Environment.** pp 1267-1276, 2011.

WORTHINGTON, A., KAY, S. A & HIGGS, H. *Transmission of prices and price volatility in Australian electricity spot markets: a multivariate GARCH analysis.* **Energy Economics,** pp.1-14, 2003.

YANG, X.; REN, L.; YONG, B & ZHANG W. *The Impact of Land Use Change on Hydrological Cycle at a Semiarid Headwater Catchment in North China.* **Geosciences,** pp. 508-512, 2008.

ZIVOT, E & WANG, J. *Modelling Financial Time Series with S-PLUS,* 2002.

ZVI. A. B & AMAZON. B. *Distribution of Occurrence Days of Runoff Peaks in Israel and its Shifts for High-Discharge Events,* pp 313–324, 1998.