

Luciano Pereira da Silva

**Comparação entre ajustes de distribuição de
probabilidades em dados de precipitação do Estado de
Pernambuco**

Recife

12 de agosto de 2020



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Comparação entre ajustes de distribuição de probabilidades em dados de precipitação do Estado de Pernambuco

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 12/08/2020 pela comissão examinadora

Área de concentração: Biometria e Estatística Aplicada

Orientador: Dr. Frank Sinatra Gomes da Silva

Coorientador: Dr. Antonio Samuel Alves da Silva

Recife

12 de agosto de 2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586c

Silva, Luciano Pereira da
Comparação entre ajustes de distribuição de probabilidades em dados de precipitação do Estado de Pernambuco /
Luciano Pereira da Silva. - 2020.
70 f.

Orientador: Frank Sinatra Gomes da Silva.
Coorientador: Antonio Samuel Alves da Silva.
Inclui referências.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Biometria e
Estatística Aplicada, Recife, 2021.

1. chuva. 2. modelos de probabilidade. 3. nordeste. I. Silva, Frank Sinatra Gomes da, orient. II. Silva, Antonio
Samuel Alves da, coorient. III. Título

CDD 519.5

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

Comparação entre ajustes de distribuição de probabilidades em dados de precipitação do Estado de Pernambuco

Luciano Pereira da Silva

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 12/08/2020 pela comissão examinadora

Orientador:

Dr. Frank Sinatra Gomes da Silva
Orientador

Banca examinadora:

Dr. Antonio Samuel Alves da Silva
UFRPE-DEINFO

Dr. Josimar Mendes de Vasconcelos
Universidade Federal Rural de
Pernambuco

*Este trabalho é dedicado a todas e todos
que continuam estudando e se valorizando,
independente de reconhecimento da sociedade.*

AGRADECIMENTOS

Aos meus filhos Lucas Felipe e Davi Rafael, crianças inteligentes com os quais tenho um aprendizado diário, a minha esposa, Patrícia pelo companheirismo, compreensão e paciência nesses períodos de estudo e em toda nossa vida conjugal. Aos meus pais, José Lauriano Pereira (Duda) e Josefa da Silva Pereira (Nininha), que já não estão mas nesse mundo, o incentivo que me deram para o estudo, mesmo sendo pessoas com pouca escolaridade. Aos meus irmãos, Cláudio, Ricardo, Jorge, Flávio e a minha irmã Cláudia Valéria que por algum capricho da vida teve que vir morar em minha casa, e assim ficando com meus filhos quando eu precisava estudar. Vocês são muito importantes para mim.

Ao orientador, professor Dr. Frank Sinatra da Silva e ao co-orientador, o professor Dr. Antonio Samuel da Silva pela orientação, apoio, discussões, dedicação, paciência e ensinamentos, minha sincera gratidão.

Aos professores Guilherme, Tatijana, Aleixo, Lucian e Cláudio, pelos ensinamentos ao longo desses dois anos de estudo.

Ao programa de Pós-graduação em Biometria e Estatística Aplicada da UFRPE. Ao secretária Marcos, e ao coordenador Moacyr, pela atenção dispensada nas solicitações da documentação necessária para solicitação de licença para estudo na Rede Estadual de Ensino.

Aos amigos da turma de 2018 que contribuíram de alguma forma para a conclusão deste Mestrado: Ademir, Augusto, Bárbara, Catiane, Daniel, Denise, Edgo, Fábio, Fernando Henrique, Gláucia, Gutenberg, Jackson, João Bosco, Joelma, Jucarlos, Laura, Leika, Mickaela, Patricia, Taciana, até mesmo os que não conseguiram por algum motivo concluir o curso.

Aos professores da banca examinadora pela disponibilidade e sugestões para melhoria deste trabalho.

E principalmente a Deus, por sempre estar presente em cada momento de minha vida, pelas graças e bênçãos na concretização de mais uma etapa da minha vida profissional.

Meus sinceros agradecimentos.

*Ele é o que cobre o céu de nuvens,
o que prepara a chuvas para a terra
e que faz crescer a relva nas colinas.*

Salmos 147:8

RESUMO

A chuva é um elemento que ocasiona muitas preocupações, pois sua intensidade e frequência de ocorrência, podem causar efeitos prejudiciais a sociedade, a chuva de um determinado local pode ser estimada, em termos probabilísticos, por modelos teóricos de distribuição ajustados a uma série histórica. Foram utilizados dados de precipitação do estado de Pernambuco, formados por 133 séries temporais mensais distribuídas sobre todo o estado durante o período de 1950 a 2012. Analisadas aderências das distribuições de Probabilidade: exponencial, gama, beta, log-normal, Weibull, normal, Gumbel Marshall-Olkin, log-logística, log-logística exponenciada, com base no teste Kolmogorov-Smirnov ao nível de significância de 5%. As distribuições com menos rejeições no teste de aderência foram a Weibull, gama e beta, outubro apresentou o menor número de distribuições consideradas adequadas para modelar a precipitação mensal e março mais de 99% dos postos pluviométricos teve alguma distribuição probabilística adequada para modelar a precipitação mensal. A distribuição Weibull foi a que mais se adequou para modelar a precipitação mensal.

Palavras-chave: chuva. modelos de probabilidade. nordeste.

ABSTRACT

Rain is an element that causes many concerns, because its intensity and frequency of occurrence, can cause harmful effects to society, the rain of a given location can be estimated, in probabilistic terms, by theoretical distribution models adjusted to a historical series. Precipitation data from the state of Pernambuco were used, formed by 133 monthly time series distributed over the entire state during the period from 1950 to 2012. Adherences of Probability distributions were analyzed: exponential, gamma, beta, lognormal, Weibull, normal, Gumbel Marshall-Olkin, log-logistics, exponentiated log-logistics, based on the Kolmogorov-Smirnov test at the 5% significance level . The distributions with less rejection during the adherence test were Weibull, gamma and beta, october had the lowest number of distributions considered adequate to model monthly precipitation and in march more than 99% of the pluviometric stations had some adequate probabilistic distribution to model precipitation monthly. The Weibull distribution was the best suited to model monthly precipitation.

Key-words: rain. probability models. northeast.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mesorregiões e microrregiões do estado de Pernambuco	5
Figura 2 – Gráfico da distribuição Normal	15
Figura 3 – Gráfico da distribuição Lognormal	16
Figura 4 – Gráfico da distribuição Gama	17
Figura 5 – Gráfico da distribuição Exponencial	19
Figura 6 – Gráfico da distribuição Beta	20
Figura 7 – Gráfico da distribuição Weibull	21
Figura 8 – Gráfico da distribuição Log-logística	22
Figura 9 – Gráfico da distribuição Log-logística Exponenciada	23
Figura 10 – Gráfico da distribuição Gumbel Marshall-Olkin	24
Figura 11 – Localização das estações	28
Figura 12 – Box plot de p-valores com aderências significativas pelo teste de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5% para todas as distribuições estudadas, em cada mês do ano, ajustadas nas 133 estações pluviométrica do estado de Pernambuco.	31
Figura 13 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que o p-valor = $\max p\text{-valor} > 0,05 $. Primeiro Trimestre	35
Figura 14 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que o p-valor = $\max P\text{-valor} > 0,05 $. Segundo Trimestre	36

Figura 15 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que o p-valor = $\max p\text{-valor} > 0,05 $. Terceiro Trimestre	37
Figura 16 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que o p-valor = $\max p\text{-valor} > 0,05 $. Quarto Trimestre	38
Figura 17 – Percentual de ajustes das distribuições nas regiões de Pernambuco - 1º semestre	40
Figura 18 – Percentual de ajustes das distribuições nas regiões de Pernambuco - 2º semestre	41
Figura 19 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 10%	43
Figura 20 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 20%	44
Figura 21 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 30%	45
Figura 22 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 40%	46
Figura 23 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 50%	47
Figura 24 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 60%	48
Figura 25 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 70%	49
Figura 26 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 75%	50
Figura 27 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 80%	51
Figura 28 – Precipitação provável (<i>mm</i>) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 90%	52

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Objetivos	4
2.1	Geral	4
2.2	Específicos	4
3	Revisão de Literatura	5
3.1	Caracterização da região	5
3.1.1	Mesorregião Metropolitana do Recife	6
3.1.2	Mesorregião da Mata Pernambucana	6
3.1.3	Mesorregião do Agreste Pernambucano	7
3.1.4	Mesorregião do Sertão Pernambucano	8
3.1.5	Mesorregião do Sertão de São Francisco Pernambucano	9
3.1.6	Sistemas Meteorológicos	10
3.1.7	Clima e chuvas em Pernambuco	11
3.2	Distribuições	14
3.2.1	Normal	14
3.2.2	Log-normal	16
3.2.3	Gama	17
3.2.4	Exponencial	18
3.2.5	Beta	19
3.2.6	Weibull	20
3.2.7	Log-logística	21
3.2.8	Log-logística Exponenciada	22
3.2.9	Gumbel Marshall-Olkin	23
3.3	Variáveis Aleatórias Mistas	24
3.4	Estimativa de parâmetros	25
3.4.1	Método de Máxima Verossimilhança	25
3.5	Teste de Aderência	27
3.5.1	Kolmogorov-Smirnov	27
4	Metodologia	28
4.1	Dados	28
4.2	Método	28
5	Resultados e Discussão	31

5.1	Box Plot de p-valores	31
5.2	Arranjo espacial das distribuições	34
5.3	Percentual de ajustes	40
5.4	Espacialização da Precipitação Provável	42
6	Conclusão	54
	Referências Bibliográficas	55

1 INTRODUÇÃO

Hidrologia é a ciência que estuda a água na Terra, sua distribuição, ocorrência e circulação, abrangendo as propriedades químicas e físicas, sua relação com o meio ambiente e com as formas vivas (Federal Council for Science and Technology, 1962 apud (COUNCIL et al., 1991)). Entende-se por precipitação em hidrologia, como toda água vinda do meio atmosférico que atinge a superfície terrestre. Geada, granizo, orvalho, neve, neblina e chuva são diferentes formas de precipitação, o que diferencia essas formas de precipitação é apenas o estado físico que se encontra a água (TUCCI, 2004).

Na meteorologia as informações de precipitação pluviométrica têm grande importância em vários setores da sociedade, pois a precipitação em excesso ou escassez podem afetar o meio ambiente e até mesmo a economia da região. Portanto, é importante estudar o comportamento da precipitação ou de séries de precipitação de determinada região por meio de modelos estocásticos em diversas aplicações práticas. Dentre elas, destacam-se o controle de enchentes em projetos para obras hidráulicas, análises indicativas a orientação do calendário de culturas agrícolas, estudos de vazões relacionados a hidroeletricidade, entre outros impactos positivos e negativos que a chuva possa causar (DETZEL; MINE, 2011).

Várias pesquisas foram realizadas sobre a aderência de funções densidade de probabilidade aos dados de chuva de regiões e de muitas cidades do Brasil. Algumas dessas análises podem ser referentes a distribuição de dados diários e/ou total mensal de chuva. Kist e Filho (2015), testaram aderência em seis densidades de probabilidade (exponencial, Weibull, gama, Pareto generalizada, log-normal e exponencial mista) em séries de trinta anos de 29 localidades no Paraná. Netto, Sousa e Lundgren (2010) com dados de 28 municípios de Pernambuco, efetuaram o ajuste em seis distribuições de probabilidade (normal, exponencial, log-normal, beta, gama e Weibull). Catalunha et al. (2002), testaram a aderência de cinco funções densidade de probabilidade (exponencial, Weibull, gama, normal e log-normal) às séries de chuva para 982 estações meteorológicas do estado de Minas Gerais. Com as mesmas cinco distribuições Silva et al. (2007) também avaliaram o comportamento de chuva mensal para Santa Maria, Rio Grande do Sul (RS).

Em outras regiões, pesquisas também vêm sendo conduzidas com o objetivo de avaliar os totais mensais de chuva. No estado de Táchira, Venezuela, Lyra et al. (2006) avaliaram o ajuste de seis distribuições de probabilidade (exponencial, gama, Gumbel,

normal, Weibull e log-normal a três parâmetros) aos dados de chuva total mensal de 25 estações climatológicas. [Anumandla, Dyuthi e Desai \(2017\)](#), ajustaram nove distribuições de probabilidade (gama, Weibull, normal, Inversa Gaussiana, beta, Gumbel, Fisher, t de Student e generalizada de valor extremo) aos dados mensais de precipitação de 100 anos para várias estações localizadas em toda a Índia.

De acordo com [Ávila, Mello e Viola \(2009\)](#), estimativa de chuva com determinado nível de probabilidade é de grande importância no planejamento agrícola, para isso, [Barreto et al. \(2015\)](#) afirmam que o uso de funções de probabilidade precisa estar diretamente ligado à natureza dos dados a que ela se relaciona. Neste contexto, a distribuição de probabilidade gama tem sido amplamente utilizada para modelar dados pluviométricos em razão de bons ajustes aos mesmos.

A chuva não possui padrão linear nem estacionário sendo, portanto, irregular variando espacialmente e ao longo do tempo. Em regiões semiáridas, essa variabilidade fica mais evidente, não obstante, reflete em secas de variadas intensidades e muitos meses sem registro algum de precipitação. Esta ausência de precipitação tem que ser levada em consideração quando do ajuste das funções densidades de probabilidade pelo método de estimação da máxima verossimilhança sob pena de má representação do fenômeno estudado. Isso porque algumas funções de probabilidade, a exemplo da gama, apresentam suportes não definidos em zero (ausência de precipitação).

Vários trabalhos como os de [Ribeiro e Lunardi \(1997\)](#), [Lyra et al. \(2006\)](#), [Soccol, Cardoso e Miquelluti \(2010\)](#), apresentam uma alternativa a essa limitação que é substituir as precipitações nulas por $0,1\text{ mm}$. Outros como o de [Silva et al. \(2007\)](#) sugere utilizar dados de precipitação maiores ou iguais a 1 mm , negligenciando precipitações menores ou nulas ou considerando apenas os dias com alguma quantidade de chuva como sugeriu [Kist e Filho \(2015\)](#).

Em todas as situações descritas anteriormente, para o evento de precipitação nula, haverá uma modelagem não razoável do fenômeno estudado. Isso pode levar a inferências não fidedignas e comprometer a credibilidade do estudo ainda mais quando este se dá em regiões áridas ou semiáridas, onde a ausência de precipitação predomina ao longo do ano.

Do ponto de vista prático, deve-se ter muita cautela ao considerar o evento precipitação de 0 mm como sendo equivalente ao evento precipitação de $0,1\text{ mm}$. Modelar um fenômeno que atesta precipitação de $0,1\text{ mm}$ quando na verdade ele é zero, significa dizer que o volume precipitado em 10.000 m^2 foi de 1 m^3 . É o mesmo que assegurar em uma pequena bacia hidrográfica (até 5 km^2) volume precipitado de 500 m^3 quando na verdade não é precipitado nada. Daí a importância de se optar por metodologias que não substituam ou mesmo excluam as precipitações nulas, mas as levem em consideração em

algum momento quando do processo de ajuste dos modelos probabilísticos.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar o comportamento probabilístico em escala regional da precipitação mensal do estado de Pernambuco, Brasil.

2.2 ESPECÍFICOS

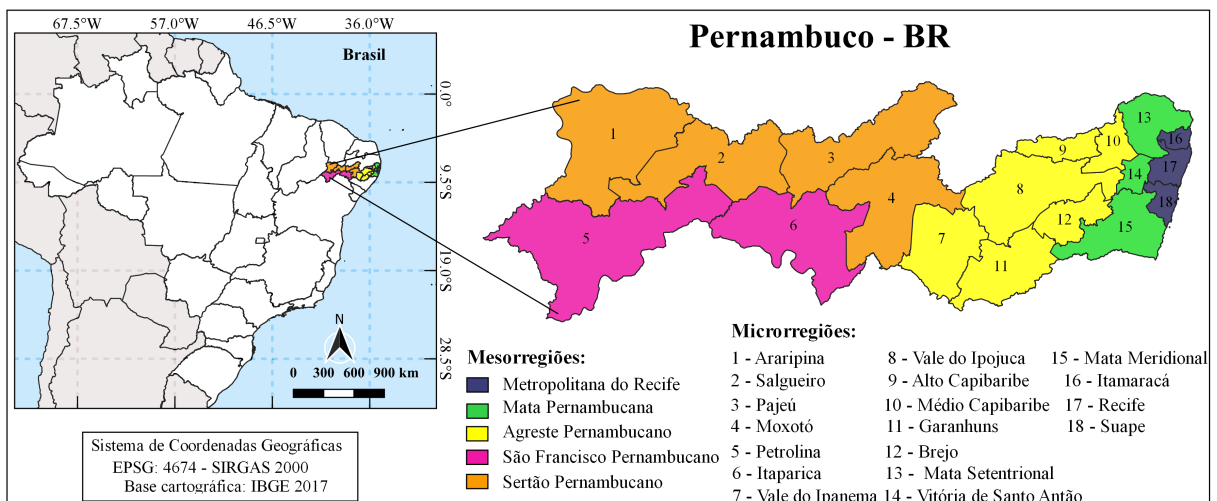
- Verificar entre as distribuições de Probabilidade (exponencial, gama, beta, log-normal, Weibull, normal, Gumbel Marshall-Olkin, log-logística, log-logística exponenciada) a que melhor se ajusta as precipitações mensais das mesorregiões.
- Analisar de maneira espacial o comportamento da precipitação e os parâmetros da(s) distribuição(ões) que melhor modelam a precipitação mensal no estado de Pernambuco.
- Identificar espacialmente as regiões cuja precipitação possa ser modelada a partir de uma das distribuições avaliadas.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO

O Estado de Pernambuco abrange uma área de 98.067 km^2 , o que representa aproximadamente 6,49% da área do Nordeste e 1,15% da área do País. Localizado entre os paralelos $7^{\circ}8'17''$ e $9^{\circ}28'43''$ de latitude Sul e os meridianos de $34^{\circ}48'15''$ e $41^{\circ}21'22''$ de longitude a Oeste. Desta forma sua faixa litorânea é bastante pequena com 187 km e uma grande extensão no sentido Leste-Oeste 748 km . Em razão da configuração espacial e do processo de povoamento, com uma sucessão de paisagens diferentes, marcada por uma intensa diversificação de formas de uso do solo, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, identificou a existência de 05 Mesorregiões e 19 microrregiões geográficas, conforme a Figura 1. Os municípios constituem cada uma das microrregião, e assim perfazem o estado, que atualmente incluindo o Arquipélago de Fernando de Noronha possui 185 unidades político-administrativas.

Figura 1 – Mesorregiões e microrregiões do estado de Pernambuco



Fonte: o autor

Apresentaremos a seguir as microrregiões e municípios de cada mesorregião que foram descritas em (([IBGE, 1992](#)); ([SECTMA, 1998](#))) e mostraremos também alguns problemas relacionados aos seus recursos hídricos de cada mesorregião.

3.1.1 MESORREGIÃO METROPOLITANA DO RECIFE

A Mesorregião Metropolitana do Recife ocupa uma área de 2.772,7 km^2 com quatro Microrregiões, Recife, Itamaracá, Suape e Fernando de Noronha. Com exceção da Ilha de Fernando de Noronha, as outras três Microrregiões estão situadas nas zonas fisiográficas do Litoral. Fazem parte da Mesorregião Metropolitana do Recife 15 municípios: Recife, Olinda, Camaragibe, Paulista, Jaboatão dos Guararapes, Abreu e Lima, São Lourenço da Mata, Igarassu, Moreno, Cabo de Santo Agostinho, Itapissuma, Itamaracá, Ipojuca, Araçoiaba e Fernando de Noronha.

É a Mesorregião com maior importância econômica para o Estado. Possui economia basicamente urbana, com predominância das atividades secundárias e terciárias. Com isso, apresenta grandes problemas relacionados aos recursos hídricos:

- ausência de manejo e conservação das bacias hidrográficas;
- poluição hídrica de alguns mananciais;
- falta de drenagem provocados pela ocupação inadequada do solo urbano;
- deficientes serviços de limpeza urbana;
- escasso atendimento do sistema de esgotamento sanitário;
- pouca produção de água tratada, grandes perdas e desperdícios.

3.1.2 MESORREGIÃO DA MATA PERNAMBUCANA

A Mesorregião da Mata Pernambucana abrange uma área de 8.465,1 km^2 . Engloba três microrregiões: Vitória de Santo Antão, Mata Setentrional e Mata Meridional. Fazem parte da Mesorregião da Mata Pernambucana 43 municípios: Paudalho, Vitória de Santo Antão, Chã de Alegria, Carpina, Escada, Lagoa do Carro, Goiana, Tracunhaém, Glória do Goitá, Pombos, Nazaré da Mata, Condado, Lagoa de Itaenga, Sirinhaém, Primavera, Buenos Aires, Ribeirão, Rio Formoso, Chã Grande, Aliança, Itambé, Itaquitinga, Vicência, Amaraji, Gameleira, Timbaúba, Tamandaré, Barreiros, Cortes, Ferreiros, Camutanga, Joaquim Nabuco, São José da Coroa Grande, Palmares, Macaparana, Água Preta, Xexéu, Catende, Jaqueira, Maraial, Belém de Maria, São Benedito do Sul, Quipapá.

A economia dessa região é basicamente da monocultura canavieira, tal concentração dificultou o surgimento de outras atividades econômicas. A atividade sucroalcooleira proporciona baixos níveis de produtividade e elevado nível de desemprego no período de entressafra da cana de açúcar. Felizmente nota-se alguns avanços na produção de outras

culturas agrícolas e da pecuária de pequeno e grande porte, e ainda o fortalecimento da economia urbana nas cidades de porte médio.

O problema dessa Mesorregião em relação ao meio ambiente e recursos hídricos:

- carência ou precariedade dos serviços de esgotamento sanitário;
- deficiência dos sistemas de abastecimento d'água;
- poluição dos recursos hídricos, provocada por lançamentos de dejetos e efluentes industriais;
- degradação dos recursos naturais, através do uso inadequado do solo.

3.1.3 MESORREGIÃO DO AGRESTE PERNAMBUCANO

A Mesorregião do Agreste Pernambucano ocupando uma área total de 24.489,90 km^2 é constituída por seis microrregiões: Vale do Ipanema, Garanhuns, Brejo Pernambucano, Vale do Ipojuca, Alto Capibaribe e Médio Capibaribe. Fazem parte da Mesorregião do Agreste Pernambucano 71 municípios: Limoeiro, Feira Nova, Gravatá, Bom Jardim, Bezerras, Passira, João Alfredo, Machados, Orobó, São Vicente Férrer, Salgadinho, Sairé, Barra de Guabiraba, Camocim de São Félix, Cumaru, Surubim, Casinhas, São Joaquim do Monte, Caruaru, Bonito, Vertente do Lério, Santa Maria do Cambucá, Frei Miguelinho, Vertentes, São Caitano, Agrestina, Riacho das Almas, Taquaritinga do Norte, Toritama, Altinho, Lagoa dos Gatos, Tacaimbó, Cupira, Cachoeirinha, Ibirajuba, Panelas, Belo Jardim, Santa Cruz do Capibaribe, Lajedo, Jurema, Sanharó, Canhotinho, São Bento do Una, Jupi, Angelim, Jucati, Pesqueira, Calçado, São João, Brejo da Madre de Deus, Jataúba, Alagoinha, Palmeirina, Garanhuns, Poção, Venturosa, Caetés, Paranatama, Capoeiras, Brejão, Pedra, Saloá, Terezinha, Lagoa do Ouro, Correntes, Buíque, Bom Conselho, Iati, Tupanatinga, Águas Belas, Itaíba.

Com aspecto produtivo baseado na agricultura e pecuária, o Agreste Pernambucano passa por uma fase de declínio, devido a vários fatores como: a redução na produção de cultivo do algodão, a diminuição do rebanho bovino, o manejo do solo inapropriado, e o fechamento de instalações fabris. A reativação da cultura algodoeira, a incorporação da atividade pecuária com a produção de ração e o desenvolvimento sustentável de polos de confecção, agroindustrial e artesanal são motivos que poderão elevar a economia da região. Além de tudo, as áreas brejeiras necessitam ser melhor aproveitadas, através de programas e ações voltados para a formação de reservas alimentares. Alguns outros setores demonstram possibilidades de crescimento: a indústria do turismo, a avicultura, a floricultura, a confecção de móveis populares, a exploração mineral (granito) e outros.

Associados aos problemas expostos acima, as questões a seguir, relacionadas com os recursos hídricos:

- deficiência dos sistemas de abastecimento d'água, que não acompanham o crescimento das cidades;
- poluição das capacidades hídricas por lançamento de resíduos industriais e esgotos sanitários;
- duvidosa qualidade de grande parte das águas superficiais, em razão da ocorrência de manchas de solos com potencial para salinização das águas e da operação deficiente dos reservatórios;
- mínimas vazões e escassa qualidade das águas subterrâneas, em razão da formação cristalina que domina a região.

3.1.4 MESORREGIÃO DO SERTÃO PERNAMBUCANO

A Mesorregião do Sertão Pernambucano estende-se por uma área de 38.575,9 km^2 . É constituída pelas microrregiões de Pajeú, Araripina, Moxotó e Salgueiro. Fazem parte da Mesorregião do Sertão Pernambucano 41 municípios: Arcoverde, Santa Terezinha, Sertânia, Ibimirim, Custódia, Manari, Iguaraci, Afogados da Ingazeira, Tuparetama, Flores, Inajá, Ingazeira, Betânia, São José do Egito, Carnaíba, Tabira, Triunfo, Quixaba, Calumbi, Solidão, Santa Cruz da Baixa Verde, Brejinho, Serra Talhada, Itapetim, São José do Belmonte, Mirandiba, Verdejante, Salgueiro, Serrita, Cedro, Parnamirim, Granito, Moreilândia, Exu, Ouricuri, Bodocó, Trindade, Ipubi, Santa Cruz, Araripina, Santa Filomena.

A pecuária e a agricultura de sequeiro representam o principal pilar econômica da região. A utilização de velhos métodos de cultivo, plantio de culturas que não se ajustam ao clima semiárido, tratamentos culturais inapropriados ao aproveitamento de culturas e a exploração ultra extensiva da pecuária, representam fatores relevantes da fragilidade da economia. Tem uma irrigação presente, porém sua expansão é prejudicada pelo relativo pequeno potencial hídrico gerado na própria região, porém com a transferência das águas do São Francisco a área irrigada pode ser ampliada. As bacias sedimentares interiores presentes nessa região do Estado, podem captar água subterrânea de boa qualidade e com vazões significativas, contudo estão em grandes profundidades, o que inibe um aproveitamento mais intensivo desse recurso. A ocorrência de minerais metálicos e não metálicos poderá contribuir para estimular a economia da região. Uma melhor aplicação dessa potencialidade poderá ser feita com a expansão do polo mineral do Araripe.

Alguns problemas específicos estão relacionados com os recursos hídricos:

- formas impróprias de drenagem dos dejetos, em boa parte das cidades;
- em decorrência da falta de saneamento básico as cidades ribeirinhas apresentam sinais de poluição;
- os sistemas de abastecimento d'água apresentam precariedade e não acompanharam o crescimento das cidades;
- insuficiência na aplicação das água do São Francisco;
- exploração pouco expressiva dos aquíferos subterrâneos sedimentares;
- utilização irracional dos mananciais hídricos superficiais existentes.

3.1.5 MESORREGIÃO DO SERTÃO DE SÃO FRANCISCO PERNAMBUCANO

A Mesorregião do São Francisco Pernambucano com uma área total de 24.634, 2 km^2 é composta por duas microrregiões: Itaparica e Petrolina. Na região estão integrados 15 municípios: Floresta, Tacaratu, Jatobá, Petrolândia, Itacuruba, Belém de São Francisco, Carnaubeira da Penha, Cabrobó, Terra Nova, Orocó, Santa Maria da Boa Vista, Lagoa Grande, Petrolina, Afrânio, Dormentes.

Com a agricultura irrigada, que utiliza as águas do submédio São Francisco, o qual representa uma das mais importantes atividades econômicas da região. A pecuária não é muito significativa, destacando-se o rebanho caprino. O aumento da irrigação por grupos privados espalhou-se por toda a margem do rio, possibilitando a implantação de unidade fabris em Petrolina. Contudo esse crescimento econômico resultante da irrigação não se desenvolveu para além margens do rio, e assim aumentando a diferença social e econômica entre as regiões ribeirinhas e de sequeiro. A oferta de recursos hídricos relacionada à aplicação de investimentos públicos em irrigação contribuiu para o progresso do São Francisco Pernambucano, porém o contínuo uso desregulado da água, a falta de aproximação entre as áreas irrigadas e as de sequeiro e a inexistência de investimentos em esgotamento sanitário têm causado alguns problemas como:

- aumento do processo de salinização do solo;
- escassez no armazenamento d'água e de alimentos para as criações, no período de estiagem, na área de sequeiro;

- ausência de saneamento básico.

O sertão nordestino é severamente castigado pelos baixos índices de precipitação pluviométrica, ocasionando anormalidades em seu panorama e assim havendo implicações socioeconômicas, culturais e políticas da região. Assim, precisamos conhecer quais sistemas atmosféricos atuam na região.

3.1.6 SISTEMAS METEOROLÓGICOS

Na região Nordeste e Estado de Pernambuco atuam pelo menos seis sistemas de circulação atmosférica que produzem chuvas. Esses sistemas atuantes podem ser classificados como (SECTMA, 1998):

- **Frentes Frias** – provenientes de regiões subantárticas que não atuam de forma uniforme sobre todo o Estado, mas em sub-regiões diferentes em dois períodos, na posição leste do Agreste, Zona da Mata e no litoral, estas frentes podem influenciar as precipitações nos meses de maio a agosto, com máximas precipitações em julho. Por outro lado, no Sertão de Pernambuco, os principais meses de ocorrências de chuvas produzidas ou influenciadas vão de novembro a fevereiro, com máximas precipitações em dezembro.
- **Ondas de Leste** – perturbações de pequena amplitude geralmente observadas nos ventos alísios que atuam no leste de Pernambuco e do Nordeste, podem produzir chuvas intensas e inundações e, em alguns casos, penetrar até 300 *km* dentro do continente, que ocorrem principalmente no período de maio a agosto. O deslocamento dessas ondas se dá de leste para oeste a partir do Oceano Atlântico até atingir o litoral da região.
- **Zona de convergência Intertropical– ZCIT**– formada pela convergência dos alísios do Hemisfério Norte (alísios de nordeste) e os do Hemisfério Sul (alísio de sudeste), que sopram dos trópicos para a linha do equador, da maior pressão para a menor pressão. É facilmente identificada pela presença constante de nebulosidade, com alta taxa de precipitação, e atua sobre uma região qualquer por período superior a dois meses. É o principal sistema de produção de chuva no Sertão e Agreste de Pernambuco. No Sertão, caracteriza um período chuvoso que vai de dezembro a maio, com máximas precipitações durante fevereiro e março, e no Agreste, um período chuvoso de fevereiro a julho com máximas precipitações durante abril e maio. Em anos muito chuvosos pode causar inundações, principalmente na Zona da Mata e

na Região Metropolitana do Recife. Por outro lado, quando não atua nos meses de março e/ou abril produz secas, principalmente no semiárido.

- **Brisas terrestres e marítimas** – ocorrem no litoral do Nordeste durante todo o ano. A convergência causada pela brisa terrestre e os alísios de oeste-sudeste, associada ao grau de variabilidade da atmosfera é muito importante para a precipitação noturna. As áreas afastadas da costa, entre 100 e 300 *km*, têm o máximo diurno associado com a brisa marítima. A brisa marítima é máxima quando existe uma discrepância máxima entre a temperatura da terra e a temperatura da superfície do mar, geralmente no final do outono e no início do inverno, nos meses de maio, junho e julho. Em Pernambuco, as brisas terrestres e marítimas atuam no Litoral e na Zona da Mata durante todo o ano, e são mais observadas nos meses de outono e inverno, produzindo chuvas fracas e moderadas.
- **Vórtices Ciclônicos da Atmosfera Superior** – atuante na região Nordeste e principalmente em Pernambuco nos meses de novembro a fevereiro. A presença desses vórtices está relacionada com a circulação geral da atmosfera e podem permanecer sem movimento aparente por vários dias até desaparecer, normalmente quando se movem para sudoeste, entrando pelo continente. Seu comportamento sobre o estado de Pernambuco se dá de forma muito irregular, pois esses sistemas, dependendo do seu posicionamento, podem produzir tanto seca como chuvas intensas. A regularidade desses sistemas tem uma grande dependência na variabilidade interanual da atmosfera e se tornam mais constantes em anos com episódios de ocorrências do fenômeno El Niño.
- **Oscilações de 30 – 60 dias** – Essa oscilação são pulsos de energia que se movem de oeste para leste, não se apresenta de forma regular. A sua atuação no Nordeste apesar de esforços desprendidos ainda não é bem conhecida. Sabe-se apenas que esses sistemas atuam por período de 10 a 30 dias, podendo produzir precipitações prolongadas com resultados prejudiciais, como também podem beneficiar com chuvas de alguma intensidade nos que são considerados secos.

3.1.7 CLIMA E CHUVAS EM PERNAMBUCO

As Mesorregiões dos Sertões em Pernambucano, compreendem uma área acima de 60% do território do Estado, com características de baixos índices pluviométricos anuais, oscilando entre 500 e 800 *mm*. A região semiárida de Pernambuco compreende os Sertões e o Agreste, no semiárido, de acordo com [SECTMA \(1998\)](#) o período chuvoso de quatro meses consecutivos de maiores precipitações depende, principalmente, das oscilações da

ZCIT, as quais ocorrem, na maioria dos anos no verão em janeiro ou fevereiro, para o outono abril ou maio. As exceções, no Sertão, no que se refere ao período chuvoso ficam por conta do extremo oeste (setor sul), exatamente em Petrolina, onde as principais chuvas começam em dezembro, prolongando-se até março. Com alguma frequência, principalmente na parte mais ocidental do Sertão, e mais ainda nas áreas mais ao sul, são registradas chuvas significativas no mês de dezembro, podendo algumas vezes até em novembro, ou também em janeiro na primeira quinzena. Essas chuvas, quase sempre intensas, são oriundas das influências das frentes frias do Sul e/ou resultantes de algum vórtice ciclônico de ar superior. Assim, o período que vai de janeiro a maio, ocorrem praticamente, todo o total anual de precipitação do Sertão. Uma característica marcante na climatologia do Sertão é o mês de março, que se ostenta, como o de maior precipitação pluviométrica. Março, em todas as localidades do Sertão, registra elevadas concentrações de chuvas, em torno de 25% do total anual, como ocorre em Araripina. Pode-se dizer, que cerca de 20% até 25% das chuvas, na maioria dos anos, acontece em março.

Uma outra característica identicamente relevante no clima do Sertão consiste na enorme concentração das chuvas em poucos meses do ano. Em cerca de quatro meses chega-se a registrar 60 até 75% de toda a chuva do ano. Se forem considerados os 2 semestres, um de chuva e outro de seca, as diferenças são enormes: podendo ultrapassar 90% , restando menos de 10% das chuvas para o outro período. Na grande maioria das áreas do Sertão, considerando as médias climatológicas de mais de 40 localidades, todas com mais de 30 anos consecutivos de registro, o quadrimestre chuvoso é formado pelos meses de janeiro a abril. Observa-se também algumas exceções, tanto para a excessiva concentração de chuvas em março, como para o posicionamento ao quadrimestre chuvoso, de janeiro a abril. Em Triunfo e Tacarutu, as chuvas de março representam bem menos de 20% dos respectivos totais anuais. Em Triunfo, o fator responsável pelo alongamento da estação chuvosa é a sua elevada altitude de 1010 metros acima do mar. Já em Tacaratu é a sua exposição peculiar, na calha do São Francisco, que se abre a penetração dos alísios, e com elevação superior a 550 metros sobre o nível médio do mar.

Quando nos referimos ao quadrimestre chuvoso, a principal exceção está na parte mais oriental dos altos cursos do Pajeú e do Moxotó. Nessa área, em todas as localidades, mesmo nas que estão com séries de registros entre 20 e 30 anos, o quadrimestre chuvoso abrange o período de fevereiro a maio. Para o Agreste, ainda dominam condições de semiaridez, embora diferentes daquelas que prevalecem no Sertão. Portanto, pode-se dizer que a principal característica climatológica do Sertão é a impressionante concentração das chuvas em apenas quatro meses, o que não se dá com a climatologia do Agreste. Entretanto, a ZCIT é um sistema de grande escala e atua também sobre a faixa de climas úmidos e sub-úmidos, a leste do Nordeste, de modo a contribuir, com maior ou menor importância,

para a configuração do período chuvoso das regiões da Mata e do Agreste de Pernambuco. Só que a estação das chuvas nessas regiões recebe também, e principalmente, contribuições mais significativas de outros sistemas que atuam no período de outono e inverno (abril a agosto) e que aqui serão pelo menos, cinco meses e na Zona da Mata tem a duração de seis meses.

O Agreste fica numa região que une as áreas de clima úmido (a Mata) e seco (o Sertão), segundo CONDEPE (2005) esta região apresenta, zonalmente, similaridade ora com uma, ora com outra região, do ponto de vista climático. Assim, nas áreas do Agreste mais próximo do Sertão, a contribuição da ZCIT é mais efetiva do que as dos sistemas de leste. Observa-se nitidamente que março ainda continua a ser o mês mais chuvoso. Contudo, as precipitações são menos concentradas do que no Sertão. Logo, para o Agreste mais próximo da Mata, já se constata que as contribuições dos sistemas de leste são muito mais importantes do que as da ZCIT, de forma que o mês mais chuvoso se transfere para maio ou junho. Resumindo, pode-se dizer que há cinco (e não apenas quatro) meses chuvosos no Agreste, embora que, ainda assim, prevaleçam condições de semiárido.

Nas áreas, regionalmente conhecidas como “brejos” de altitude, a condição dominante é sub-úmida e, em certos casos, até mesmo úmida. Com estas características, podemos destacar as localidades de Garanhuns, Taquaritinga do Norte, Brejo da Madre de Deus e Buíque. Dessa maneira, o Agreste de Pernambuco apresenta, nas áreas mais próximas ao Sertão, o período que vai de fevereiro a junho como o mais chuvoso do ano, aproximadamente 65% da precipitação anual acontece nesses cinco meses. Nas áreas mais próximas da Mata a estação chuvosa do Agreste já se estende de março a julho. Finalmente, na parte mais meridional do Agreste próximo da Mata, os cinco meses mais chuvosos são abril, maio, junho, julho e agosto.

A Zona da Mata caracteriza-se por climas úmidos, com chuvas sempre acima de 1.000 *mm*, em média, alcançando mais de 2.000 *mm* nas localidades próximas ao litoral. Essa região possui período chuvoso extenso, com pelo menos seis meses de duração. Em geral, as chuvas vão de março a agosto e o período seco, na verdade não tão seco, situa-se de setembro a fevereiro.

3.2 DISTRIBUIÇÕES

3.2.1 NORMAL

A distribuição normal desempenha um papel central na estatística clássica, segundo [Forbes et al. \(2011\)](#) esta distribuição foi descrita pela primeira vez pelo matemático francês De Moivre em 1733 e o desenvolvimento da distribuição é frequentemente atribuído a Gauss, que aplicou a teoria aos movimentos dos corpos celestes. Também conhecida como distribuição gaussiana, seu gráfico é uma curva em forma de sino. Sua importância deve-se a vários fatores, entre eles o teorema central do limite. Um dos primeiros documentos aplicando a distribuição normal para análise de dados hidrológicos foi dado por [Allen \(1914\)](#). Já [Markovic \(1965\)](#) descobriu que a distribuição normal poderia ser usada para ajustar a distribuição da dados de chuvas. Uma variável X segue distribuição Normal se sua função densidade de probabilidade (fdp) é dada por:

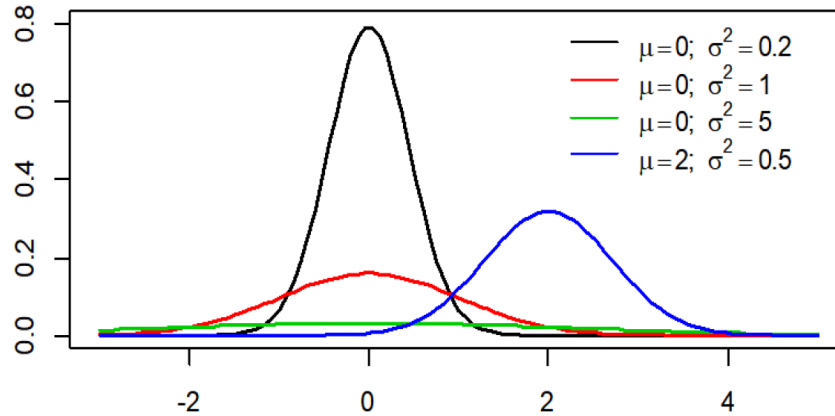
$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \mathbb{I}_{(-\infty, \infty)}(x),$$

em que $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$. E, \mathbb{I}_A representa a função indicadora do conjunto A quando:

$$\mathbb{I}_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases}$$

Se uma variável possui distribuição normal com média μ e variância σ^2 costuma-se representá-la como $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. A média de uma variável Normal X é igual ao parâmetro de posição, em torno do qual os valores de X se dispersam simetricamente. O grau com que a variável X se dispersa em torno de μ , é dado pelo parâmetro de escala, o qual é igual a σ^2 . A [Figura 2](#) exemplifica os efeitos das variações marginais dos parâmetros de posição e escala da distribuição Normal.

Figura 2 – Gráfico da distribuição Normal



O valor esperado e a variância de uma variável Normal, são respectivamente dadas por:

$$E[X] = \mu$$

e

$$Var[X] = \sigma^2.$$

Sua função distribuição acumulada (fda) é definida como:

$$F(x; \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Esta função não pode ser integrada analiticamente, pois não tem primitiva. Os valores de probabilidade são obtidos por integração numérica e apresentado em tabelas.

Convencionalmente, a variável aleatória seguindo distribuição normal padrão é denotada por Z . Sua fdp é simplificada para

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

A notação $\phi(z)$ é frequentemente usada para o fdp da distribuição normal padrão, em vez de $f(z)$. Da mesma forma, $\Phi(z)$ é a notação convencional para a fda da distribuição normal padrão. Qualquer variável aleatória gaussiana, X , pode ser transformada para a forma padrão, Z , simplesmente subtraindo sua média e dividindo por seu desvio padrão,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

em que Z é o valor da nova variável conhecida como normal reduzida, $Z \sim N(0, 1)$.

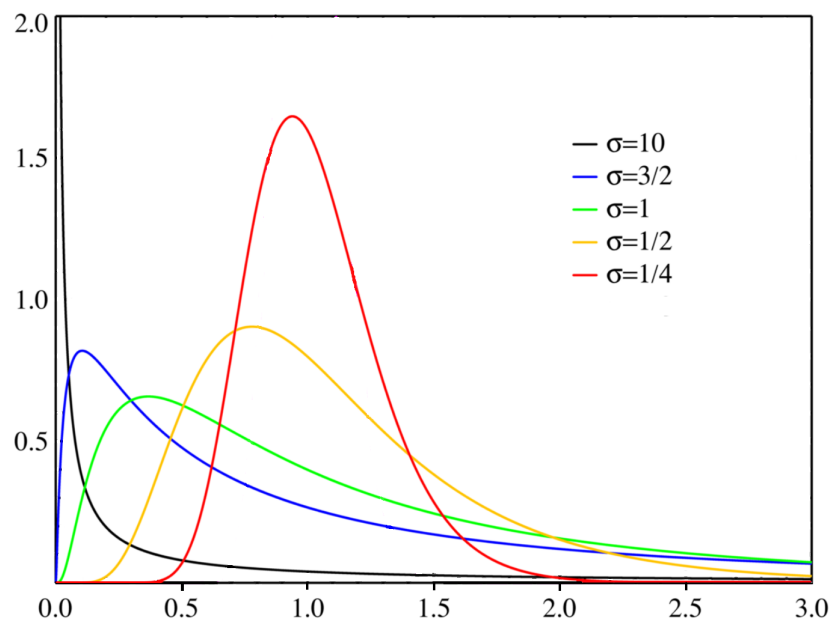
3.2.2 LOG-NORMAL

A distribuição log-normal é uma distribuição contínua e semelhante a distribuição normal com assimetria em relação ao eixo vertical. Segundo [Lafraia \(2001\)](#), a distribuição log-normal apresenta forma mais variada em relação a normal, em que possibilita um melhor ajuste. Sua fdp é dada por:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{[\log x - \mu]^2}{2\sigma^2}} \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x),$$

em que μ é real e σ é positivo, são respectivamente a média e desvio padrão, da variável transformada $y = \log x$. Na distribuição log-normal a variável aleatória x é o antilog de uma variável y que segue uma distribuição normal. A Figura 3 mostra a fdp da distribuição log-normal para $\mu = 0$ e diferentes valores de σ .

Figura 3 – Gráfico da distribuição Lognormal



O valor esperado e a variância de uma variável log-normal, são respectivamente dadas por:

$$E[X] = \exp\left[\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right]$$

e

$$\text{Var}[X] = (\exp[\sigma^2] - 1) \exp[2\mu + \sigma^2].$$

3.2.3 GAMA

Frequentemente usada para representar dados de precipitação por sua versatilidade na forma da distribuição, isso faz com que ela seja atraente para representar dados de precipitação, e é frequentemente utilizado para este fim. A distribuição gama é definida tendo sua fdp dada por:

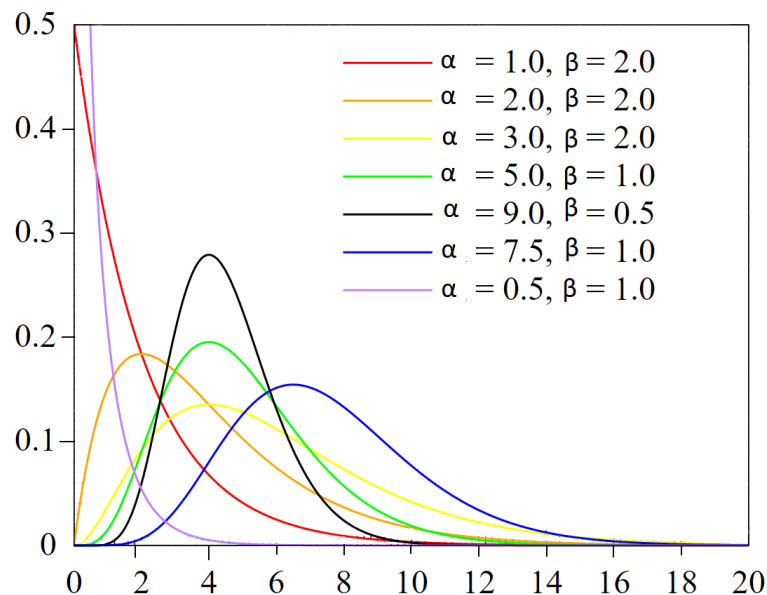
$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x), \quad (3.1)$$

em que $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma, $\beta > 0$ é o parâmetro de escala e Γ é a função gama. A função gama por sua vez é representada da seguinte forma:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

A fdp da distribuição gama assume uma ampla variedade de formas, dependendo do valor do parâmetro de forma, α . Como mostra a Figura 4, para $\alpha < 1$ o valor da distribuição decai rapidamente, com $f(x) \rightarrow \infty, x \rightarrow 0$. Para $\alpha = 1$ a função cruza o eixo vertical $\frac{1}{\beta}$ para $x = 0$ (neste caso especial a distribuição gama é chamada distribuição exponencial, que será descrita na próxima subseção). Para $\alpha > 1$, a fdp da gama começa na origem, $f(0) = 0$. Valores progressivamente maiores de α resultam em menos assimetria e uma mudança da fdp para a direita. Para valores muito grandes de α (maiores que talvez 50 a 100), a distribuição gama se aproxima da distribuição normal em forma. O parâmetro α é sempre adimensional.

Figura 4 – Gráfico da distribuição Gama



O papel do parâmetro de escala, β , é efetivamente esticar ou espremer (ou seja, dimensionar) a fdp da gama para direita ou esquerda, dependendo das magnitudes gerais dos valores de dados representados. Observe que a quantidade x na Eq. (3.1) é dividido por β nos dois locais em que aparece. O parâmetro de escala β tem a mesma unidade de medida (mm) que o valor de x . Como a distribuição é esticada para a direita por valores maiores de β , a sua altura deve cair para satisfazer a Equação $\int_x f(x)dx = 1$. Por outro lado, à medida que a densidade é reduzida para a esquerda, sua altura deve subir. Esses ajustes de altura são realizados pela beta no denominador da Eq. (3.1).

O valor esperado e a variância de uma variável Gama, são respectivamente dadas por:

$$E[X] = \alpha\beta$$

e

$$Var[X] = \alpha\beta^2.$$

3.2.4 EXPONENCIAL

É um caso particular da distribuição gama quando $\alpha = 1$. A distribuição exponencial geralmente se ajusta bem a dados que apresentam forte assimetria, com histogramas em forma de "J" invertido. Uma variável aleatória X tem distribuição Exponencial com parâmetro de escala $\beta > 0$, se sua fdp é dada por:

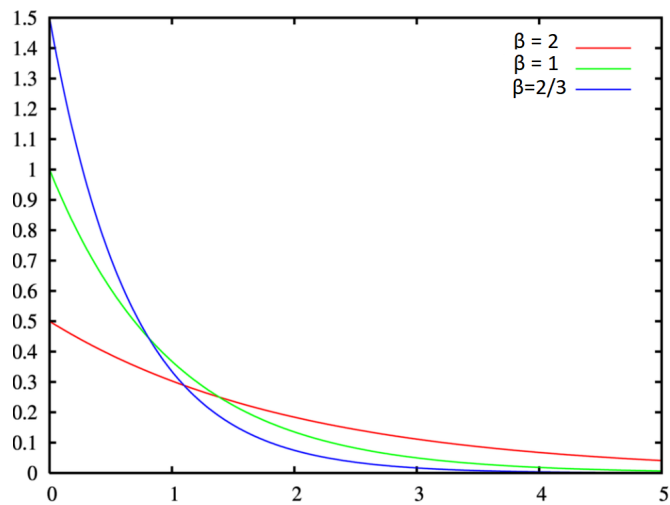
$$f(x; \beta) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x). \quad (3.2)$$

A fda tem uma forma fechada dada por:

$$F(x; \beta) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}}.$$

Na Figura 5, é apresentado o gráfico da fdp exponencial para três valores diferentes de β .

Figura 5 – Gráfico da distribuição Exponencial



O valor esperado e a variância de uma variável aleatória Exponencial são dadas por:

$$E[X] = \beta$$

e

$$Var[X] = \beta^2.$$

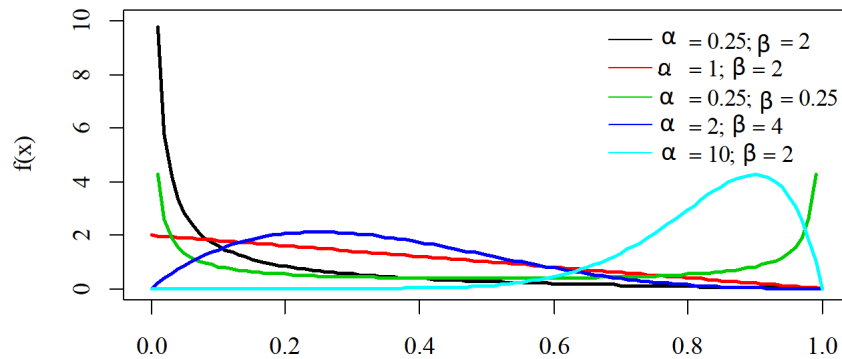
3.2.5 BETA

A densidade beta é apropriada pela flexibilidade, assume muitas formas diferentes, dependendo dos valores especificados de seus parâmetros α e β . A expressão geral da fdp da beta é dada por:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)(b - a)^{\alpha + \beta + 1}} (x - a)^{\alpha - 1} (b - x)^{\beta - 1} \mathbb{I}_{(a,b)}(x),$$

em que $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. No modelo, os parâmetros α e β definem a forma da distribuição, os valores a e b representam os extremos da distribuição. No formato padrão $a = 0$ e $b = 1$. Em geral se $\alpha \leq 1$, a probabilidade está concentrada perto de zero (por exemplo, $\alpha = 0,25$ e $\beta = 2$ ou $\alpha = 1$ e $\beta = 2$), e para $\beta \leq 1$ a probabilidade está concentrada próximo de 1. Se ambos parâmetros forem menores que 1 a distribuição tem a forma de U. Para $\alpha > 1$ e $\beta > 1$ tem uma concavidade para baixo entre 0 e 1 (por exemplo, $\alpha = 2$ e $\beta = 4$ ou $\alpha = 10$ e $\beta = 2$). Se $\alpha = \beta$, a distribuição é simétrica, se $\alpha > \beta$, a assimetria é negativa e, no caso de $\alpha < \beta$, sua assimetria é positiva. Esses exemplos estão representados na Figura 6. Invertendo os valores de α e β a distribuição beta tem a propriedade reflexiva.

Figura 6 – Gráfico da distribuição Beta



O valor esperado, a variância de uma variável Beta, são respectivamente:

$$E[X] = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

e

$$Var[X] = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2}.$$

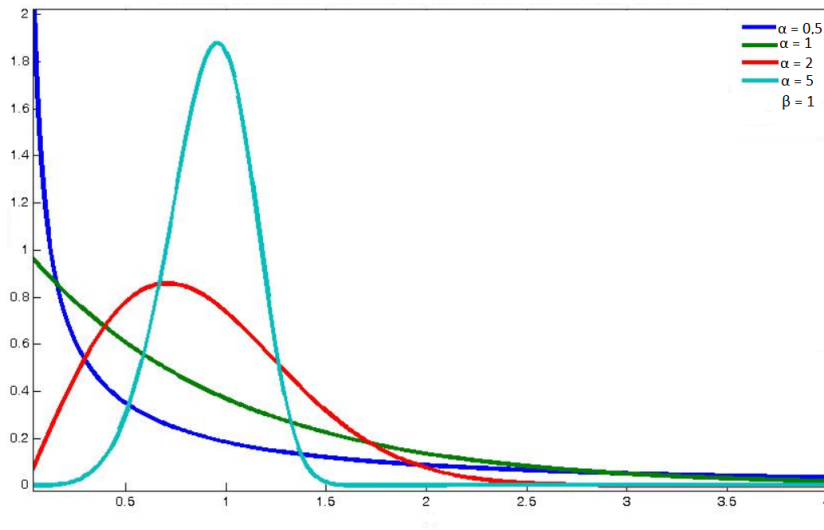
3.2.6 WEIBULL

A distribuição Weibull foi proposta por Weibull (1939), e teve estudos de sua aplicabilidade em Weibull et al. (1951). Desde então é usada em estudos de tempo de vida e previsão de falhas de equipamentos, apresentando um bom ajuste à distribuição de frequência dos dados de precipitação. A escolha desta distribuição está relacionada à sua flexibilidade e a estimação de apenas dois parâmetros. Sua fdp tem a seguinte forma:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x),$$

em que $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma, $\beta > 0$ é o parâmetro de escala. A forma da distribuição Weibull também é controlada igual a distribuição gama, pelos dois parâmetros, se $\alpha < 1$ produz formas “J” invertido e forte assimetria positiva e, para um $\alpha = 1$, a distribuição Weibull também se reduz à distribuição exponencial Eq. (3.2). Para $\alpha \approx 3.6$, a Weibull é muito semelhante a distribuição normal. No entanto, para parâmetros de forma maiores além disso, a densidade de Weibull exibe assimetria negativa. As formas da distribuição aos diferentes valores de α é mostrada na Figura 7.

Figura 7 – Gráfico da distribuição Weibull



Sua fda é dada por:

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}.$$

O valor esperado e a variância de uma variável Weibull, são respectivamente:

$$E(X) = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

e

$$Var[X] = \beta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right].$$

3.2.7 LOG-LOGÍSTICA

A distribuição log-logística proposta por [Tadikamalla e Johnson \(1982\)](#) tem-se apresentado como alternativa às distribuições Weibull e a log-normal, na hidrologia é utilizada para escoamento ([ASHKAR; MAHDI, 2006](#)). Uma variável aleatória X é distribuída conforme uma log-logística, se sua fdp for dada por:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right)^{-2} \mathbb{I}_{(0,\infty)}(x),$$

em que $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma e $\beta > 0$ é o parâmetro de escala. A fda é dada por:

$$F(x; \alpha, \beta) = \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]^{-1} = \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right]^{-1}. \quad (3.3)$$

A esperança e a variância da distribuição log-logística são dadas pelas seguintes expressões:

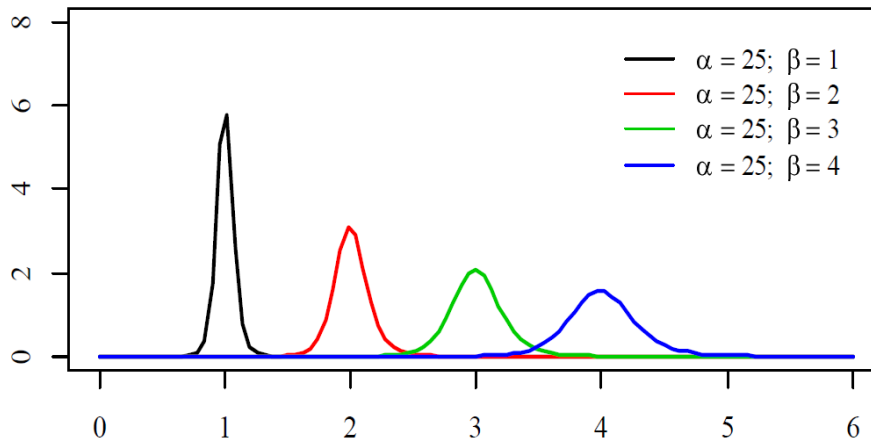
$$E[X] = \alpha \frac{\frac{\pi}{\beta}}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)}, \quad \beta > 1$$

e

$$\text{Var}[X] = \alpha^2 \frac{\frac{2\pi}{\beta}}{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\beta}\right)} - \left[\alpha \frac{\frac{\pi}{\beta}}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{\beta}\right)} \right]^2, \quad \beta > 2.$$

A Figura 8 mostra o gráfico da fdp, fixando $\alpha = 25$ e para alguns valores do parâmetro β .

Figura 8 – Gráfico da distribuição Log-logística



3.2.8 LOG-LOGÍSTICA EXPONENCIADA

A distribuição log-logística exponenciada foi proposta, como também sua aplicabilidade por [Rosaiah, Kantam e Kumar \(2006\)](#), é obtida da distribuição log-logística, sua fdp com três parâmetros, a , α e β é dada por:

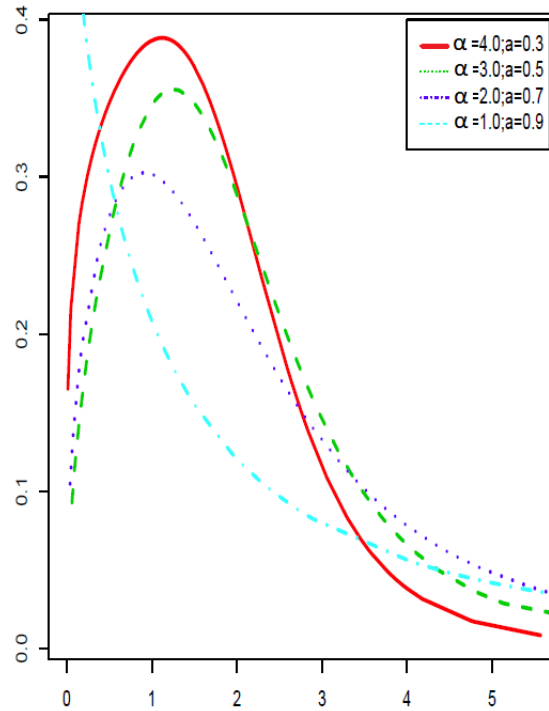
$$f(x; a, \alpha, \beta) = \frac{a\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]^{-2} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right]^{-(a-1)} \mathbb{I}_{(0,\infty)}(x),$$

em que $\alpha > 0$ é o parâmetro de forma, $\beta > 0$ é o parâmetro de escala e $a > 0$ o segundo parâmetro de forma. A fda da distribuição log-logística exponenciada é obtida elevando a Eq. (3.3) ao expoente a , isto é:

$$F(x; a, \alpha, \beta) = \left[\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]^{-1} \right]^a = \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right]^{-a}.$$

A Figura 9 mostra o gráfico da fdp, fixando $\beta = 2,5$ e para alguns valores do parâmetro α e a .

Figura 9 – Gráfico da distribuição Log-logística Exponenciada



3.2.9 GUMBEL MARSHALL-OLKIN

A distribuição Marshall-Olkin foi proposta por [Marshall e Olkin \(1997\)](#), que introduziram um novo parâmetro a uma distribuição Gumbel. Portanto a distribuição Gumbel Marshall-Olkin possui fdp dada por:

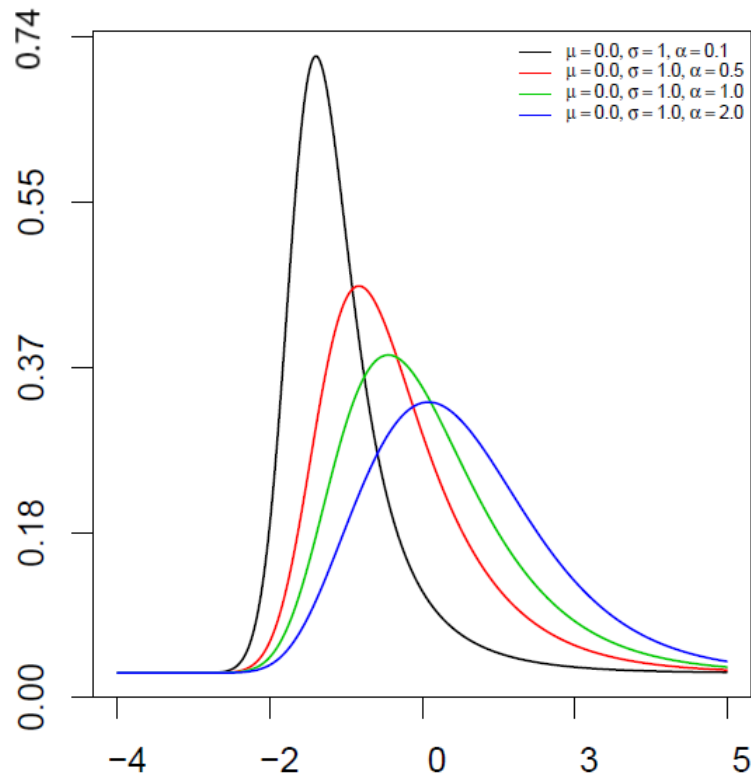
$$f(x; \mu, \sigma, \alpha) = \frac{\frac{\alpha}{\sigma} \exp \left[-\frac{x-\mu}{\sigma} - \exp \left(-\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]}{\sigma \left(1 - (1 - \alpha) \left[1 - \exp \left(-\exp \left(-\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right) \right] \right)^2},$$

em que $\mu \in \mathbb{R}$ é o parâmetro de locação, $\sigma > 0$ o parâmetro de dispersão e $\alpha > 0$ o parâmetro de forma. A fda é expressa por:

$$F(x; \mu, \sigma, \alpha) = \frac{1 - \alpha \left\{ 1 - \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \right\}}{1 - (1 - \alpha) \left\{ 1 - \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \right\}}.$$

A Figura 10 apresenta a influência do parâmetro α no comportamento da fdp da distribuição Gumbel Marshall-Olkin.

Figura 10 – Gráfico da distribuição Gumbel Marshall-Olkin



A média e variância de uma variável aleatória que segue uma distribuição Gumbel Marshall-Olkin não podem ser escritos de forma explícita.

3.3 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS MISTAS

Existem casos em que é possível encontrar uma variável aleatória que possa assumir tanto valores discretos, quanto valores contínuos. Nestes casos diz-se que a variável tem uma distribuição mista de probabilidades. A função de distribuição de qualquer variável pode ser escrita conforme propõe [Magalhães \(2006\)](#), como a ponderação de uma função de distribuição discreta e contínua. Isto é,

$$F(x) = \alpha_d F^d(x) + \alpha_c F^c(x);$$

com $\alpha_d + \alpha_c = 1, \alpha_d, \alpha_c \geq 0$ e F^d e F^c são funções de distribuição do tipo discreta e contínua respectivamente. Se uma variável for “inteiramente” contínua, sua função de distribuição é uma curva não decrescente e o coeficiente α_d será nulo.

3.4 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

O uso de métodos para ajuste de parâmetros faz parte da inferência estatística, ou seja, de posse de uma amostra finita de observações de uma variável aleatória, neste caso a precipitação, pode-se extrair conclusões sobre: a) o modelo distributivo da população que contém a amostra; b) as estimativas dos valores numéricos dos parâmetros que descrevem o modelo. Um dos problemas no uso de qualquer procedimento estatístico em dados hidrológicos está na estimativa dos parâmetros, cujos métodos podem conduzir a resultados diferentes. Em hidrologia destaca-se o método dos momentos e método de máxima verossimilhança (MMV). O método dos momentos consiste simplesmente em igualar os momentos populacionais aos amostrais. Os momentos populacionais são funções dos parâmetros a estimar, e os momentos amostrais são números. [Clarke et al. \(1994\)](#) afirma que o uso desse método, atualmente, torna-se injustificado por conta das facilidades computacionais para a utilização de métodos mais robustos como o MMV.

3.4.1 MÉTODO DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A Máxima Verossimilhança é um método em que os estimadores são obtidos a partir da maximização da função de verossimilhança. [Bolfarine e Sandoval \(2010\)](#) enunciam o conceito de função de verossimilhança da seguinte forma: Tendo uma amostra aleatória de tamanho n de uma variável aleatória X com função densidade $f(x|\theta)$, com $\theta \in \Theta$, em que Θ é o espaço paramétrico. A função de verossimilhança de θ que corresponde a amostra aleatória observada é dada por

$$L(\theta; \mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta).$$

O estimador de máxima verossimilhança de θ é o valor $\hat{\theta} \in \Theta$ que maximiza a função de verossimilhança $L(\theta; \mathbf{x})$. O logaritmo natural da função de verossimilhança de θ é dado por

$$l(\theta; \mathbf{x}) = \log L(\theta; \mathbf{x}). \quad (3.4)$$

Como a função logarítmica é monótona percebe-se que o valor de θ que maximiza a função de verossimilhança $L(\theta; \mathbf{x})$, também maximiza a Eq. (3.4). Além do mais, no caso uniparamétrico em que Θ é um intervalo da reta e $l(\theta; \mathbf{x})$ é derivável, o estimador de máxima verossimilhança pode ser obtido a partir da seguinte igualdade

$$l'(\theta; \mathbf{x}) = \frac{\partial l(\theta; \mathbf{x})}{\partial \theta} = 0. \quad (3.5)$$

Para exemplos simples, a solução da equação de verossimilhança pode ser obtida explicitamente, em situações mais complexas, precisamos de procedimentos numéricos para encontrar a solução da equação Eq.(3.5). Contudo para se concluir que a solução da Eq.(3.5) é um ponto de máximo, é necessário a verificação da Eq. (3.6):

$$l''(\hat{\theta}; \mathbf{x}) = \frac{\partial^2 \log L(\theta; \mathbf{x})}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} < 0. \quad (3.6)$$

Quando o máximo de $l(\theta; \mathbf{x})$ ocorre na fronteira de Θ , o estimador de máxima verossimilhança não pode ser obtido a partir da solução da Eq. (3.5). Assim, o máximo é obtido a partir da inspeção da função de verossimilhança.

3.5 TESTE DE ADERÊNCIA

Quando tentamos ajustar dados amostrais a uma determinada distribuição de probabilidade, é necessário realizar um teste de aderência para verificar se a distribuição escolhida se comporta segundo o conjunto de dados, neste trabalho usaremos o teste Kolmogorov-Smirnov (K-S) ao nível de significância de 5%.

3.5.1 KOLMOGOROV-SMIRNOV

O teste de K-S é um teste no qual se tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidade acumuladas, empíricas e teóricas, de variáveis aleatórias contínuas. É um teste não paramétrico dado por:

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F(x)|,$$

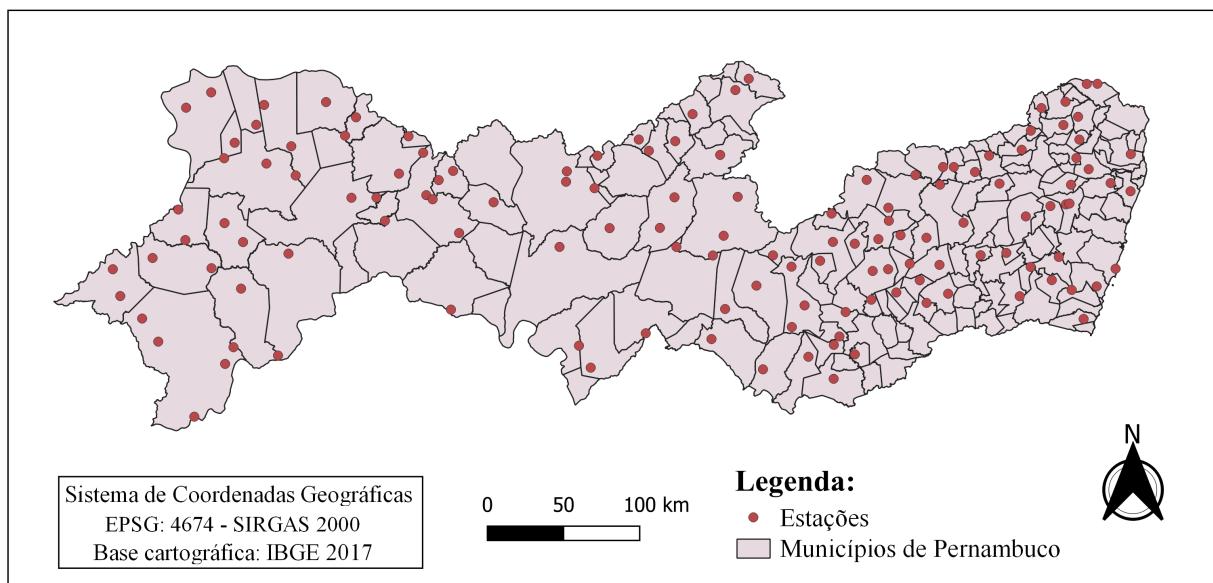
em que $F_n(x)$ representa a fda empírica dos dados, estimada como $F_n(x_{(i)}) = \frac{i}{n}$ para o i -ésimo menor dado valor; e $F(x)$ representa a fda assumida para os dados, portanto a estatística do teste K-S, D_n , procura a maior diferença, em valor absoluto, entre o valor empírico e funções de distribuição cumulativa ajustadas. Qualquer conjunto real e finito de dados exibirá flutuações de amostragem resultando em um valor diferente de zero para D_n , mesmo se a hipótese nula for verdadeira e a distribuição teórica se encaixa muito bem. Se D_n for suficientemente grande, a hipótese nula poderá ser rejeitada. Quão grande depende do nível do teste mas também do tamanho da amostra, independentemente se os parâmetros de distribuição foram ou não ajustados usando os dados de teste e, se for o caso, também no formulário de distribuição específico que está sendo adequado.

4 METODOLOGIA

4.1 DADOS

Os dados utilizados para investigar padrões de variabilidade da precipitação no estado de Pernambuco são formados por 133 séries temporais mensais de precipitação distribuídas sobre todo o estado (Figura 11) durante o período de 1950 a 2012. Esses dados são informações cedidas pelo Laboratório de Meteorologia de Pernambuco (LAMEP), órgão pertencente ao Instituto de Tecnologia de Pernambuco (ITEP). Em algumas das estações são observados registros ausentes, isto é, dados mensais faltantes. Para tais estações, foram estimadas estas precipitações utilizando-se o programa WinPreci (Windows Precipitation), interface desenvolvida por [Silva \(2015\)](#) como uma ferramenta para acesso e visualização da precipitação mensal no estado de Pernambuco, depois da comparação de sete diferentes métodos de interpolação.

Figura 11 – Localização das estações



Fonte: o autor

4.2 MÉTODO

A maioria dos estudos de precipitação excluem os valores zero da análise, tornando os dados pluviométricos passíveis de serem adequadamente modelados por distribuições

contínuas, sobretudo pela gama, distribuição amplamente empregada para este fim. No entanto, ao fazer isso há uma descaracterização do fenômeno da precipitação que incluem tanto valores contínuos quanto discretos (zeros), estes últimos tão frequentes em regiões semiáridas como a região que se insere o estado de Pernambuco.

Valores nulos, que representam dias não chuvosos, podem ser modelados por meio de distribuições discretas, utilizando para isso metodologias apropriadas que consideram os zeros inflacionados enquanto os valores das chuvas (valores não nulos) podem ser modelados por distribuição contínua. [Kedem, Chiu e Karni \(1990\)](#) e [Yoo, Jung e Kim \(2005\)](#), recomendam a utilização da distribuição mista proposta por [Thom \(1951\)](#) para análise de dados de precipitação. Assim, a função de distribuição mista com variável aleatória X , deve ser zero em períodos não chuvosos e sua probabilidade será denotada por:

$$P(X = 0) = p$$

em que p representa a probabilidade de zeros, ou seja, de dias não chuvosos. No entanto, nos dias chuvosos, X segue uma distribuição contínua, cuja probabilidade de ser menor que ou igual a uma medida de chuva x pode ser expressa pelo uso de uma fda $F(x)$:

$$P(X \leq x) = F(x), \quad x > 0.$$

Assim, a função de distribuição considerando os dias chuvosos e não chuvosos é expressa pela distribuição mista:

$$G(x) = p + (1 - p).F(x) \tag{4.1}$$

em que $G(x)$ é a distribuição acumulada de forma mista, p é a probabilidade de zero na série e $F(x)$ é uma fda contínua qualquer ajustada com dados após a remoção dos zeros.

Como algumas séries de dados de precipitação mensais observadas continham uma grande quantidade de zeros, ou seja, ausência de precipitação, padronizou-se a utilização da fda mista (Eq. 4.1) em todos os postos pluviométricos. Com os dados das séries de cada posto pluviométrico foram ajustadas nove distribuições estatísticas candidatas a melhor distribuição do mês em questão. Ajustaram-se as distribuições exponencial, gama, beta, log-normal, Weibull, normal, Gumbel Marshall-Olkin, log-logística, log-logística exponenciada.

Os parâmetros das distribuições foram estimados pelo o Método da Máxima Verossimilhança. Para avaliação do ajuste associado aos valores de frequências de precipitações

observados com os estimados, aplicou-se o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de 5% de probabilidade de erro tipo I. Neste caso, a aderência foi aplicada considerando cada série de dados, incluindo-se nelas os zeros que eventualmente haviam sido removidos por ocasião dos ajustes para obtenção de cada $F(x)$. Isso porque uma característica importante do teste KS é que ele não deve ser aplicado à mesma amostra de dados usada para estimar os parâmetros da distribuição (VLČEK; HUTH, 2009).

Para construção dos mapas de espacialização da precipitação provável foi utilizado o inverse distance weighing (IDW). Este método trata-se de uma técnica de interpolação proposta originalmente por Shepard (1968). Esta metodologia tem sido considerada como uma das técnicas de interpolação espacial padrão na ciência de informação geográfica (BURROUGH; MCDONNELL, 1998; LONGLEY et al., 2005), além de se encontrar disponível na maioria dos softwares de geographic information system (gis). Formalmente, o IDW é utilizado para estimar valores desconhecidos $\hat{x}(C_0)$ na coordenada (C_0), levando em conta os valores observados $x(C_i)$ nas coordenadas (C_i) da seguinte forma

$$\hat{x}(C_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i x(C_i). \quad (4.2)$$

Essencialmente, o valor estimado em C_0 é uma combinação linear dos pesos λ_i e dos valores $x(C_i)$ observados em C_i , sendo λ_i definido como

$$\lambda_i = \frac{d_{0i}^{-\alpha}}{\sum_{i=1}^n d_{0i}^{-\alpha}}, \quad (4.3)$$

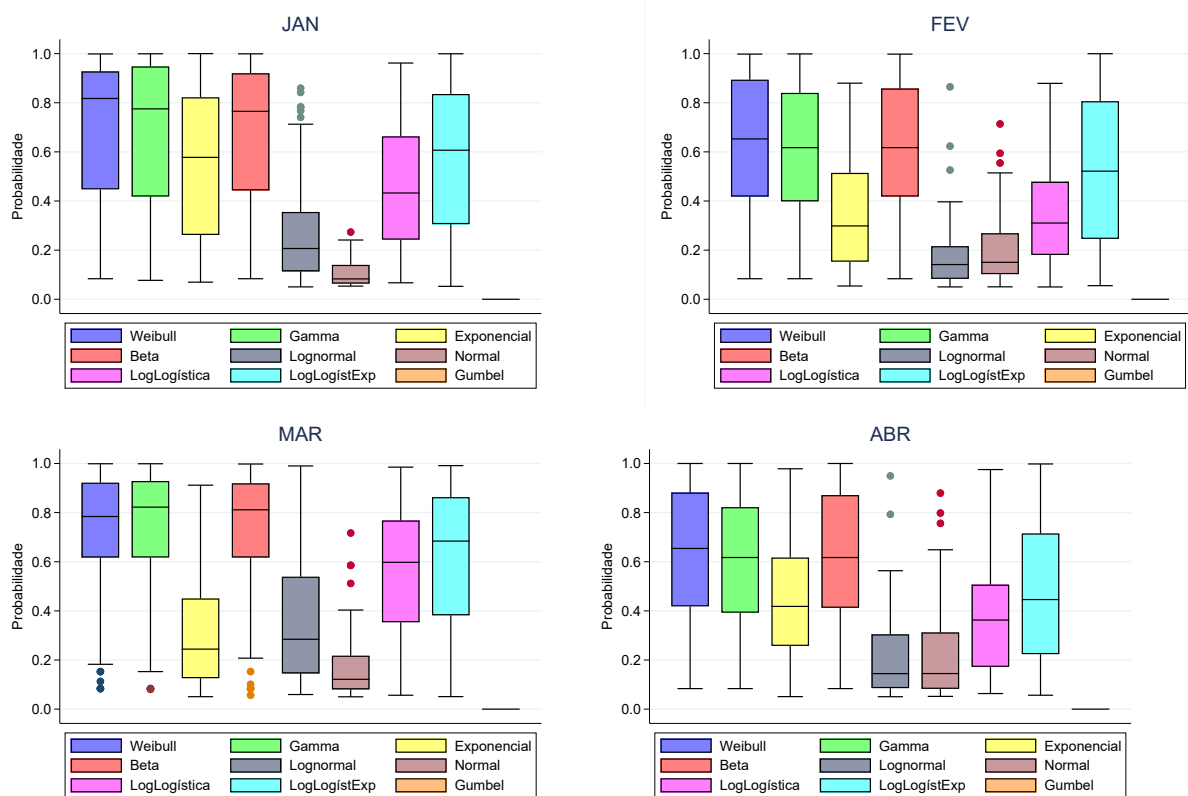
com $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ e d_{0i} como a distância Euclidiana entre C_0 e C_i . Baseado na estrutura do IDW (Eq. 4.2), a escolha de α pode afetar significativamente o resultado da interpolação. A comparação de pesos específicos pode ser encontrada nos trabalhos de Kravchenko e Bullock (1999), Cecilio e Pruski (2003) e Vicente-Serrano, Saz-Sánchez e Cuadrat (2003).

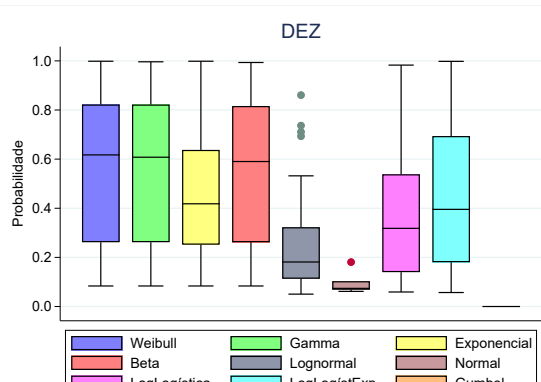
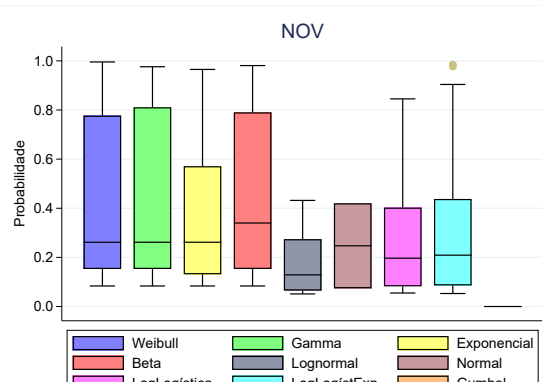
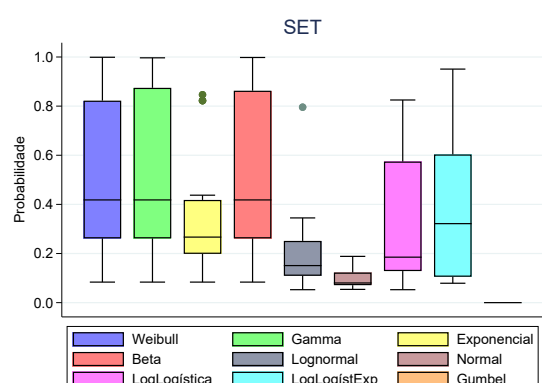
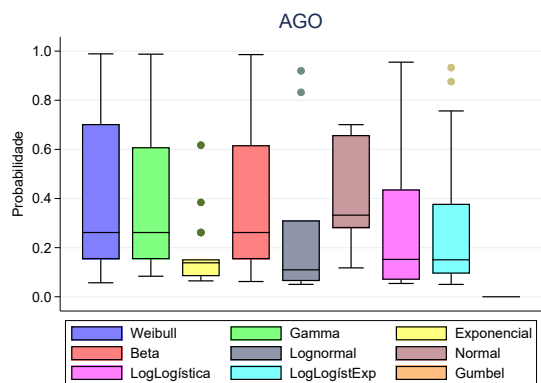
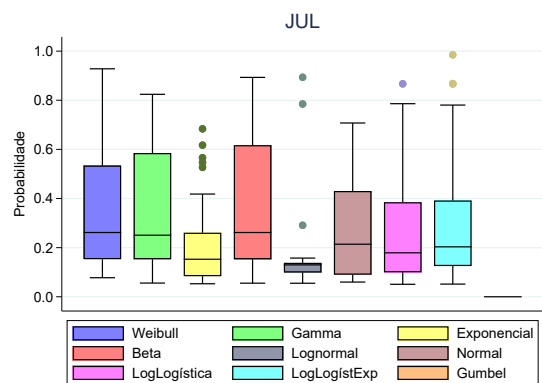
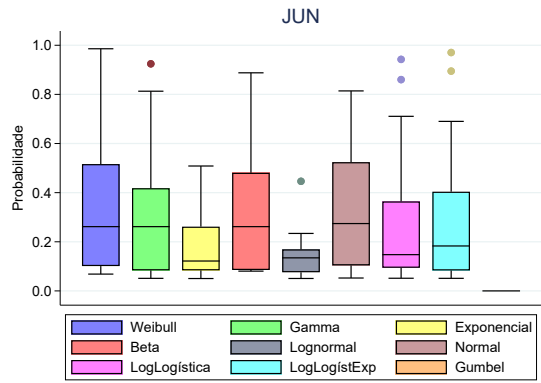
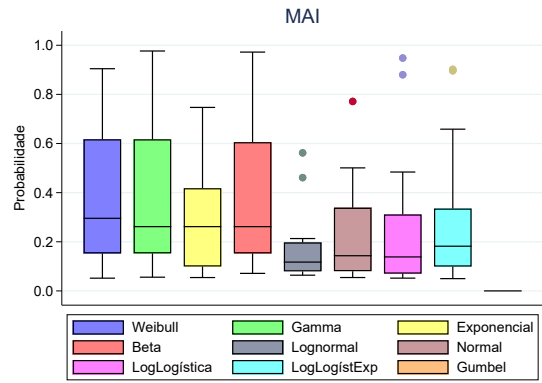
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 BOX PLOT DE P-VALORES

Na Figura 12 é apresentado o box plot de p-valores com aderências significativas para todas as distribuições estudadas, em cada mês do ano, ajustadas nas 133 estações pluviométrica do estado de Pernambuco. Verifica-se que não teve uma única distribuição que tenha se destacado hegemonicamente em todos os meses. Por outro lado, a distribuição Gumbel Marshall-Olkin não apresentou p-valor significativo ($> 0,05$) pelo teste de K-S em nenhum mês.

Figura 12 – Box plot de p-valores com aderências significativas pelo teste de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5% para todas as distribuições estudadas, em cada mês do ano, ajustadas nas 133 estações pluviométrica do estado de Pernambuco.





Em geral, pode-se observar uma alternância ao longo dos meses entre as distribuições Weibull, gama e beta as quais apresentaram maiores p-valores, exceção feita ao mês de agosto que se destacou a distribuição Normal. É possível que isto decorra, provavelmente, do fato de em agosto, pelo regime pluviométrico da maior parte do estado (sertão do São Francisco, Pernambucano e Agreste) ser bastante escasso, com baixa lâmina precipitável e irregularmente distribuída no espaço e tempo; as demais distribuições tenham produzidos p-valores muito caquéticos, apesar de significativos. Isso porque agosto está inserido no período seco das mesorregiões do sertão do São Francisco e Pernambucano e encerra a estação chuvosa da região Agreste.

Por outro lado, agosto é um mês que ainda são constatados eventos de precipitação consideráveis na zona da mata e região metropolitana, e os dados de chuva, pela simetria e regularidade espaço-temporal, puderam ser adequadamente modelados pela distribuição Normal. É importante destacar que, mesmo a distribuição Normal tendo se destacado em agosto pelo maior p-valor, essa distribuição teve apenas duas aderências significativas dentre as 35 verificadas para o mês em questão, o que representa menos de 6% das aderências com p-valor $> 0,05$ em todo estado.

Resultado semelhante foi observado por [Silva et al. \(2013\)](#), eles verificaram que a distribuição Normal apresentou bom desempenho no mês em que quase nunca se verificava ausência de precipitação.

Dentre as distribuições com maiores p-valores, a gama foi a que apresentou menor quantidade de valores extremos. Quanto as demais, observa-se que a log-normal foi que apresentou maiores quantidades seguida pela distribuição Exponencial, apesar desta gerar valores extremos apenas no segundo semestre. Isso pode demonstrar que a distribuição gama teve, em geral, uma assimetria a esquerda menos pronunciada com tendência a ser menos pontuda com menores assimetrias o que favorece a obtenção de p-valores significativos ($> 0,05$).

De acordo com [Svensson, Hannaford e Prosdocimi \(2017\)](#), uma assimetria leve ou pronunciada da distribuição Gama para dados de precipitação, configura como uma característica para obtenção de valores pequenos de p-valores ($< 0,05$), conseqüentemente conduzem a rejeição desta distribuição. Aqueles autores ainda afirmam que outro motivo que leva a não aceitação da distribuição gama, após teste de aderência, é a ocorrência de valores muito altos, particularmente para casos com um ou mais valores muito extremos contidos na série de dados.

Ainda pela Figura 12, outubro e novembro aparecem como os meses com menor quantidade de valores extremos com valores mínimos dos dados muito próximo ou coincidindo com o primeiro quartil. Isso deve-se, possivelmente, ao fato de ser o bimestre com

menores índices pluviométricos registrados no estado. O que imprime maior homogeneidade nos volumes precipitados da série histórica. De acordo com a Agência Pernambucana de Águas e Climas (APAC, 2017), novembro é considerado como um dos meses mais secos do estado. O que reforça a hipótese levantada acima.

5.2 ARRANJO ESPACIAL DAS DISTRIBUIÇÕES

Nas Figuras de 13 a 16 são apresentados os arranjos espaciais das distribuições de probabilidade mais adequada a cada posto pluviométrico do estado de Pernambuco segundo o maior p-valor.

Figura 13 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que $\text{p-valor} = \max | \text{p-valor} > 0,05 |$. Primeiro Trimestre

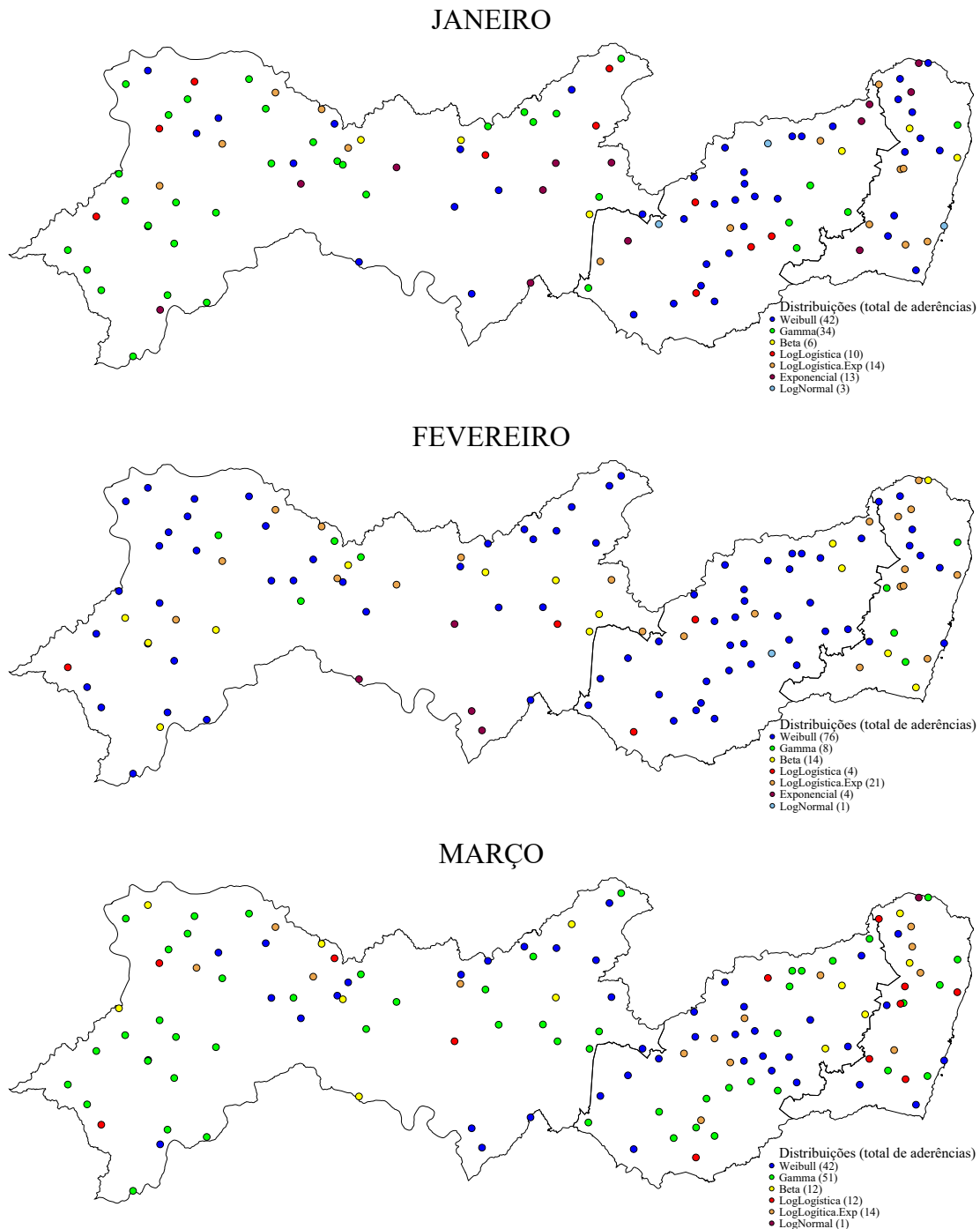


Figura 14 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que $\text{p-valor} = \max | P\text{-valor} > 0,05 |$. Segundo Trimestre

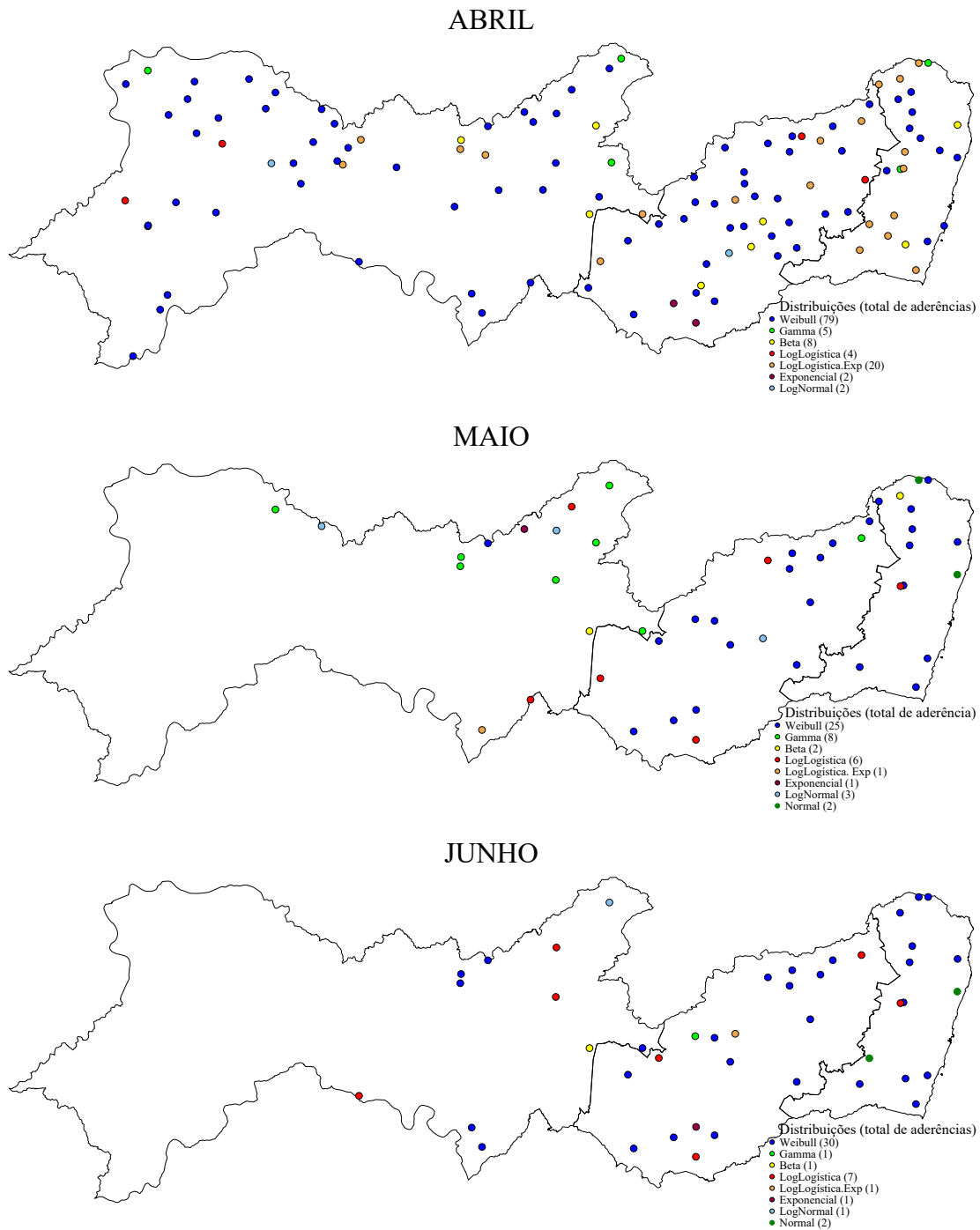


Figura 15 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-Sa uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que $\text{p-valor} = \max | \text{p-valor} > 0,05 |$. Terceiro Trimestre

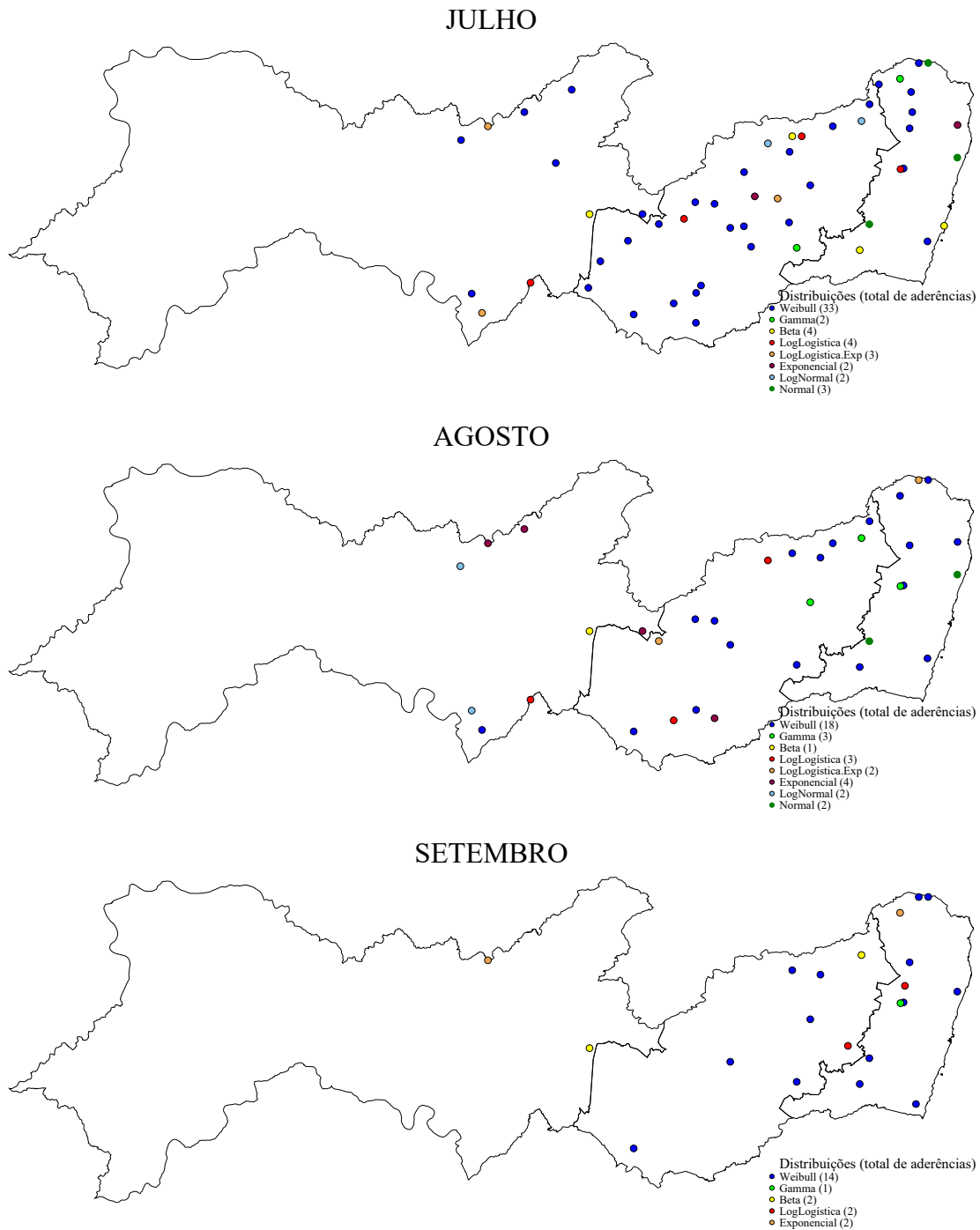
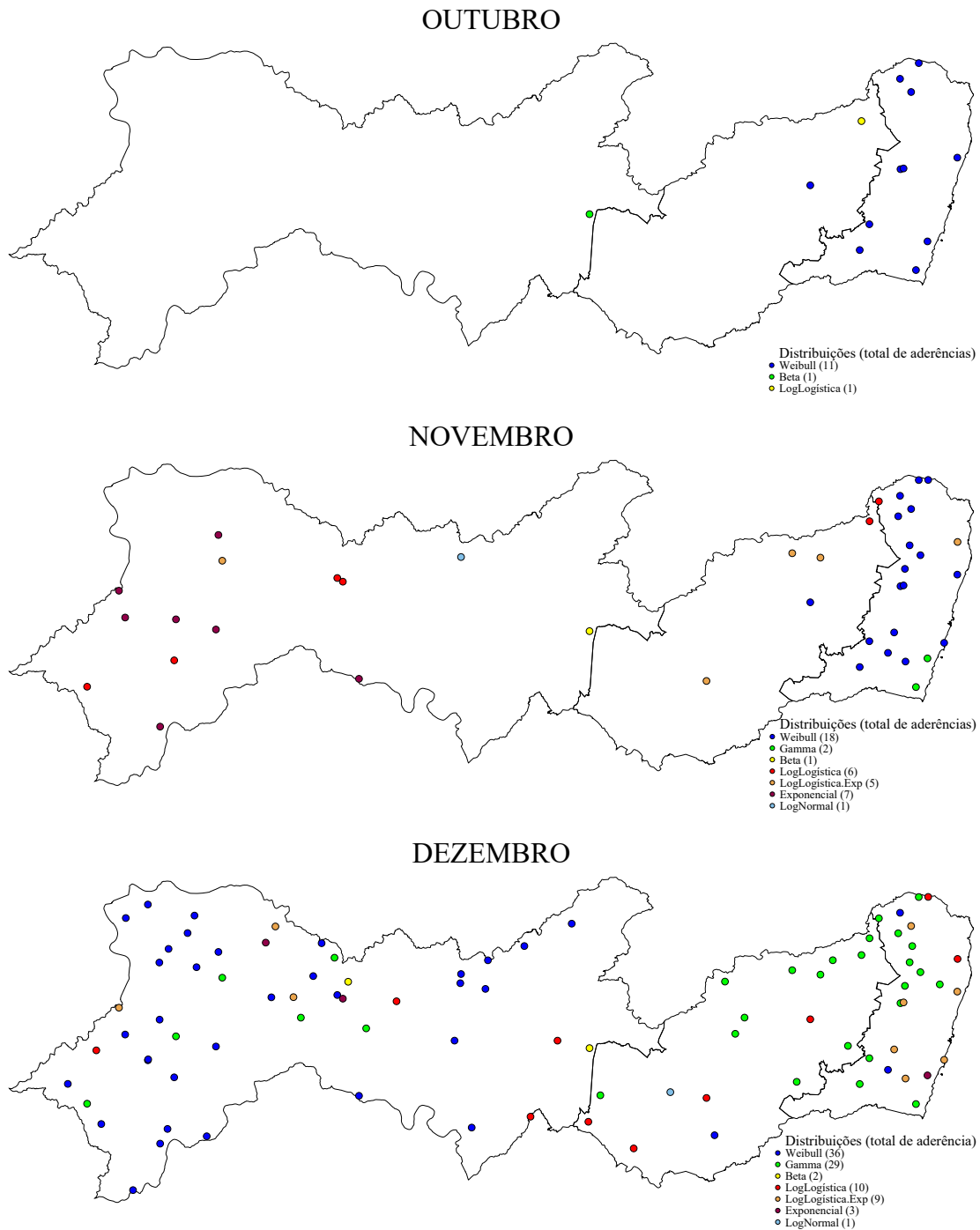


Figura 16 – Arranjo espacial das distribuições de probabilidade, por estação pluviométrica, mais adequada a cada estação pluviométrica segundo o maior p-valor obtido no teste de aderência de K-S a uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Para cada estação pluviométrica elegeu-se a distribuição de probabilidade com maior p-valor tal que o p-valor = $\max | p\text{-valor} > 0,05 |$. Quarto Trimestre



Considerando os resultados apresentados, verifica-se que para todo estado de Pernambuco março é o mês com maior número de aderências em que a hipótese nula foi aceita, considerando-se uma probabilidade máxima de erro tipo I de 5%. Neste mês, para 132 dos 133 postos pluviométricos, alguma distribuição probabilística, dentre as nove estudadas, foi adequada para modelar a precipitação mensal. Por outro lado, outubro foi o mês com maior número de aderências em que a hipótese nula foi rejeitada, ou seja, mês com menor número de distribuições consideradas adequadas para modelar a precipitação mensal. Neste mês, em todo estado houve 13 aderências com p-valores superiores a 0,05 e um rol de apenas três distribuições sendo elas a Weibull, beta e log-logística.

Estes resultados podem, possivelmente, estar relacionados ao fato de março ser o mês com maior distribuição pluviométrica ao longo de todo estado. Isso porque março é o mês mais chuvoso do sertão, além disso já pode ocorrer chuvas expressivas no agreste, apesar desta região ter como período mais chuvoso os meses de abril a agosto. Vale salientar que as duas mesorregiões do sertão somadas representam bem mais da metade de todo território pernambucano e, segundo a média ‘normal’ climatológica (APAC, 2019), em março, a precipitação acumulada no litoral é de mais de 200 *mm* e na zona da mata de 150 *mm*. Portanto, estas duas mesorregiões colaboram para uma boa cobertura pluviométrica em nível estadual, favorecendo uma maior adequabilidade das distribuições estudadas.

Com relação as distribuições de probabilidade (Figuras 13 - 16), para a maioria dos meses, com exceção de março, a Weibull foi disparada que mais se adequou a grande maioria dos postos pluviométricos. Esta distribuição respondeu em abril por 65,8% de todas as distribuições com maiores p-valores dentre aquelas que obtiveram p-valores maiores que 0,05 sendo, por isso, classificada como adequada para estimar precipitação mensal em 59,3% de todos os postos pluviométricos estudados no estado de Pernambuco.

Estes resultados divergem dos obtidos por Kist e Filho (2015) ao analisar distribuições de probabilidade que melhor se adequavam a séries históricas de precipitação no estado do Paraná. Na ocasião, os autores relataram que em todos os meses as distribuições gama e Weibull tiveram maior p-valor de modo que a gama obteve maior número de meses (fevereiro, maio, junho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro) e os demais meses assumidos pela Weibull.

Em Minas Gerais, Catalunha et al. (2002) ao utilizar dados pluviométricos provenientes de 982 estações meteorológicas para ajustar seis distribuições de probabilidade, entre elas a Weibull, concluíram que esta melhor se ajustava aos dados de chuva.

A distribuição Weibull é um caso particular da distribuição generalizada de valores extremos e como tal, modela bem fenômenos extremistas, sendo em hidrologia comumente empregada com tal finalidade. Apesar disso, este trabalho mostra o grande potencial desta

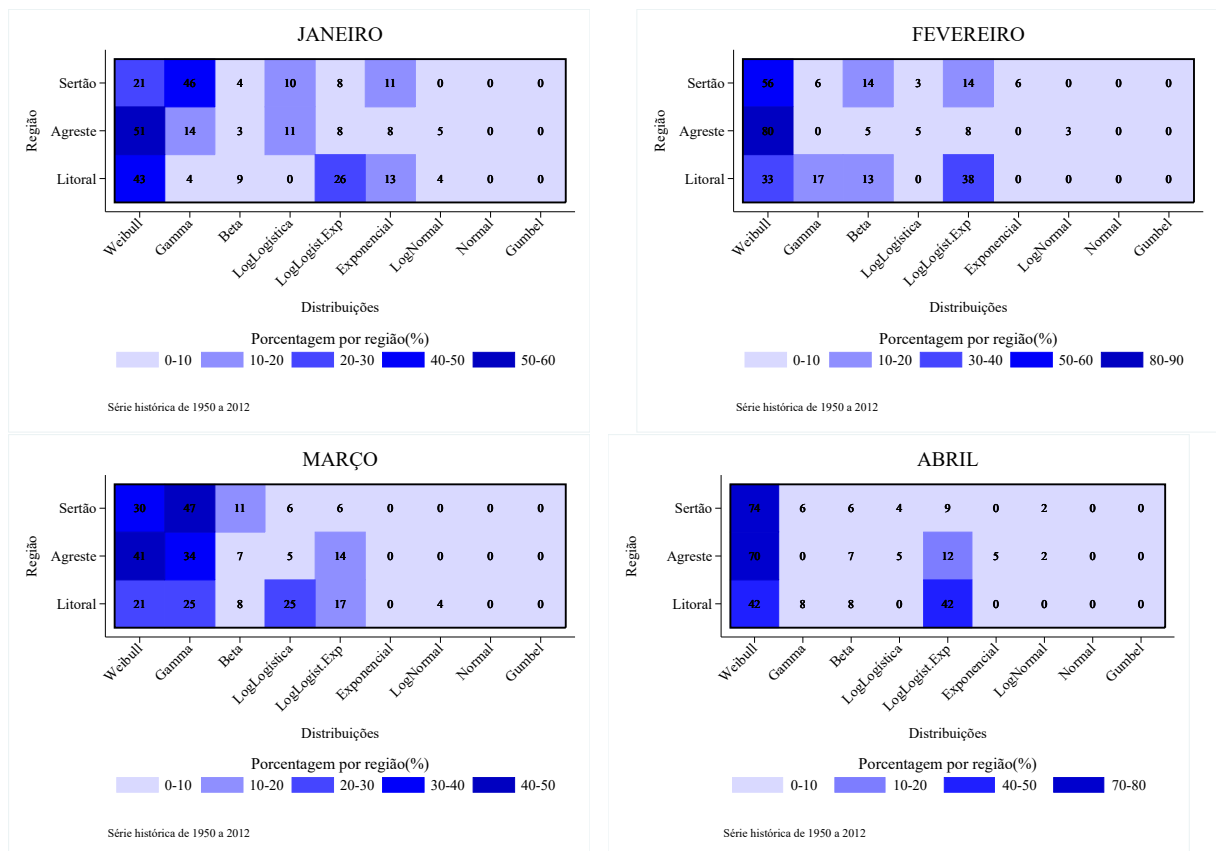
distribuição em modelar precipitação mensal no estado de Pernambuco, ou seja, modelar um fenômeno, a princípio, inadequado à finalidade do seu uso habitual.

É provável que a boa adequabilidade da distribuição Weibull aos dados de chuvas seja inerente ao seu modelo matemático, o qual é capaz de apresentar uma grande variedade de formas podendo ser bastante assimétrica. Isso porque a assimetria, que pode ser positiva ou negativa, quando da distribuição de frequência, pode ter feito o modelo acompanhar, eficazmente, a redução brusca das frequências de precipitações. Por isso que quando aplicado os testes de aderência, além de se ter a ausência de evidências suficientes para sua rejeição proporcionou a obtenção de maiores p-valores.

5.3 PERCENTUAL DE AJUSTES

É apresentando nas Figura 17 e 18 o percentual de ajuste das distribuições em cada região ao longo dos meses.

Figura 17 – Percentual de ajustes das distribuições nas regiões de Pernambuco - 1º semestre



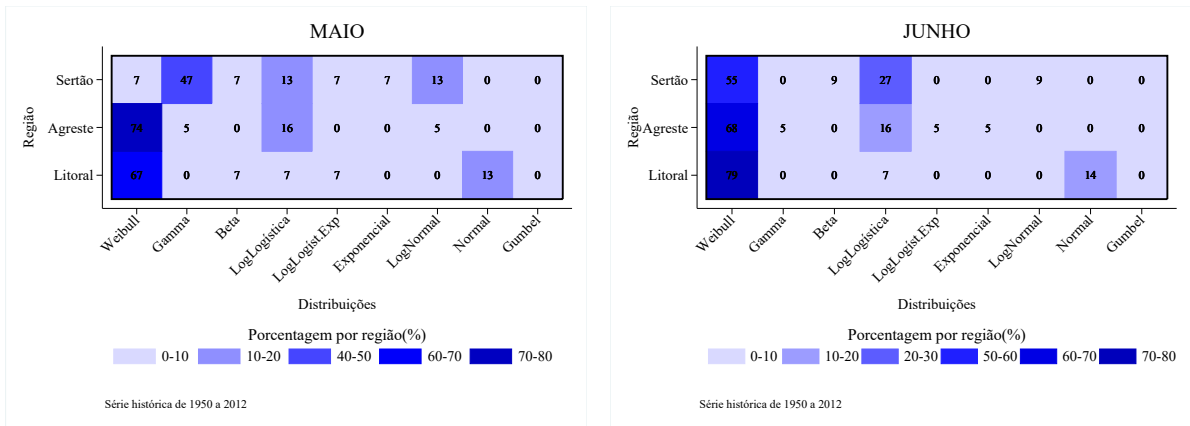
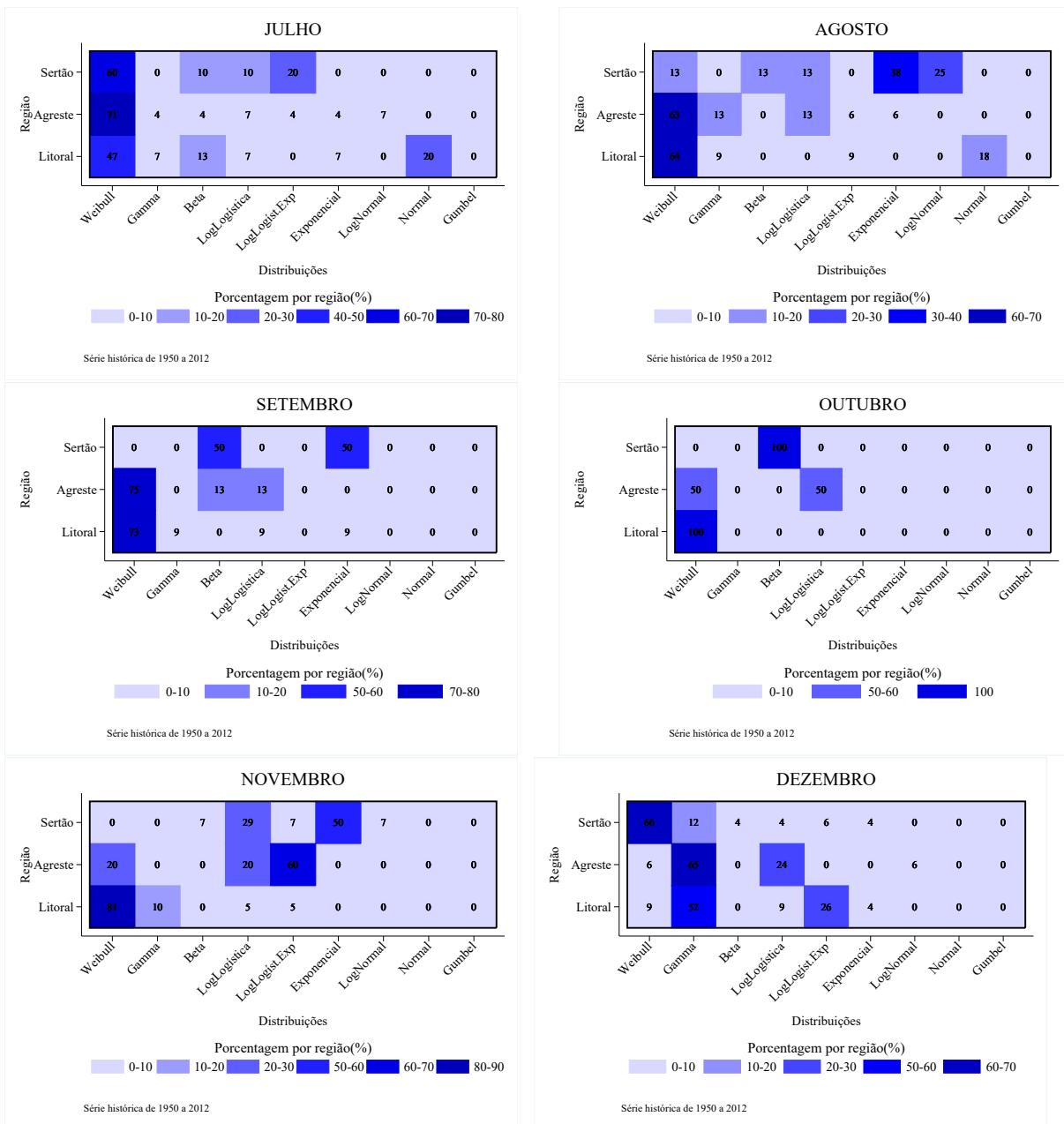


Figura 18 – Percentual de ajustes das distribuições nas regiões de Pernambuco - 2º semestre



Verifica-se (Figuras 17 e 18) que no sertão a distribuição gama destacou-se nos meses de janeiro, março e maio, já a Weibull em fevereiro, abril, junho, julho e dezembro. Nos demais meses destacaram-se as distribuições beta e exponencial. Estes resultados podem estar relacionados a ocorrência de duas épocas distintas na região. A estação chuvosa que vai de janeiro a abril, muito embora já possa ocorrer chuvas ocasionais em novembro e, a estação seca nos demais meses do ano.

De modo geral, pode-se dizer que as distribuições gama e Weibull destacaram-se na estação chuvosa e de transição (chuvosa para seca e seca para chuvosa), enquanto a beta e exponencial no período considerado como seco. Vale salientar que a estação seca não significa necessariamente ausência de precipitações, mas ocorrência de regime pluviométrico médio com baixos índices como os que ocorrem em agosto ($6,8 \text{ mm m\text{ê}s}^{-1}$), setembro ($5,4 \text{ mm m\text{ê}s}^{-1}$) e outubro ($10,2 \text{ mm m\text{ê}s}^{-1}$) no sertão.

Resultados semelhantes foram observados por [Silva et al. \(2007\)](#) e [Silva et al. \(2013\)](#) que constataram bom comportamento da distribuição Weibull em períodos chuvosos e no caso do último autor, bom desempenho da distribuição exponencial na estação seca. A distribuição exponencial modela muito bem dados com forte assimetria negativa, ou seja, dados que quando distribuídos por suas frequências, apresentam os mais altos valores nas classes iniciais. Situação recorrente com a precipitação da estação seca do sertão pernambucano.

[Santiago et al. \(2019\)](#), ao estimar a precipitação provável em diferentes níveis probabilísticos no sertão pernambucano concluíram que a distribuição gama também obteve bom ajuste aos dados. Na ocasião do estudo a maior média mensal histórica de precipitação foi de $113,6 \text{ mm}$ bem similar a maior média histórica ($121,1 \text{ mm}$) do mês (março) em que a gama destacou-se no sertão do presente estudo.

Observa-se também que na região agreste (Figuras 17 e 18) a distribuição Weibull foi hegemonicamente a que mais se destacou, mas nos meses de outubro, novembro e dezembro o destaque foi para as distribuições log-logística, log-logística exponenciada e gama, respectivamente. No litoral, as distribuições com os maiores percentuais de ajustes seguiram comportamento similar ao verificado para o agreste.

5.4 ESPACIALIZAÇÃO DA PRECIPITAÇÃO PROVÁVEL

Nas Figuras 19 - 28 são apresentadas as precipitações mensais prováveis para os níveis de probabilidade de 10 a 90% espacializada para o estado de Pernambuco.

Figura 19 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 10%

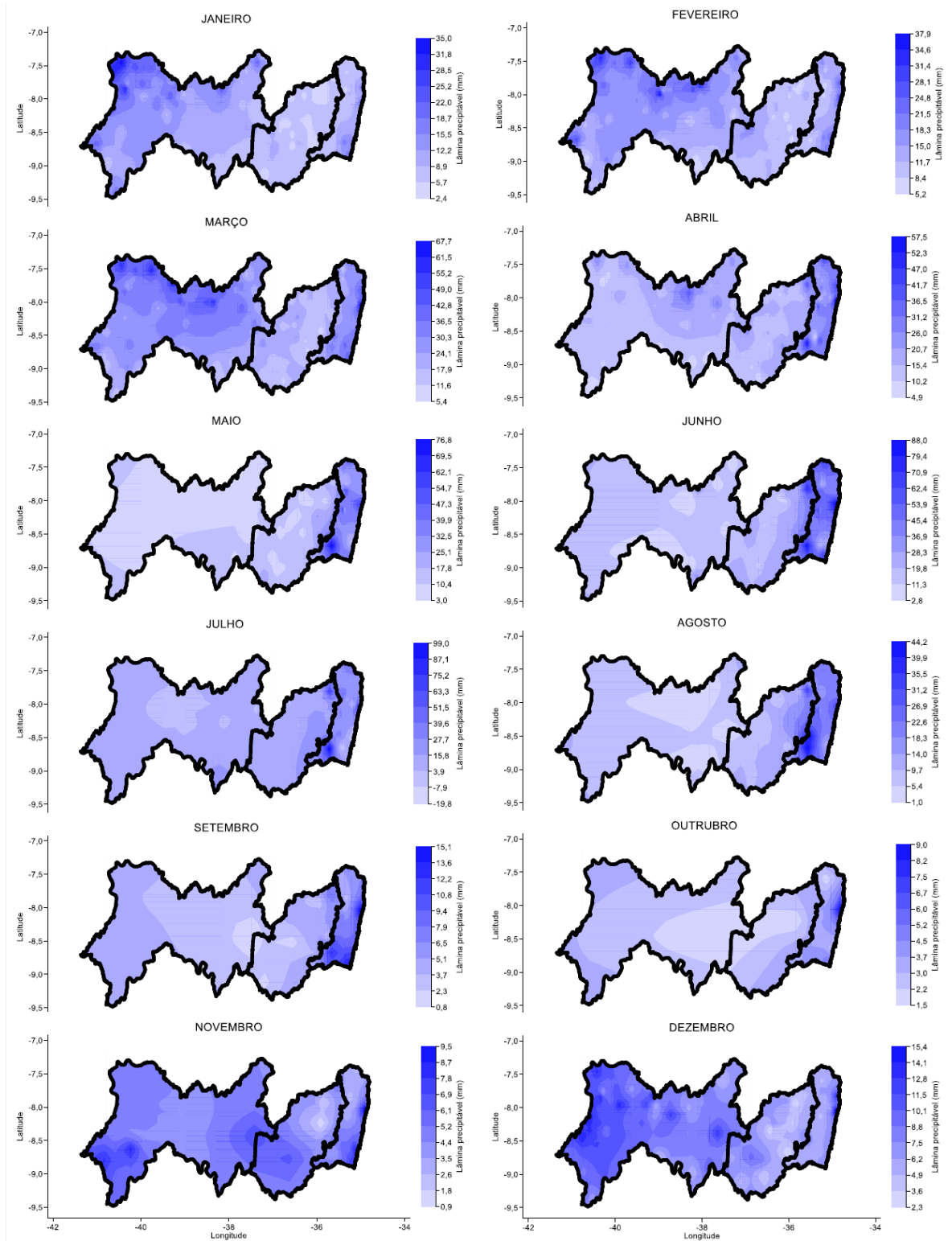


Figura 20 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 20%

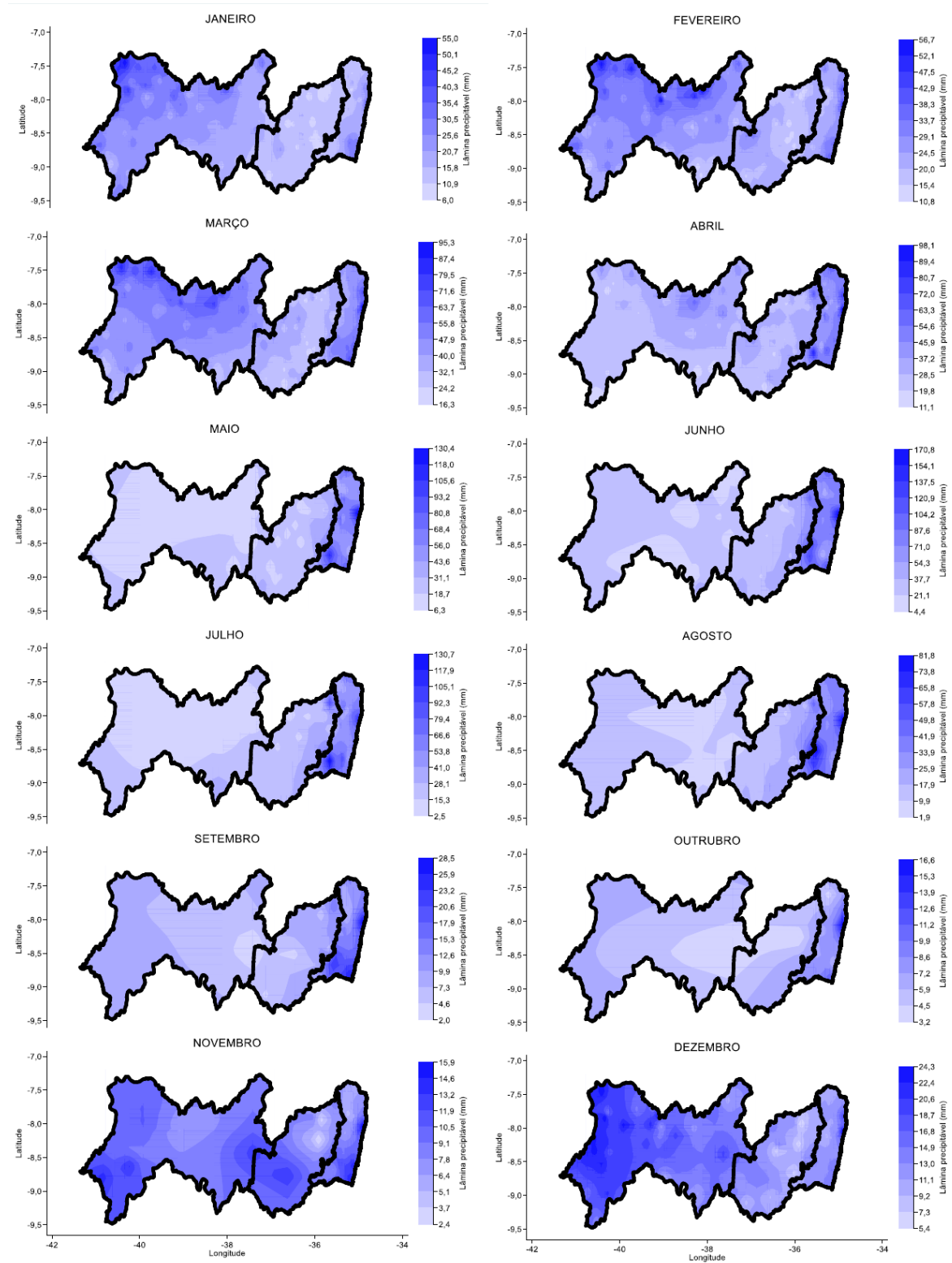


Figura 21 – Precipitação provável (*mm*) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 30%

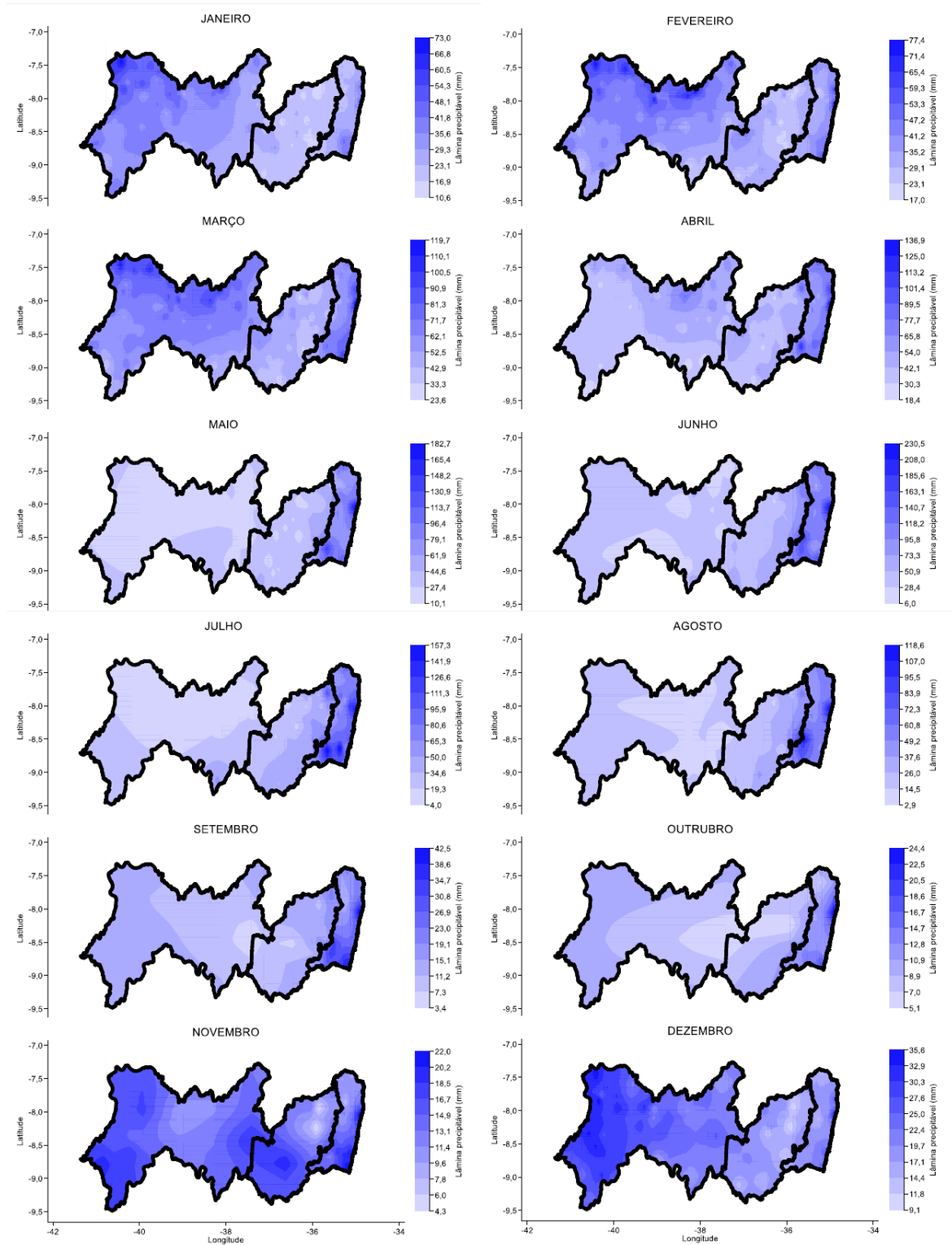


Figura 22 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 40%

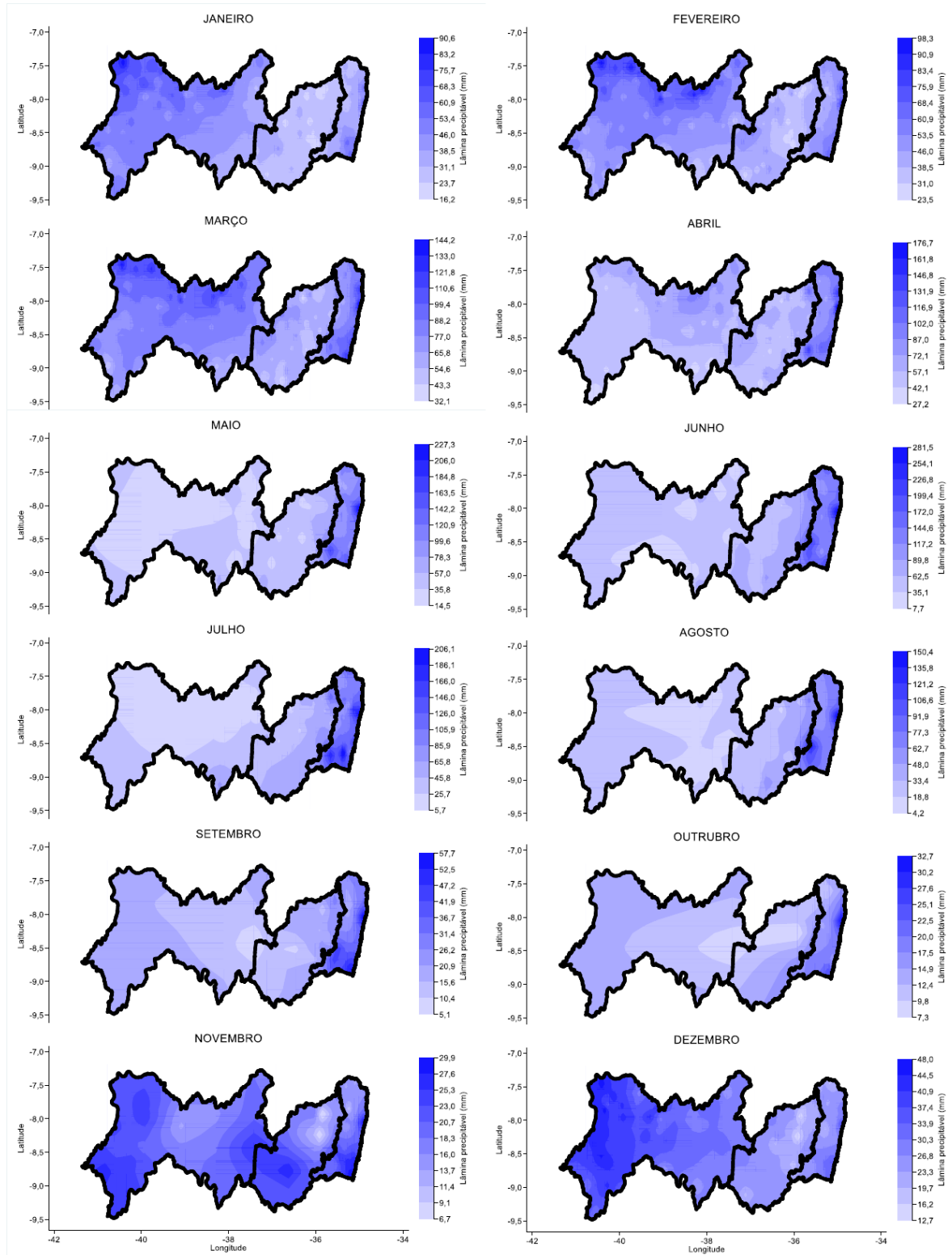


Figura 23 – Precipitação provável (*mm*) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 50%

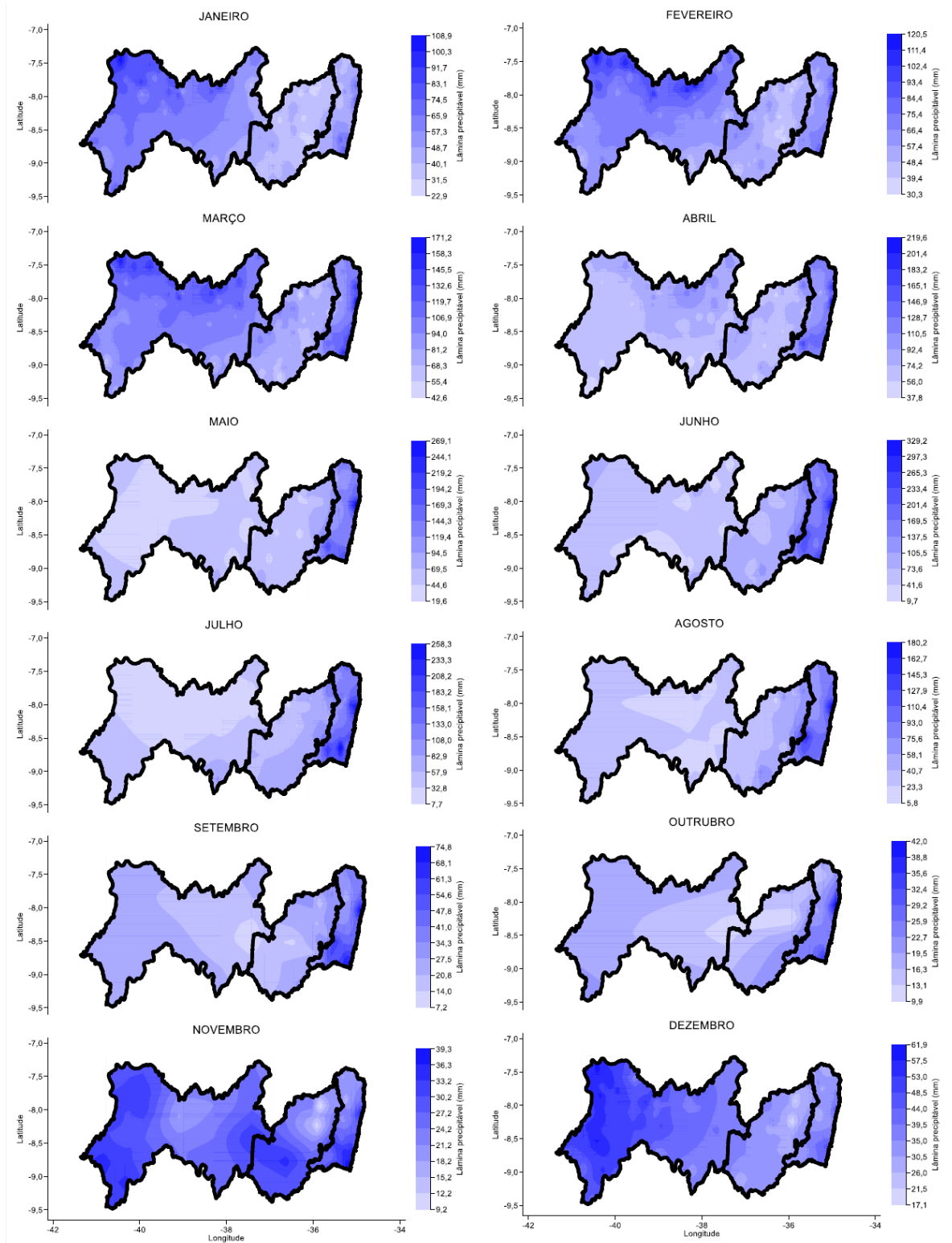


Figura 24 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 60%

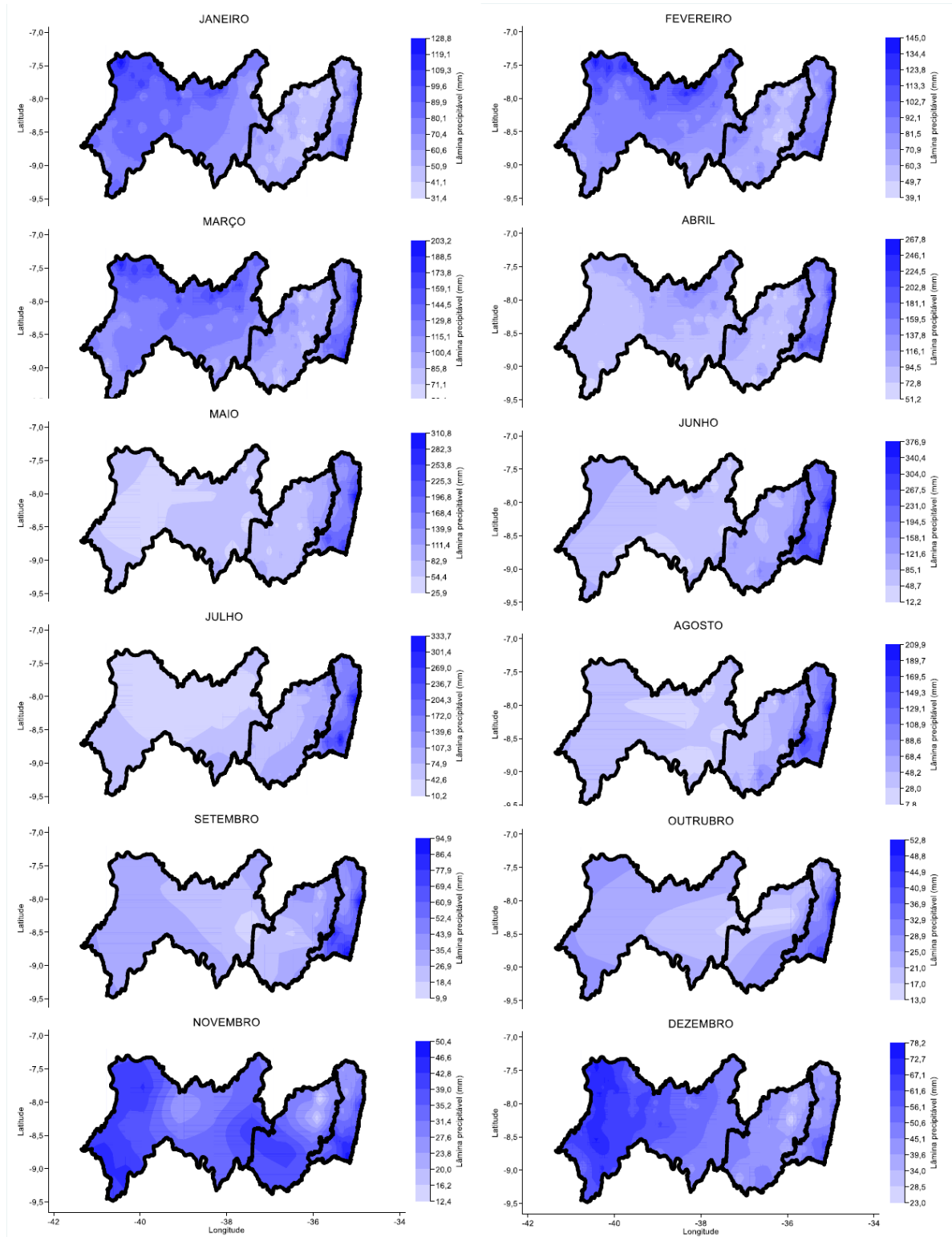


Figura 25 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 70%

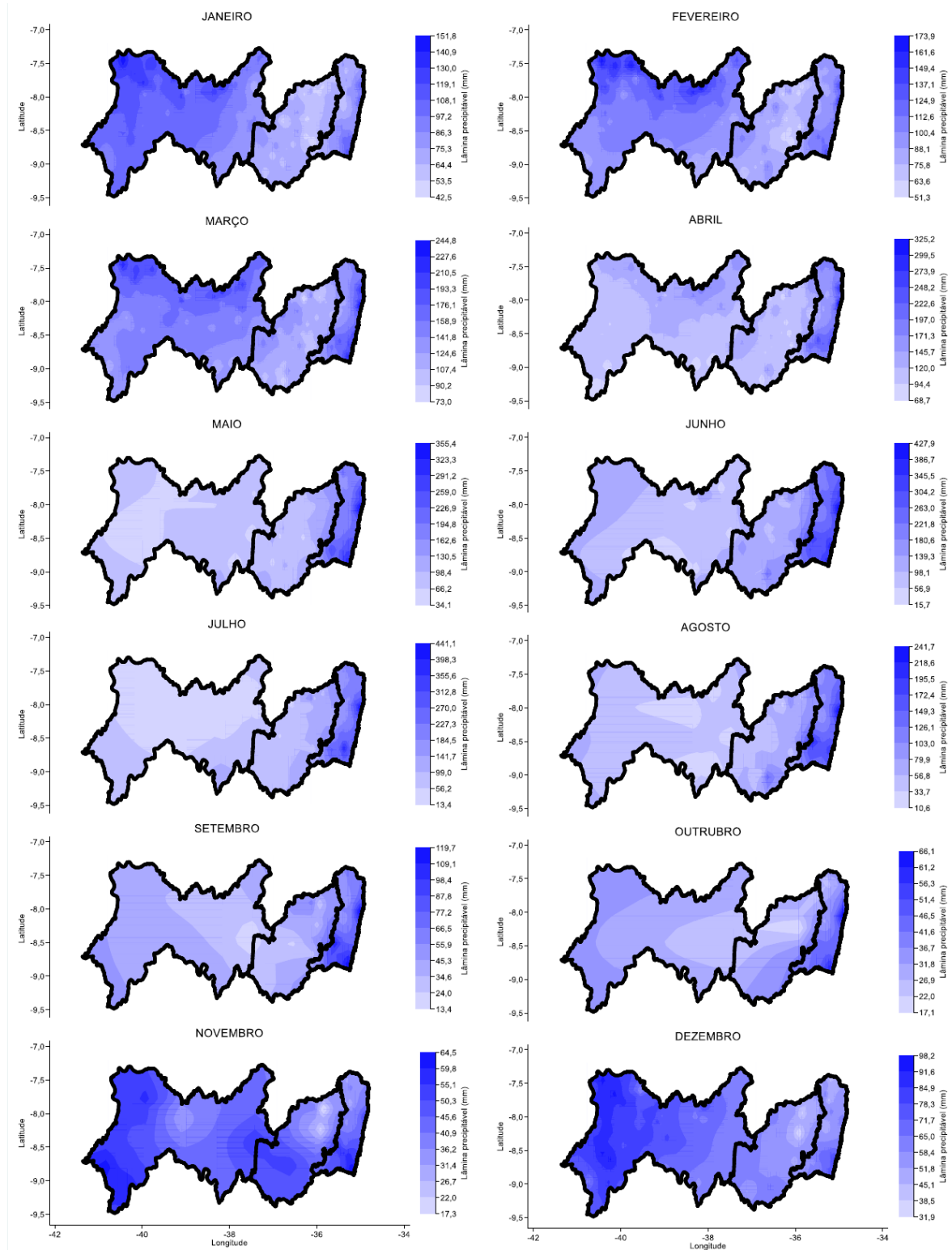


Figura 26 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 75%

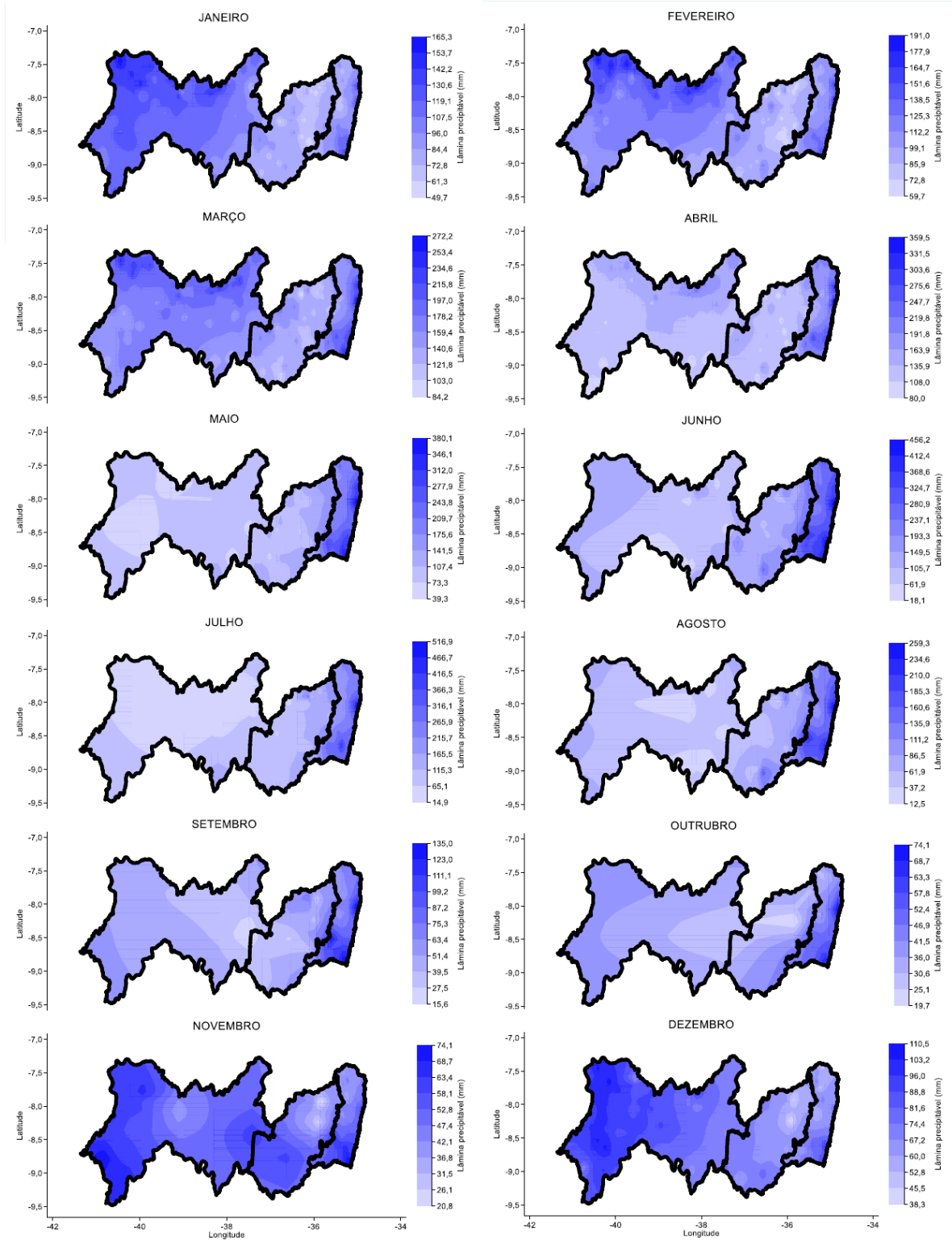


Figura 27 – Precipitação provável (mm) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 80%

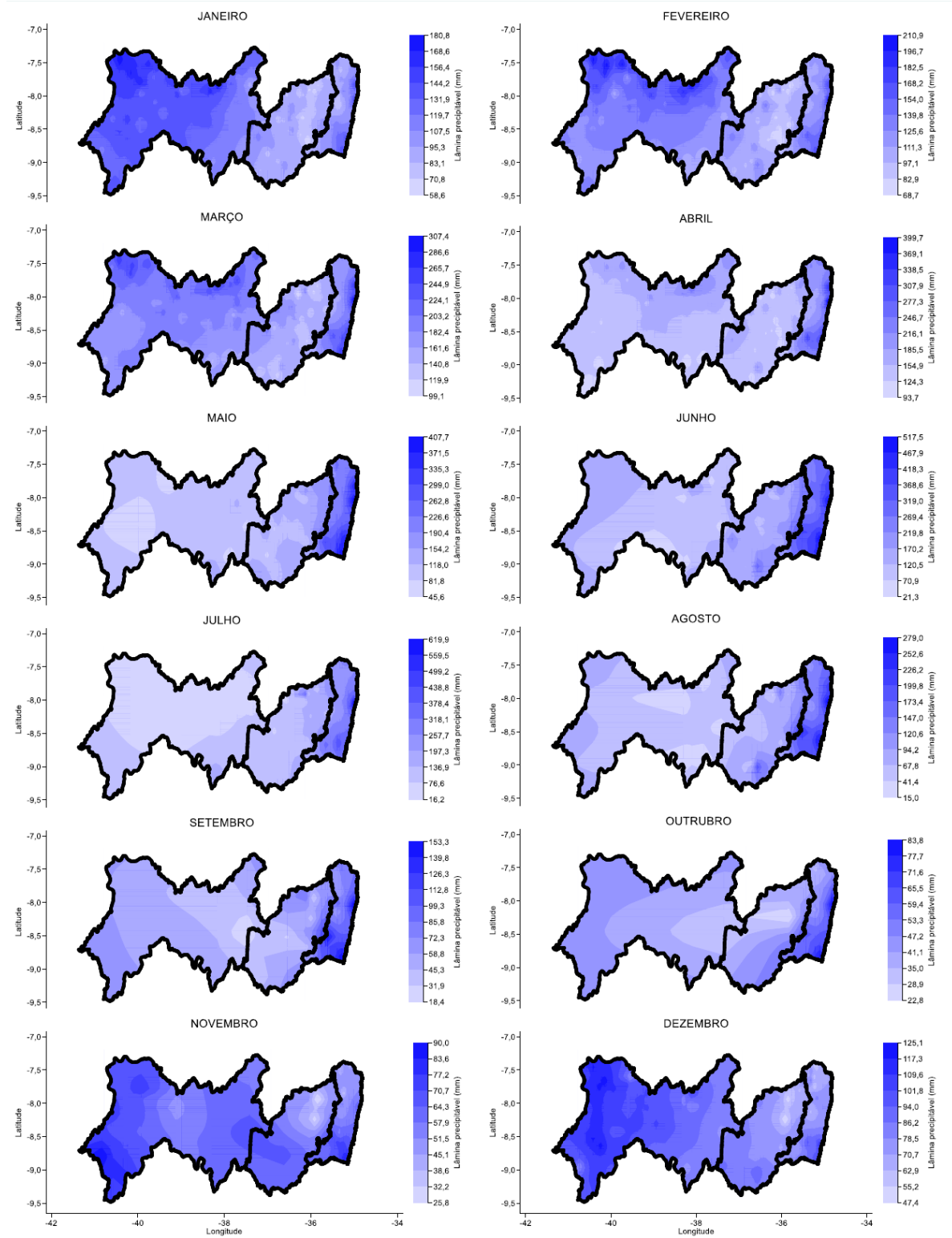
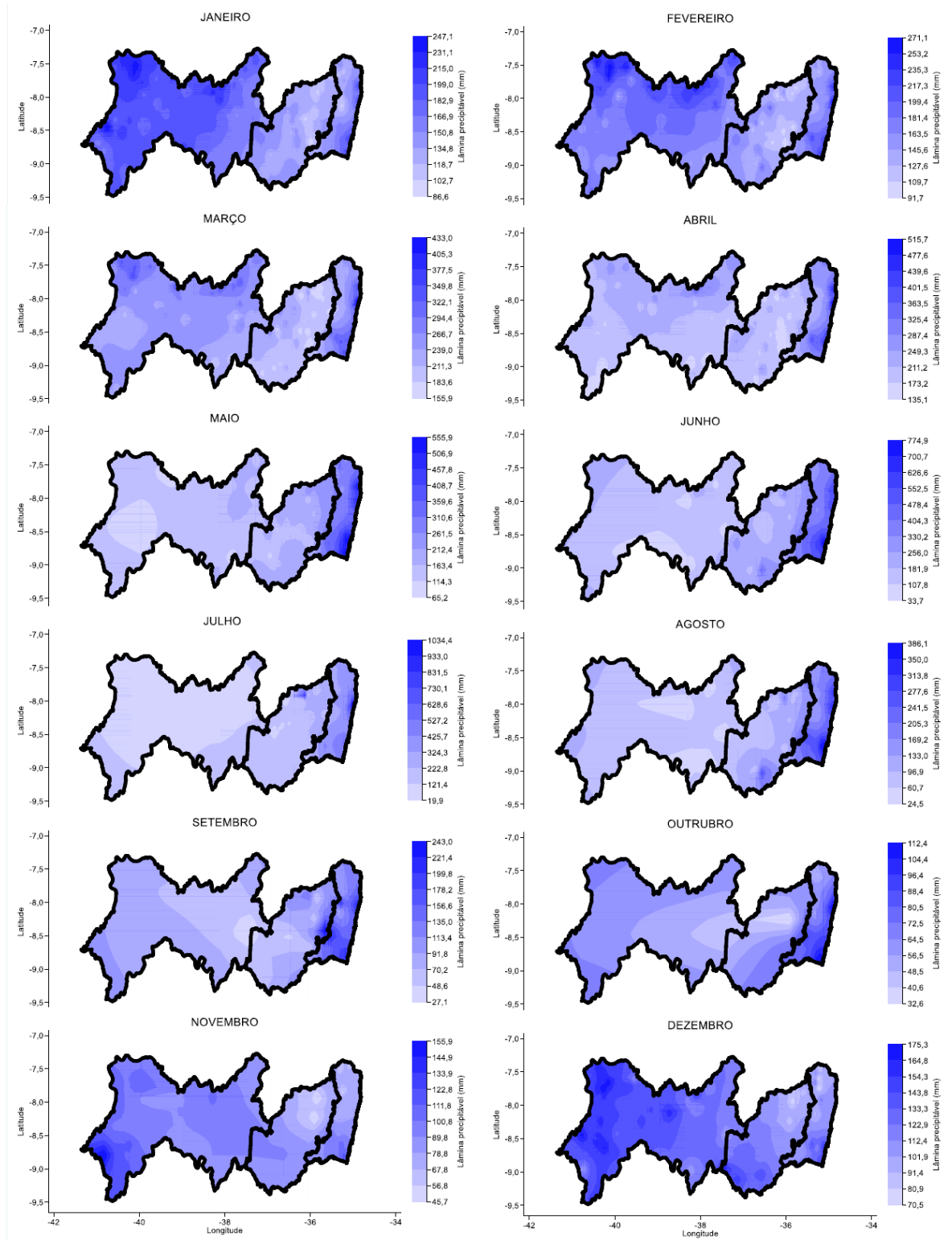


Figura 28 – Precipitação provável (*mm*) mensal espacializada, considerando o nível de probabilidade de 90%



A precipitação média histórica do sertão em janeiro é de $78,8\text{ mm}$ e pela Figura 24 observa-se que em geral essa lâmina deve ocorrer com probabilidade de 60%. Ainda para esta região o mês mais chuvoso é março com acumulado médio histórico de $121,1\text{ mm}$ que é esperado também com probabilidade de 60%.

Ainda para o sertão constatou-se que a média história de precipitação para o mês mais seco (setembro) foi de $5,4\text{ mm}$. Para o referido mês, essa lâmina ocorre em geral com probabilidade de 20% (Figura 20). [Santiago et al. \(2017\)](#) afirmam que se valer do valor de precipitação média para dimensionar sistemas de irrigação pode comprometer sua utilização, por não representar a lâmina mínima precipitável na região, logo, ao ser levada em consideração, resultará em subutilização de equipamentos e acessórios. Para [Moreira et al. \(2010\)](#) e [Pizzato et al. \(2012\)](#), a utilização da média como parâmetro de dimensionamento provoca subdimensionamento de sistemas de irrigações, ocasionando danos ao produtor. [Pinto et al. \(2012\)](#) destacam que, projetos de dimensionamento de sistemas de irrigação partindo da precipitação média, provavelmente ficará subdimensionado, podendo não atender as necessidades hídricas da cultura e com isso, reduzir os rendimentos da mesma. [Araújo et al. \(2001\)](#) enfatizam a importância de estudos probabilísticos, considerando que o uso da chuva média no planejamento de atividades agrícolas é inadequado. A precipitação média mensal provável comumente recomendada para utilização no dimensionamento agrônomo de sistemas de irrigação é aquela que pode ocorrer com nível de 75% de probabilidade. Desse modo, a precipitação média do sertão em setembro ($5,4\text{ mm}$) que ocorre numa frequência de um a cada cinco anos (20%) é, portanto, muito abaixo do nível recomendado para dimensionamento de projetos de irrigação, que segundo [Bernardo \(2006\)](#) é de três em cada quatro anos (75%) ou de quatro em cada cinco anos (80%).

6 CONCLUSÃO

Em geral, as distribuições com menos rejeições durante o teste de aderência de Kolmogorov-Sminorv foram Weibull, gama e beta, destas, a gama destacou-se por apresentar menor quantidade de p-valores extremos.

Outubro apresentou o menor número de distribuições consideradas adequadas para modelar a precipitação mensal no estado de Pernambuco.

Em março, mais de 99% dos postos pluviométricos teve alguma distribuição probabilística adequada para modelar a precipitação mensal sendo o mês com maior número de aderências em que a hipótese nula foi aceita.

Para a maioria dos meses, exceção de março, a distribuição Weibull foi a que mais se adequou para modelar a precipitação mensal na grande maioria dos postos pluviométricos do estado de Pernambuco.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, H. The storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply. **Transactions of the American society of civil engineers**, v. 77, p. 1539–1669, 1914.

ANUMANDLA, S.; DYUTHI, S. R.; DESAI, S. Probability distribution for monthly precipitation data in india. **arXiv**, Cornell University Library, p. 1–23, 2017.

APAC. **Boletins Climáticos**. 2017. Disponível em: http://www.apac.pe.gov.br/arquivos_portal/boletins/Boletim%20climatico%20-%20Novembro_2017.pdf. Acessado em: 03/02/2020.

APAC. **Boletins Climáticos**. 2019. Disponível em: http://www.apac.pe.gov.br/arquivos_portal/boletins/Boletim%20climatico%20-%20Março_2019.pdf. Acessado em: 19/07/2020.

ARAÚJO, W. F. et al. Precipitação pluviométrica mensal provável em boa vista, estado de roraima, brasil. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Departamento de Engenharia Agrícola-UFMG, v. 5, n. 3, p. 563–567, 2001.

ASHKAR, F.; MAHDI, S. Fitting the log-logistic distribution by generalized moments. **Journal of Hydrology**, Elsevier, v. 328, n. 3-4, p. 694–703, 2006.

ÁVILA, L. F.; MELLO, C. R. d.; VIOLA, M. R. Mapeamento da precipitação mínima provável para o sul de minas gerais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, SciELO Brasil, v. 13, p. 906–915, 2009.

BARRETO, H. B. F. et al. Avaliação de funções de probabilidade e relação-intensidade-duração-frequência para precipitação extrema em nepomuceno-mg. **Global Science and Technology**, v. 8, n. 2, 2015.

BERNARDO, S. Irrigação: total, suplementar, com déficit e de salvação. **Revista Irrigação & Tecnologia Moderna, Brasília**, n. 71/72, p. 30, 2006.

BOLFARINE, H.; SANDOVAL, M. C. **Introdução à inferência estatística**. [S.l.]: SBM, 2010.

BURROUGH, P.; MCDONNELL, R. Spatial information systems and geostatistics. **P. Burrough, & R. McDonnell, Principles of Geographical Information Systems**, v. 333, 1998.

CATALUNHA, M. J. et al. Aplicação de cinco funções densidade de probabilidade a séries de precipitação pluvial no estado de minas gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 10, n. 1, p. 153–162, 2002.

CECILIO, R. A.; PRUSKI, F. F. Interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas com uso do inverso de potências da distância. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, SciELO Brasil, v. 7, n. 3, p. 501–504, 2003.

CLARKE, R. T. et al. **Statistical modelling in hydrology**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1994.

CONDEPE. Bacia hidrográfica do rio Ipojuca: Série bacias hidrográficas de Pernambuco. **Governo do Estado de Pernambuco, Secretaria de Planejamento, Agência Estadual de Planejamento e Pesquisas de Pernambuco.**, v. 1, p. 65, 2005.

COUNCIL, N. R. et al. **Opportunities in the hydrologic sciences**. [S.l.]: National Academies Press, 1991.

DETZEL, D. H. M.; MINE, M. R. M. Modelagem de quantidades precipitadas em escala diária: Uma análise comparativa. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 16, n. 2, 2011.

FORBES, C. et al. **Statistical distributions**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

IBGE. Divisão regional do Brasil em mesorregiões e microrregiões geográficas – região nordeste. **Rio de Janeiro**, v. 2 t.2, 1992.

KEDEM, B.; CHIU, L. S.; KARNI, Z. An analysis of the threshold method for measuring area-average rainfall. **Journal of Applied Meteorology**, v. 29, n. 1, p. 3–20, 1990.

KIST, A.; FILHO, J. Sousa das V. Análise probabilística da distribuição de dados diários de chuva no estado do Paraná. **Ambiente & Água-An Interdisciplinary Journal of Applied Science**, Universidade de Taubaté, v. 10, n. 1, 2015.

KRAVCHENKO, A.; BULLOCK, D. G. A comparative study of interpolation methods for mapping soil properties. **Agronomy Journal**, American Society of Agronomy, v. 91, n. 3, p. 393–400, 1999.

LAFRAIA, J. R. B. **Manual De Confiabilidade, Mantabilidade: E DISPONIBILIDADE**. [S.l.]: Qualitymark Editora Ltda, 2001.

LONGLEY, P. A. et al. **Geographic information systems and science**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005.

LYRA, G. B. et al. Regiões homogêneas e funções de distribuição de probabilidade da precipitação pluvial no estado de Táchira, Venezuela. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, SciELO Brasil, v. 41, n. 2, p. 205–215, 2006.

MAGALHÃES, M. N. **Probabilidade e variáveis aleatórias**. [S.l.]: Edusp, 2006.

MARKOVIC, R. D. Probability functions of best fit to distributions of annual precipitation and runoff. **Hydrology papers (Colorado State University); no. 8**, Colorado State University. Libraries, 1965.

MARSHALL, A. W.; OLKIN, I. A new method for adding a parameter to a family of distributions with application to the exponential and weibull families. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 84, n. 3, p. 641–652, 1997.

MOREIRA, P. S. P. et al. Distribuição e probabilidade de ocorrência de chuvas no município de nova maringá-mt. **Revista de Ciências Agro-Ambientais**, v. 8, n. 1, p. 9–20, 2010.

NETTO, A. d. O. A.; SOUSA, I. F. d.; LUNDGREN, W. J. C. Comparação entre distribuições de probabilidades da precipitação mensal no estado de pernambuco. Associação Sergipana de Ciências, 2010.

PINTO, M. F. et al. Distribuição de frequência da precipitação e sua aplicação no dimensionamento de projetos de irrigação suplementar. **REVISTA BRASILEIRA DE AGRICULTURA IRRIGADA-RBAI**, v. 6, n. 4, 2012.

PIZZATO, J. A. et al. Distribuição e probabilidade de ocorrência de precipitação em cáceres (mt). **Pesquisa Agropecuária Tropical**, SciELO Brasil, v. 42, n. 2, p. 137–142, 2012.

RIBEIRO, A. d. A.; LUNARDI, D. A precipitação mensal provável para londrina-pr, através da função gama. **Energia na agricultura**, v. 12, n. 4, p. 37–44, 1997.

ROSAIAH, K.; KANTAM, R.; KUMAR, S. Reliability test plans for exponentiated log-logistic distribution. **Economic Quality Control**, Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, v. 21, n. 2, p. 279–289, 2006.

SANTIAGO, E. J. P. et al. Precipitação esperada, em diferentes níveis de probabilidade, na região de juazeiro, ba. **Journal of Environmental Analysis and Progress**, v. 2, n. 4, p. 457–464, 2017.

SANTIAGO, E. J. P. et al. Precipitação provável para o município de afrânio-pe em diferentes níveis probabilístico. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 437–448, 2019.

SECTMA. Secretaria de ciência, tecnologia e meio ambiente. **Plano Estadual de Recursos Hídricos - Pernambuco**, Recife: SECTMA, 1998.

SHEPARD, D. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. In: ACM. **Proceedings of the 1968 23rd ACM national conference**. [S.l.], 1968. p. 517–524.

SILVA, A. S. A. da. Ferramentas para modelagem e interpolação de dados ambientais em escala regional. 2015.

SILVA, Í. N. et al. Distribuição de frequência da chuva para região centro-sul do ceará, brasil. **Revista Ciência Agronômica**, v. 44, n. 3, p. 481–487, 2013.

SILVA, J. C. da et al. Análise de distribuição de chuva para santa maria, rs. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, SciELO Brasil, v. 11, n. 1, p. 67–72, 2007.

SOCCOL, O. J.; CARDOSO, C. O.; MIQUELLUTI, D. J. Análise da precipitação mensal provável para o município de lages, sc. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, SciELO Brasil, v. 14, n. 6, p. 569–574, 2010.

SVENSSON, C.; HANNAFORD, J.; PROSDOCIMI, I. Statistical distributions for monthly aggregations of precipitation and streamflow in drought indicator applications. **Water Resources Research**, Wiley Online Library, v. 53, n. 2, p. 999–1018, 2017.

TADIKAMALLA, P. R.; JOHNSON, N. L. Systems of frequency curves generated by transformations of logistic variables. **Biometrika**, Oxford University Press, v. 69, n. 2, p. 461–465, 1982.

THOM, H. C. A frequency distribution for precipitation. **Bulletin of the American Meteorological Society**, v. 32, n. 10, p. 397, 1951.

TUCCI, C. E. M. **Hidrologia ciência e aplicação**. [S.l.]: Editora da UFRGS, 2004.

VICENTE-SERRANO, S. M.; SAZ-SÁNCHEZ, M. A.; CUADRAT, J. M. Comparative analysis of interpolation methods in the middle ebro valley (spain): application to annual precipitation and temperature. **Climate research**, v. 24, n. 2, p. 161–180, 2003.

VLČEK, O.; HUTH, R. Is daily precipitation gamma-distributed?: Adverse effects of an incorrect use of the kolmogorov–smirnov test. **Atmospheric Research**, Elsevier, v. 93, n. 4, p. 759–766, 2009.

WEIBULL, W. A statistical theory of the strength of material. **Ingvetensk. Akad. Handl**, v. 151, p. 5–45, 1939.

WEIBULL, W. et al. A statistical distribution function of wide applicability. **Journal of applied mechanics**, New York, v. 18, n. 3, p. 293–297, 1951.

YOO, C.; JUNG, K.-S.; KIM, T.-W. Rainfall frequency analysis using a mixed gamma distribution: evaluation of the global warming effect on daily rainfall. **Hydrological Processes: An International Journal**, Wiley Online Library, v. 19, n. 19, p. 3851–3861, 2005.