

Leika Irabele Tenório de Santana

**Uso do Gráfico de Recorrência em análise de preços de etanol e
açúcar**

Recife – PE

07 de fevereiro de 2020



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA
APLICADA

Uso do Gráfico de Recorrência em análise de preços de etanol e açúcar

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre em Biometria e Estatística Aplicada.

Área de Concentração: Biometria e Estatística Aplicada

Orientador: Profa. Dra. Tatijana Stosic

Recife – PE

07 de fevereiro de 2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S232u

Santana, Leika Irabele Tenório de

Uso do gráfico de recorrência em análise de preços de etanol e açúcar / Leika Irabele Tenório de Santana. - 2020.

50 f.: il.

Orientadora: Tatijana Stosic.

Inclui referências.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, Recife, 2022.

1. Gráfico de recorrência. 2. Análise de quantificação de recorrência. 3. Etanol. 4. Açúcar. I. Stosic, Tatijana, orient. II. Título

CDD 519.5

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA
APLICADA

Uso do Gráfico de Recorrência em análise de preços de etanol e açúcar

Leika Irabele Tenório de Santana

Manuscrito da Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 07/02/2020 pela Banca Examinadora.

Orientador:

Profa. Dra. Tatijana Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Borko Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Milan Lalic
Fundação Universidade Federal de Sergipe – Examinador Externo

*Dedico a minha mãe, Ana Glória,
e meu avô, Genilson Tenório.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me iluminar e abrir oportunidades para meus sonhos. Sou grata pelas pessoas especiais que formam o meu mundo: minha mãe, por ter me tornado uma mulher forte, de princípios e valores, e meu avô, que se tornou meu pai. Agradeço pela pessoa especial que entrou em minha vida: meu amor, meu companheiro, meu namorado Tiago, que me apoia e dá força para concluir os meus estudos. Sou muito grata a minha orientadora, Profa. Dra. Tatijana Stosic, pelo apoio e orientação. Agradeço a Dra. Lidiane Araújo pela ajuda com o texto e esclarecimento de dúvidas. Sou grata a minha tia Mônica pela força e incentivo. Agradeço às minhas amigas (irmãs) de longa data Mickaelle Almeida e Quércia Eloi, a minha amiga (irmã) mais recente Kerolly Kedma, e ao “menino 0”, Fábio Sandro, pelo companheirismo e amizade. Agradeço a Deus por ter colocado dois anjos em minha vida: Valdenise e Eduardo. Sou-lhes grata pela grande ajuda no início de minha vida acadêmica. Aos meus Profs. de graduação Dr. Dâmocles Aurélio e Msc. Elizângelo Lopes sou grata pelo incentivo e ajuda em fazer o mestrado. Sou grata ao Prof. Dr. Antônio Samuel, a Dr. Jonas Vasconcelos e ao estudante de doutorado do PPGBEA, Ikaro Daniel, pelo esclarecimento de dúvidas e ajuda com o *software* R. Ao coordenador Prof. Dr. Moacyr Cunha Filho, agradeço pelo apoio. Agradeço também aos amigos do mestrado: Jucarlos Rufino, Joelma Mayara, Laura Alves, Taciana Araújo, Denise Almeida, Luciano Pereira e Jackson Amorim, pela amizade e conversas descontraídas. Aos colegas e familiares não mencionados e que colaboraram de forma direta ou indireta na realização do trabalho. Agradeço ao Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA) pela disponibilização dos dados, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa, à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada (PPGBEA) e à Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) pelo apoio na elaboração do trabalho.

*“Algo só é impossível até que alguém
duvide e resolva provar o
contrário.”*

Albert Einstein

RESUMO

Nas últimas décadas os preços de alimentos sofreram alguns picos, resultando numa crise alimentar em 2007/2008 e posteriormente em 2010/2011, devido à crescente demanda mundial. Os aumentos nos preços dos alimentos podem alterar as condições macroeconômicas, principalmente nos países em desenvolvimento, gerando aumento na inflação e na insegurança alimentar. Diversos fatores afetam os preços de *commodities* agrícolas, como mudanças climáticas, o preço da energia e a produção de biocombustíveis, este último tornando-se cada vez mais importante. O Brasil é o segundo maior produtor mundial de etanol, superado apenas pelo Estados Unidos da América (EUA). A matéria-prima para produção do etanol no Brasil é a cana-de-açúcar, também usada para produção de açúcar, uma *commodity* extremamente importante para o Brasil que é atualmente o maior produtor e exportador mundial. Nos últimos anos tem-se ampliado cada vez mais o interesse em estudar a relação entre os preços de biocombustíveis e alimentos, especialmente nos EUA e na Europa. No Brasil, entretanto, estes mercados têm atraído menos interesse. Com esse intuito, o objetivo desse trabalho é investigar as correlações e correlações cruzadas nas séries temporais de etanol (biocombustível) e açúcar (alimento) do mercado brasileiro. Foram analisadas séries diárias dos preços de etanol e de açúcar registrados no período de janeiro de 2010 a janeiro de 2019, utilizando o método Gráfico de Recorrência (RP) e sua extensão, o Gráfico de Recorrência Cruzada (CRP), e a Análise de Quantificação de Recorrência (RQA), desenvolvida para analisar a dinâmica não linear das séries temporais. As estruturas presentes no RP e CRP indicam uma baixa previsibilidade e mudanças abruptas na dinâmica dos preços nos períodos de 2016 a 2019 para etanol e 2016 a 2017 para açúcar, e baixa sincronização na variação simultânea dos preços no período de 2012 a 2015. A análise quantitativa através da RQA forneceu os valores dos vários índices que servem como medidas da quantificação do processo e confirmam esses resultados.

Palavra-chave: Gráfico de Recorrência, Análise de Quantificação de Recorrência, Etanol, Açúcar.

ABSTRACT

In recent decades, food prices have experienced some spikes, during the food crisis in 2007/2008 and later in 2010/2011, due to increased world demand. Food prices may change macroeconomic conditions, especially in developing countries, leading to increased inflation and affecting food security. Several factors affect agricultural commodity prices, such as climate change, energy prices and biofuel production, the latter becoming increasingly important. Brazil is the world's second largest producer of ethanol, surpassed only by the United States of America (USA). The raw material for ethanol production in Brazil is a sugarcane that is also used for sugar production, an extremely important commodity for Brazil, which is currently the world's largest producer and exporter of sugar. In recent years there has been an increasing interest in studying the relationship of biofuel and food prices in the USA and Europe while Brazilian market has received much less attention. To this end, the objective of this work is to investigate the correlations and cross correlations in the time series of biofuel (ethanol) and food (sugar) prices in the Brazilian market. Daily series of ethanol and sugar prices recorded from January 2010 to January 2019 were analysed using the Recurrence Plot (RP) method, its extension the Cross-Recurrence Plot (CRP) and Recurrence Quantification Analysis (RQA) which were developed to analyse the nonlinear dynamics of time series. The structures present in RP and CRP indicate a low predictability and abrupt changes in price dynamics in the period 2016 - 2019 for ethanol and 2016 - 2017 for sugar, and low synchronization in the simultaneous price variation from 2012 to 2015. Quantitative analysis through the RQA method provided the values of the various indices that serve as measures of process quantification and confirmed these findings.

Keywords: Recurrence Plot, Recurrence Quantification Analysis, Ethanol, Sugar.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Segmento da trajetória do espaço de fase do sistema Lorenz (obtido usando os valores padrão dos parâmetros de controle: $r = 28$, $\sigma = 10$, $b = 83$) utilizando suas três componentes e (b) seu Gráfico de Recorrência correspondente, gerado com $\varepsilon = 5$21
- Figura 2 – Esquema ilustrativo utilizado na estimativa da dimensão de imersão do espaço de fase de um sistema dinâmico para os valores tentativos (a) $m = 1$, (b) $m = 2$ e (c) $m = 3$. A dimensão de imersão apropriada para esse caso é $m = 3$, por não apresentar falsos vizinhos (pontos brancos) dentro do raio da vizinhança (semiesfera em (c)) do ponto em análise (cruz). A redução de m ocasiona e promove o aumento do número de falsos vizinhos mais próximos (pontos brancos que aparecem dentro do círculo de vizinhança em (b) e, em número ainda maior, em (a)).23
- Figura 3 – Tipologias características dos RPs: (a) Homogênea (ruído branco igualmente distribuído), (b) Periódica (oscilações harmônicas superpostas), (c) Deriva (mapa logístico alterado com ruído) e (d) Descontínua (movimento browniano).25
- Figura 4 – Séries temporais originais dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).32
- Figura 5 – Séries normalizadas dos preços de etanol e de açúcar.35
- Figura 6 – Gráficos de Distância dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).37
- Figura 7 – Gráficos de Recorrência dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).38
- Figura 8 – Gráfico de Recorrência Cruzada dos preços de etanol e de açúcar.39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores dos parâmetros τ , m e ε obtidos das séries temporais de preços normalizados de açúcar e etanol para a construção dos RPs e do CRP.	36
Tabela 2 – Análise de Quantificação de Recorrência para os preços de etanol e de açúcar.	39
Tabela 3 – Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada entre os preços de etanol e açúcar.	40

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AMI	<i>Average mutual information</i>
BM&F	Bolsa de Mercadorias & Futuros
BM&FBOVESPA S.A.	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEPEA/ESALQ/USP	Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada/Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz/Universidade de São Paulo
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento da Ciência e Tecnologia
CRP	<i>Cross Recurrence Plot</i>
CRQA	<i>Cross Recurrence Quantification Analysis</i>
DEINFO	Departamento de Estatística e Informática
<i>DET</i>	<i>Deterministic</i>
<i>DIV</i>	<i>Divergence</i>
DP	<i>Distance Plot</i>
E100	100% Etanol Hidratado
<i>ENTR</i>	<i>Entropy</i>
EUA	Estados Unidos da América
FACEPE	Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco
FNN	<i>False nearest neighbors</i>
<i>L</i>	<i>Average diagonal line length</i>
<i>L_{max}</i>	<i>Longest diagonal line</i>
<i>LAM</i>	<i>Laminarity</i>
LOI	<i>Line of identity</i>
LOS	<i>Line of synchronization</i>
PPGBEA	Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada
PROÁCOOL	Programa Álcool Brasileiro
<i>RR</i>	<i>Recurrence Rate</i>

RFA	<i>Renewable Fuels Association</i>
RP	<i>Recurrence Plot</i>
RQA	<i>Recurrence Quantification Analysis</i>
<i>TT</i>	<i>Trapping Time</i>
UFRPE	Universidade Federal Rural de Pernambuco
USA	United States of America
VHP	<i>Very High Polarization</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. OBJETIVOS	17
2.1. Objetivo Geral.....	17
2.2. Objetivos Específicos.....	17
3. REVISÃO DA LITERATURA	18
3.1. <i>Commodities</i>	18
3.1.1. Os mercados das <i>commodities</i> açúcar e etanol	19
3.2. O método Gráfico de Recorrência	20
3.2.1. Estrutura dos RPs	24
3.2.2. Gráfico de Recorrência Cruzada.....	27
3.2.3. Análise de Quantificação de Recorrência	27
4. DADOS E METODOLOGIA.....	32
4.1. Descrição dos Dados	32
4.2. Metodologia.....	33
4.2.1. O <i>Software</i> utilizado.....	34
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	35
6. CONCLUSÕES	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios os seres humanos desenvolvem ferramentas e utensílios conforme suas necessidades e tinham a agricultura como uma atividade humana que muito se beneficiava dessas criações, exigindo assim mais avanços no aspecto criativo. Métodos e técnicas de agricultura variavam de acordo com o local e a época, e foram assim evoluindo com o tempo (MAZOYER; ROUDART, 2008). Com a utilização das matérias-primas produzidas pela agricultura, muitas indústrias podem fabricar outros produtos. A cana-de-açúcar, por exemplo, é uma matéria-prima que serve principalmente para a fabricação de açúcar e biocombustível.

Em 1532, a cana-de-açúcar foi trazida para o Brasil com duplo interesse: a produção de açúcar, que era exportado para Europa e rendia muitos lucros, e a conquista e progresso das novas terras portuguesas. As mudas de cana foram trazidas da Ilha da Madeira ou de Cabo Verde para o Brasil, com ciclo inicialmente estabelecido principalmente na região Nordeste (CORTEZ, 2018). Ali se adaptaram bem devido às condições climáticas tropicais (BUCKERIDGE et al., 2012) e foram posteriormente levadas para o Sudeste, ao Estado de São Paulo (CASTRO et al., 2010) que se tornou o maior produtor de cana do País (GILIO; DE MORAES, 2016). Isso foi possível devido à distribuição da produção em diferentes regiões, possibilitando diferentes ciclos durante todo o ano. O mercado de exportação do açúcar, todavia, sofreu algumas dificuldades ao longo do tempo por causa da produção de açúcar na França, a partir da beterraba, e pelo início da produção da cana no Caribe (CORTEZ, 2018).

Após o fim da Segunda Guerra Mundial o setor agrícola passou por uma transformação no processo de modernização, chamada Revolução Verde, em que se implantou a utilização de máquinas, insumos e métodos produtivos para ajudar no aumento da produtividade mundial (NUNES, 2007). Neste setor de produção os preços são afetados por diversos fatores. Mudanças climáticas e transvio de *commodities* (matérias-primas) alimentares para a produção de biocombustíveis são exemplos desses fatores. Além disso, o preço da energia (BAFFES, 2013) devido ao custo de transporte, processamento de alimentos, adubo etc. é outro importante fator (CHIU et al., 2016; LIMA et al., 2019). Por causa dos elevados picos nos preços e da alta variabilidade temporal, tem surgido o interesse no estudo desse assunto. Estudos mostraram que houve um aumento nos preços de *commodities* alimentares, seguido por um súbito aumento entre os anos de 2007 e 2008 (o que gerou uma crise alimentar), e novamente entre 2010 e 2011, mas com menor intensidade que a primeira. A este fenômeno se atribui a crescente demanda de

alimentos para o consumo e a produção de rações, que superam a oferta (HOCHMAN et al., 2014).

O crescimento da demanda mundial de alimentos ao longo do tempo junto à desaceleração do crescimento da produção agrícola levou à redução dos estoques globais de *commodities* básicas (HOCHMAN et al., 2014; TROSTLE, 2008). Com os estoques baixos, aumentam as chances de novas procuras (como biocombustível) ou pausa nas vendas (como eventos extremos) anteciparem grandes mudanças nos preços (HOCHMAN et al., 2014; TROSTLE, 2008). O principal fator contribuinte para o aumento dessa demanda foi o crescimento econômico alcançado principalmente pelos países em desenvolvimento. Ou seja, o aumento na renda média global gerou o crescimento na demanda por alimentos básicos (HOCHMAN et al., 2014).

A ampliação na produção de biocombustíveis contribuiu consideravelmente para o aumento dos preços de alimentos em 2007/2008 (HOCHMAN et al., 2014). Outros fatores que colaboraram com o aumento dos preços de matérias-primas foram a desvalorização do dólar, que contribuiu para o crescimento da demanda de consumidores por *commodities* fora dos Estados Unidos da América (EUA) (ABBOTT.; HURT; TYNER, 2008; BAFFES, 2013), e o aumento nos preços de energia, que atingem consideravelmente o setor agrícola (BAFFES, 2013; HOCHMAN; RAJAGOPAL; ZILBERMAN, 2010).

A ligação entre os preços de alimentos e os preços de biocombustíveis tem atraído considerável interesse nos últimos anos, ocasionando expansão literária tanto na economia agrícola quanto em áreas afins (BENTIVOGLIO et al., 2014; CHIU et al., 2016; KRISTOUFEK; JANDA; ZILBERMAN, 2012; LIMA et al., 2019; SERRA; ZILBERMAN, 2013; SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010; TRUJILLO-BARRERA; MALLORY; GARCIA, 2012).

Os picos nos preços de *commodities* podem alterar as condições macroeconômicas de um país, principalmente nos que estão em desenvolvimento, levando ao aumento da inflação, da fome e da pobreza (ABBOTT; BOROT DE BATTISTI, 2011). Isso tem aumentado a insegurança alimentar tanto nos países desenvolvidos quanto nos países em desenvolvimento, onde a classe social atingida com maior impacto é a de baixa renda (GREGORY; COLEMAN-JENSEN, 2013).

Com o aumento nos preços do petróleo, as indústrias recorreram à opção de introduzir biocombustíveis (etanol e biodiesel) no mercado de energia com uso de *commodities* alimentares (CHIU et al., 2016). Assim a produção de biocombustíveis tornou-se a ligação mais importante entre mercados. Segundo o RFA (*Renewable Fuels Association*), os maiores

produtores mundiais de etanol são os EUA (pelo uso do milho), com 56% da produção mundial em 2018, e o Brasil (pela cana-de-açúcar), com 28%.

O uso de *commodities* agrícolas para a produção de biocombustíveis reduz os estoques de matérias-primas destinadas à produção de alimentos para o consumo humano e animal, levando a alterações nos preços desses produtos. A mitigação dessas consequências exige um entendimento aprofundado da ligação entre esses dois mercados. O estudo da relação entre o mercado de alimentos e o de biocombustíveis tem sido realizado nos EUA e na Europa, utilizando métodos econométricos (BENTIVOGLIO et al., 2014; CHIU et al., 2016; SERRA; ZILBERMAN, 2013; TRUJILLO-BARRERA; MALLORY; GARCIA, 2012). O mercado de cana-de-açúcar no Brasil, entretanto, tem recebido menos atenção quanto a isso (BALCOMBE; RAPSOMANIKIS, 2008; DUTTA, 2018; KRISTOUFEK; JANDA; ZILBERMAN, 2016; LIMA et al., 2019; SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010).

Serra, Zilberman e Gil (2010) analisaram a transmissão de volatilidade nos preços brasileiros de etanol e açúcar e observaram uma forte conexão entre os mercados de alimentos e de energia: o aumento de preços de petróleo e açúcar causaram o aumento nos preços de etanol, indicado pelo aumento das correlações ao longo do tempo. Kristoufek, Janda e Zilberman (2016) empregaram o método da coerência *wavelet* para investigar as ligações entre os preços do etanol e seus insumos dos maiores produtores de etanol, Brasil e EUA, encontrando uma correlação positiva forte e estável ao longo tempo entre os preços de etanol e milho (nos EUA) ou etanol e açúcar (no Brasil). Lima et al. (2019) analisaram a correlação cruzada parcial entre o petróleo e os preços brasileiros de etanol e açúcar e mostraram que as correlações intrínsecas dentro de mercado interno (etanol e açúcar) são mais fortes do que com mercado externo de energia (petróleo).

Recentemente o setor agrícola tem atraído a atenção de pesquisadores de áreas afins, como a econofísica, mostrando outros importantes aspectos da dinâmica de preços, como: propriedades fractais e multifractais (LIMA et al., 2019; LIU, 2014; PAL; MITRA, 2018; SIQUEIRA JR et al., 2010), conteúdo informacional (KRISTOUFEK; VOSVRDA, 2014; ZUNINO et al., 2011) e estrutura da rede (KRISTOUFEK; JANDA; ZILBERMAN, 2012; TABAK; SERRA; CAJUEIRO, 2010).

Neste trabalho investiga-se a relação entre o mercado brasileiro de alimentos e o de energia, onde as variáveis representativas são o açúcar e o etanol, respectivamente. Utilizam-se os métodos Gráfico de Recorrência (RP) e sua extensão, o Gráfico de Recorrência Cruzada (CRP), e a Análise Quantificação de Recorrência (RQA), que foram desenvolvidos para análise não linear das séries temporais baseando-se nas recorrências dos estados de sistemas dinâmicos

no espaço de fase (MARWAN et al., 2007; ZBILUT; WEBBER JR, 1992). Essas técnicas foram extensivamente empregadas em medicina (AFSAR; TIRNAKLI; MARWAN, 2018; ZBILUT; THOMASSON; WEBBER, 2002), geofísica (DONNER et al., 2019), engenharia (YANG et al., 2015), física solar (OGUNJO; ADEDIJI; DADA, 20017), climatologia (GOSWAMI et al., 2013) e finanças (ADDO; BILLIO; GUEGAN, 2013; BASTOS; CAIADO, 2011; BELAIRE-FRANCH; CONTRERAS; TORDERA-LLEDÓ, 2002; GOSWAMI et al., 2012). Tais métodos se mostram bastante pertinentes para a análise de séries temporais financeiras, uma vez que não necessitam de pressupostos sobre a distribuição estatística, a estacionariedade ou o número mínimo de dados (BASTOS; CAIADO, 2011).

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. No Capítulo 2 são apresentados os objetivos, geral e específicos. O Capítulo 3 trata da revisão sobre o fenômeno e a fundamentação teórica das técnicas utilizadas. No Capítulo 4 são descritos os dados utilizados para a análise e a metodologia utilizada. Os resultados e a discussão são apresentados no Capítulo 5. As conclusões e a proposta para trabalhos futuros, no Capítulo 6.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo Geral

Investigar as correlações e correlações cruzadas nas séries temporais de preços de etanol e açúcar do mercado brasileiro.

2.2. Objetivos Específicos

- ❖ Utilizar o método Gráfico de Recorrência (RP) e Gráfico de Recorrência Cruzada (CRP) para a obtenção dos resultados de correlação.
- ❖ Obter a análise específica pelo método da Análise de Quantificação de Recorrência (RQA) de cada série e entre séries.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1. *Commodities*

A palavra *commodity* (no plural, *commodities*) tem origem no inglês e significa mercadoria. *Commodities* são considerados os produtos básicos (matérias-primas), isto é: mercadorias sem (ou quase nenhuma) industrialização, utilizados para a fabricação de outras mercadorias em geral, que são produzidas em grande escala e que podem ser estocadas sem perda de qualidade. São mercadorias comercializadas no mundo todo, com preços determinados pelo mercado internacional por meio das bolsas de mercadorias, e com valores que variam de acordo com a demanda e a oferta mundial (DOS SANTOS BRANCO, 2013). O Brasil produz vários tipos de *commodities*, tais como: trigo, açúcar, arroz, milho, etanol, entre outros. Tais negociações são realizadas pela Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA S.A.), criada em 2008 a partir da integração entre a Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F) e a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), companhias estas que constituíram a terceira maior bolsa do mundo em valor de mercado (BM&FBOVESPA, 2019).

Algumas das *commodities* mais populares do mercado (AGRÍCOLAS, 2010; TODA MATÉRIA, 2018) são listadas a seguir:

- (i) **Agrícolas:** produtos originários do agronegócio, tais como milho, soja, café, açúcar, trigo, etc.
- (ii) **Ambientais:** originados a partir de recursos naturais como créditos de carbono, água, madeira, etc.
- (iii) **Financeiras:** moedas mundiais como o Real, o Dólar, o Euro, etc., e títulos públicos do governo federal.
- (iv) **Minerais:** metais e minerais diversos que podem ser extraídos ou industrializados, como: petróleo, ouro, ferro, alumínio, etanol, gás natural, etc.
- (v) **Químicas:** sulfato de sódio, ácido sulfúrico e fertilizantes são exemplos destas *commodities*.
- (vi) **Energéticas:** recursos energéticos como energia eólica, solar, hidrelétrica, entre outros.

3.1.1. Os mercados das *commodities* açúcar e etanol

Uma das consequências produzidas durante a Primeira Guerra Mundial (1914-1918) foi a ruína da indústria de açúcar na Europa (onde se concentravam os maiores produtores), resultando no aumento do preço do açúcar no mercado mundial. Isso despertou o interesse de investir na construção de novas usinas no Brasil (em especial no estado de São Paulo), levando-o a se tornar o maior produtor de açúcar do mundo (MACHADO, 2013), com a fabricação de diversos tipos de açúcar, tais como o mascavo, o demerara, o cristal, o refinado, o VHP (*Very High Polarization*), o *light* e o açúcar de confeitiro (MACHADO, 2016).

Em 1973 o Brasil enfrentou sua primeira crise do petróleo, quando o preço dessa *commodity* passou de 1,9 US\$/barril (em 1972) para 11,2 US\$/barril (em 1974). Isso provocou um forte abalo na economia brasileira, já que o País importava cerca de 80% do petróleo que consumia, o que significava 50% do custo total das importações (CORTEZ, 2018). Com a crise e a oscilação do preço do açúcar no mercado internacional em 1975, o governo federal criou o Programa Álcool Brasileiro (PROÁLCOOL), com o objetivo de produzir etanol a partir da cana-de-açúcar para substituir a gasolina e, assim, reduzir a dependência do petróleo. A produção do etanol tornava-se, portanto, mais atrativa que a de açúcar (GOLDEMBERG et al., 2004; MOREIRA; GOLDEMBERG, 1999).

As indústrias brasileiras adotam o formato de destilaria de etanol anexada à usina de açúcar, pela vantagem de se produzir açúcar e etanol conjuntamente (MACEDO; SEABRA, 2008), com a opção de se produzir mais açúcar ou mais etanol, ou em mesma quantidade, dependendo do mercado favorável no momento. São produzidos no Brasil dois tipos de etanol como combustível: o etanol anidro, que é misturado na gasolina com uma proporção adequada para operar em todos os motores, e E100 (100% etanol hidratado), conhecido como álcool, produzido para carro de motor flexível (DRABIK et al., 2014).

Atualmente o Brasil é o maior produtor de açúcar do mundo, com 17,7% da produção mundial, e o maior exportador, com 36,1% da exportação mundial (FAS/USDA, 2019). Quanto à produção de etanol, é o segundo maior fabricante do mundo (RFA, 2019). Os principais tipos de açúcares exportados são o branco (refinado), o cristal e o demerara. O etanol (anidro e hidratado), por sua vez, é bastante usado pelas indústrias para produção de alimentos, bebidas, perfumaria, cosméticos, medicamentos, combustível para veículos, entre outros, com oferta para ambos os produtos garantida o ano todo (já que sua produção se encontra espalhada por

vários lugares de cultivo da cana-de-açúcar), e suas negociações nos períodos de safra e entressafra ([B]³, 2019).

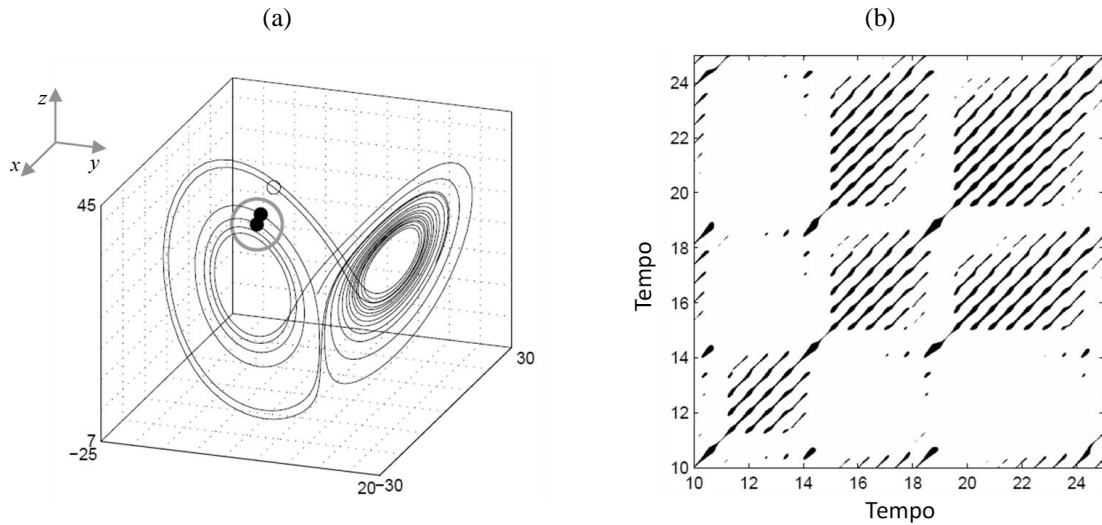
3.2. O método Gráfico de Recorrência

Em 1987, Eckmann, Kamphorst e Ruelle desenvolveram uma ferramenta denominada Gráfico de Recorrência (*Recurrence Plot* - RP), que serve para visualizar as recorrências no espaço de fase de sistemas dinâmicos.

O espaço de fase de um sistema dinâmico é um espaço matemático multidimensional, formado pelas coordenadas ortogonais que representam as variáveis necessárias para especificar o estado instantâneo do sistema. Em um determinado instante de tempo o estado do sistema é representado por um ponto, e sua evolução temporal, por uma trajetória no espaço de fase (uma curva contínua ou uma sequência de pontos, para um sistema dinâmico contínuo ou discreto, respectivamente) (MARWAN et al., 2007).

Em geral não é possível visualizar graficamente o espaço de fase de um sistema dinâmico. Isso porque não há uma dimensão (duas ou três) que possa representá-lo. O espaço de fase com dimensões superiores só é visto por projeções nos subespaços bidimensionais ou tridimensionais. O Gráfico de Recorrência, entretanto, é uma ferramenta capaz de descrever a trajetória de um espaço de fase m -dimensional pela representação bidimensional de suas recorrências. Para mostrar de forma esquemática como isso é feito, considere-se o exemplo ilustrativo apresentado na Figura 1. Trata-se de um segmento de trajetória no espaço de fase de um sistema dinâmico bem conhecido, o sistema de Lorenz (MARWAN, 2003), (Figura 1(a)) e seu Gráfico de Recorrência correspondente (Figura 1(b)). Cada ponto localizado na posição (i, j) do RP é gerado da seguinte forma: um ponto da trajetória no instante j que cai dentro da vizinhança (círculo cinza em (a)) de um determinado ponto marcado no instante i (ponto preto na trajetória em (a)) representa um ponto de recorrência (ponto preto no RP). Um ponto fora dessa vizinhança (círculo pequeno em (a)) gera, por sua vez, um ponto branco no RP. Como será descrito mais adiante, o raio da vizinhança é determinado pelo limiar ε . Para o RP deste exemplo o valor apropriado foi $\varepsilon = 5$.

Figura 1 – (a) Segmento da trajetória do espaço de fase do sistema Lorenz (obtido usando os valores padrão dos parâmetros de controle: $r = 28$, $\sigma = 10$, $b = 8/3$) utilizando suas três componentes e (b) seu Gráfico de Recorrência correspondente, gerado com $\varepsilon = 5$.



Fonte: MARWAN (2003).

Matematicamente o Gráfico de Recorrência é a representação da matriz quadrada $N \times N$ dada por

$$R_{ij}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|), \quad (3.1)$$

onde \vec{x}_i e \vec{x}_j , com $i, j = 1, \dots, N$, são vetores no espaço de fase, representando os estados do sistema, e ε é o limiar (*threshold*), ou seja, é o limite de tolerância dentro do qual constam-se as coordenadas no espaço de fase como pontos de recorrência, ou ainda, o raio em torno de um ponto da trajetória dentro do qual pontos vizinhos são considerados recorrentes. A função Θ é a de *Heaviside*, que transforma efetivamente pares de coordenadas em 1 (pontos recorrentes), se a distância entre esses pontos da trajetória for inferior ao limiar ε e, em 0 (pontos não recorrentes), caso contrário; e $\|\cdot\|$ é a norma, sendo mais usadas a norma mínima, a máxima e a euclidiana.

Por definição, tem-se ainda que $R_{ii} \equiv 1$, o que para o RP representa uma linha preta diagonal chamada de linha de identidade (*line of identity* - LOI). Como o RP é simétrico em relação à LOI, tem-se ainda que $R_{ij} \equiv R_{ji}$ (MARWAN et al., 2007).

O Gráfico de Recorrência é um método bastante útil no tratamento de sistemas dinâmicos não-lineares. Ele torna possível a análise multidimensional de um espaço de fase

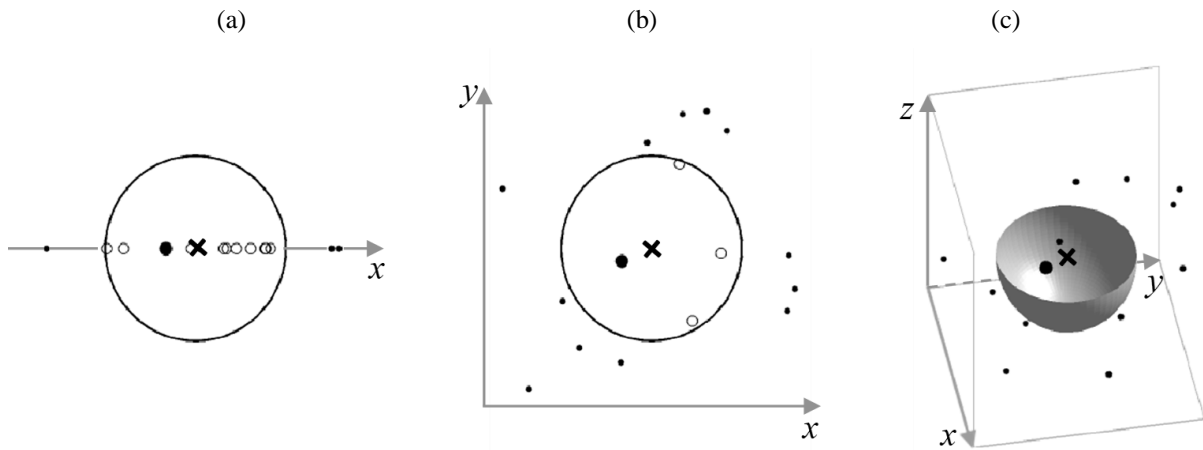
sem a necessidade de visualização de suas projeções. Uma série temporal, entretanto, constitui-se de um conjunto de dados dos quais se conhecem apenas duas variáveis: aquela que define o fenômeno estudado e a variável associada ao tempo. Trata-se, portanto, da representação de um sistema dinâmico multidimensional cujos dados são relatados de forma unidimensional, por não se conhecerem as demais variáveis do sistema. É a partir de grandezas unidimensionais que, então, se deseja recuperar as outras dimensões do espaço de fase do sistema que uma série temporal representa. Isso pode ser feito pelo método da reconstrução do espaço de fase por imersão com retardo, conforme Teorema de Imersão de Takens (TAKENS, 1981). Em poucas palavras, o método implica que se pode recuperar a dinâmica multidimensional de uma série temporal unidimensional traçando essa série versus ela mesma, com certo retardo τ . Esse procedimento será descrito a seguir, com base na referência (WALLOT, 2017).

A reconstrução do espaço de fase de um sistema dinâmico é realizada mediante o conhecimento de dois importantes parâmetros: a dimensionalidade m apropriada (ou dimensão de imersão) e o retardo τ . O parâmetro de imersão m indica o número de dimensões embutidas no espaço de fase e fornece, portanto, a dimensionalidade do espaço de fase reconstruído. Ele pode ser estimado usando a função de falsos vizinhos mais próximos (*False Nearest Neighbors* - FNN). O parâmetro de retardo, por sua vez, pode ser estimado usando a função de informação mútua média (*Average Mutual Information* - AMI). Seu papel na reconstrução do espaço de fase é garantir que as dimensões reconstruídas sejam relativamente ortogonais, mantendo a integridade da estrutura temporal da série de dados.

A descrição dos métodos utilizados na estimativa dos parâmetros m e τ pode ser encontrada nas referências (CAO, 1997; KANTZ; SCHREIBER, 2004). O esquema da técnica FNN empregada na estimativa de m , entretanto, é ilustrado na Figura 2, para três valores desse parâmetro: $m = 1$ (a), $m = 2$ (b) e $m = 3$ (c). A figura mostra a vizinhança (círculo maior em (a) e (b) e, com escala reduzida, a semiesfera em (c)) de um determinado ponto (cruz) no espaço de fase. Os pequenos círculos (ou pontos brancos) envolvidos pelo raio da vizinhança do ponto em análise representam seus falsos vizinhos; os pontos pretos, seus vizinhos mais próximos. O esquema mostra que: à medida que uma nova dimensão é adicionada ao sistema, um menor número de falsos vizinhos é observado dentro do raio da vizinhança do ponto escolhido (cruz), até que esse número cai para zero, como na Figura 2(c) (caso em que $m = 3$). A dimensão de imersão apropriada para a reconstrução do espaço de fase de um sistema dinâmico é, entretanto, aquela a partir da qual a fração de falsos vizinhos cai para zero, o que não necessariamente implica a inexistência de falsos vizinhos; isto é, basta que a razão entre o número de falsos

vizinhos e o número de vizinhos mais próximos caia a zero. Para o caso ilustrado na Figura 2, a melhor estimativa para a dimensão de imersão do espaço de fase é $m = 3$.

Figura 2 – Esquema ilustrativo utilizado na estimativa da dimensão de imersão do espaço de fase de um sistema dinâmico para os valores tentativos (a) $m = 1$, (b) $m = 2$ e (c) $m = 3$. A dimensão de imersão apropriada para esse caso é $m = 3$, por não apresentar falsos vizinhos (pontos brancos) dentro do raio da vizinhança (semiesfera em (c)) do ponto em análise (cruz). A redução de m ocasiona e promove o aumento do número de falsos vizinhos mais próximos (pontos brancos que aparecem dentro do círculo de vizinhança em (b) e, em número ainda maior, em (a)).



Fonte: MARWAN (2003).

Note-se que a escolha errada da dimensão de imersão de um sistema dinâmico pode resultar em falsos vizinhos. Isso resultará em um aumento de pontos que será projetado na vizinhança de qualquer outro ponto no espaço de fase, mesmo não sendo eles vizinhos verdadeiros. O método FNN encontrará, portanto, a dimensão mínima para a imersão das coordenadas que irão compor o espaço de fase a ser reconstruído (MARWAN, 2003).

Para mostrar como é realizada a reconstrução do espaço de fase de um sistema dinâmico a partir de sua série temporal, considere-se a série de n dados representada pelo vetor $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$. Uma vez conhecidos os valores apropriados de m e τ para essa série, seu espaço de fase m -dimensional pode ser finalmente reconstruído. Os vetores de estado \vec{x}_i (ou coordenadas) que irão compor o espaço de fase reconstruído são formados de acordo com a seguinte regra: uma dada coordenada \vec{x}_i é formada tomando-se m dados de \vec{b} , todos espaçados entre si por intervalos de τ , tendo como primeira componente o elemento b_i , e o último, $b_{i+(m-1)\tau}$ (que garante a quantidade máxima de m elementos). A i -ésima coordenada do espaço de fase reconstruído será, portanto:

$$\vec{x}_i = (b_i, b_{i+\tau}, b_{i+2\tau}, \dots, b_{i+(m-1)\tau}), \quad i = 1, 2, \dots, n - (m - 1) \quad (3.2)$$

Note-se, então, que a primeira coordenada será dada por $\vec{x}_1 = (b_1, b_{1+\tau}, b_{1+2\tau}, \dots, b_{1+(m-1)\tau})$. Como a última componente da última coordenada reconstruída deve ser a de ordem n , tem-se conforme (3.2) para esse caso: $i + (m - 1)\tau = n$, o que implica $i = n - (m - 1)\tau$. Isso significa que a primeira componente do último vetor de estado construído será o elemento $b_{n-(m-1)\tau}$ da série temporal e que, portanto, $n - (m - 1)\tau$ é o número máximo de coordenadas que se pode construir com dimensão m , já que o índice da primeira componente indica o índice da coordenada. Reunindo, portanto, todos os possíveis vetores de estado, chega-se ao vetor \vec{x} de coordenadas \vec{x}_1 até $\vec{x}_{n-(m-1)\tau}$, arranjadas na matriz descrita em (3.3).

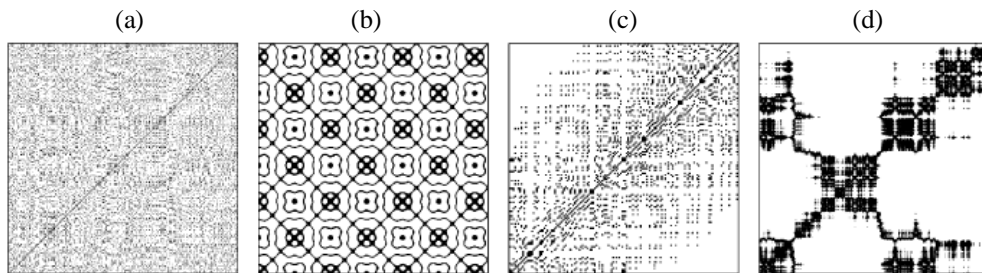
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \\ \vdots \\ \vec{x}_{n-(m-1)\tau} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_{1+\tau} & \cdots & b_{1+(m-1)\tau} \\ b_2 & b_{2+\tau} & \cdots & b_{2+(m-1)\tau} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n-(m-1)\tau} & b_{n-(m-2)\tau} & \cdots & b_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Vê-se de (3.3) que as linhas da matriz são as coordenadas m -dimensionais do espaço de fase que se propôs a construir, enquanto que as colunas são novos dados m -dimensionais da nova série do espaço de fase tirados de valores de \vec{b} . Consequentemente, o índice de linha é uma medida de tempo e cada índice de coluna corresponde a uma dimensão no espaço de fase. Dessa maneira, os vetores linha \vec{x}_i constituem os pontos do espaço de fase que descreve a dinâmica multidimensional do sistema do qual o observável b foi tirado.

3.2.1. Estrutura dos RPs

Eckmann, Kamphorst e Ruelle classificaram as estruturas de RPs em duas categorias: estruturas de grande escala - tipologia (*typology*) e estruturas de pequena escala - textura (*texture*). A tipologia mostra a imagem global do RP e pode ser classificada como Homogênea, Periódica, Deriva (*drift*) ou Descontínua (*disrupted*) (ECKMANN; KAMPHORST; RUELLE, 1987; MARWAN, 2003; MARWAN et al., 2007), conforme ilustrado na Figura 3 e descrito a seguir.

Figura 3 – Tipologias características dos RPs: (a) Homogênea (ruído branco igualmente distribuído), (b) Periódica (oscilações harmônicas superpostas), (c) Deriva (mapa logístico alterado com ruído) e (d) Descontínua (movimento browniano).



Fonte: MARWAN et al. (2007).

Descrição das tipologias características dos RPs:

- **Homogênea** (Fig. 3(a)): apresenta pontos pequenos (em comparação com o gráfico como um todo) que são características dos sistemas estacionários e autônomos, para os quais o tempo de extensão de cada linha diagonal ou vertical feita é curto em comparação com o tempo total de exposição do sistema. Um exemplo comum de RP com essa tipologia é o de um sistema aleatório;
- **Periódica** (Fig. 3(b)): apresenta linhas diagonais (paralelas à LOI) totalmente preenchidas, com o aspecto de tabuleiro de xadrez, e são tipologias características de sistemas oscilantes. O período corresponde à distância vertical (horizontal) entre as linhas diagonais. No caso de sistemas quase periódicos, apresenta diferentes distâncias entre as linhas diagonais. Pode-se encontrar um exemplo de sistema oscilante na referência (ECKMANN; KAMPHORST; RUELLE, 1987);
- **Deriva** (*drift*) (Fig. 3(c)): tipologia apresentada por sistemas que possuem parâmetros que mudam lentamente, ou seja, sistemas não estacionários. Os padrões com pontos pretos (recorrentes) diminuem conforme afasta-se da LOI;
- **Descontínua** (*disrupted*) (Fig. 3(d)): apresenta áreas ou faixas brancas provocadas por mudanças repentinas no sistema ou eventos extremos. Essa tipologia fornece uma alternativa fácil de detectar e analisar eventos extremos e raros utilizando a frequência de suas recorrências.

Averiguação mais detalhada do RP está na estrutura de pequena escala, que são: pontos únicos isolados, linhas diagonais, linhas verticais e horizontais (ECKMANN; KAMPHORST; RUELLE, 1987; MARWAN et al., 2007), conforme descrição a seguir.

- **Pontos únicos isolados:** são pontos de recorrências e podem acontecer quando os estados forem raros, se permanecerem apenas por um tempo curto ou se oscilarem vigorosamente;
- **Linhas diagonais** paralelas à LOI: $R_{i+k,j+k} \equiv 1$ (para $k = 0, 1, \dots, l - 1$, onde l é o comprimento da linha) ocorrem quando um segmento de trajetória anda quase paralelamente a outro segmento. Isto é, para unidades de tempo l :

$$\vec{x}_i \approx \vec{x}_j, \vec{x}_{i+1} \approx \vec{x}_{j+1}, \dots, \vec{x}_{i+l-1} \approx \vec{x}_{j+l-1}. \quad (3.4)$$

Assim, uma linha diagonal de comprimento l é definida por:

$$(1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k} \equiv 1. \quad (3.5)$$

O comprimento dessa linha diagonal mostra a duração do tempo de coincidência dos segmentos da trajetória. As linhas diagonais perpendiculares à LOI representam os segmentos paralelos da trajetória que andam com tempos contrários (segmentos espelhados), o que é normalmente uma indicação de imersão inadequada;

- **Linhas verticais** (e horizontais): $R_{i,j+k} \equiv 1$ (para $k = 0, 1, \dots, v - 1$, onde v é o comprimento da linha) medem a fração de tempo em que o estado não muda, ou muda muito lentamente. Ou seja, tem-se:

$$\vec{x}_i \approx \vec{x}_j, \vec{x}_i \approx \vec{x}_{j+1}, \dots, \vec{x}_i \approx \vec{x}_{j+v-1}. \quad (3.6)$$

Uma linha vertical é formalmente definida por

$$(1 - R_{i,j-1})(1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k} \equiv 1. \quad (3.7)$$

Portanto, o estado fica confinado por algum tempo. Esse é um comportamento comum dos estados laminares (intermitência).

Com base nessas estruturas de pequena escala aqui descritas (pontos únicos isolados, linhas diagonais, linhas verticais e horizontais), desenvolveu-se o método da Análise de Quantificação de Recorrência (*Recurrent Quantification Analysis* – RQA) (MARWAN et al., 2002; ZBILUT; GIULIANI; WEBBER JR, 1998b; ZBILUT; WEBBER JR, 1992), que constitui um conjunto de medidas de quantificação (também nomeadas medidas de complexidade) a serem descritas mais adiante.

3.2.2. Gráfico de Recorrência Cruzada

O Gráfico de Recorrência Cruzada (*Cross Recurrence Plot* - CRP) é uma extensão bivariada do RP, que serve para analisar a similaridade de dois sistemas dinâmicos no mesmo espaço de fase (MARWAN; KURTHS, 2002; MARWAN; THIEL; NOWACZYK, 2002; ZBILUT; GIULIANI; WEBBER JR, 1998a).

Considerem-se as trajetórias \vec{x}_i ($i = 1, \dots, N$) e \vec{y}_i ($i = 1, \dots, M$) de dois sistemas dinâmicos no mesmo espaço de fase. O CRP é a representação de uma matriz $N \times M$, definida por (MARWAN; THIEL; NOWACZYK, 2002):

$$CR_{i,j}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{y}_j\|), \quad (3.8)$$

que traz todas as características das estruturas dos RPs (descritas anteriormente), mas com trajetórias \vec{x}_i e \vec{y}_i que não possuem necessariamente o mesmo comprimento, levando, portanto, a uma matriz CR que pode não ser quadrada. Além disso, os valores da diagonal principal, $CR_{i,i}|_{i=1}^N$, não são necessariamente iguais à unidade. Assim, o CRP normalmente não apresenta uma linha diagonal principal preta (MARWAN et al., 2007). As linhas que são orientadas na diagonal do gráfico representam os segmentos em ambas as trajetórias que correm paralelas por algum tempo. O comprimento e a frequência destas linhas estão relacionados a uma certa semelhança entre a dinâmica de ambos os sistemas. Em vez do LOI, CRP apresenta uma linha diagonal principal distorcida, chamada linha de sincronização (*line of synchronization* – LOS) (MARWAN; KURTHS, 2005; MARWAN; KURTHS, 2002; MARWAN; THIEL; NOWACZYK, 2002).

3.2.3. Análise de Quantificação de Recorrência

Como mencionado anteriormente, o método de tratamento de dados denominado Análise de Quantificação de Recorrência (*Recurrence Quantification Analysis* - RQA) foi desenvolvido com base em estruturas de pequena escala. Ele foi inicialmente concebido por Zbilut e Webber Jr (1992), que definem medidas de complexidade para quantificar densidade de pontos e estruturas diagonais no Gráfico de Recorrência: a taxa de recorrência, o determinismo, a entropia, o comprimento máximo da linha diagonal e, seu inverso, a divergência (ZBILUT; GIULIANI; WEBBER JR, 1998b; ZBILUT; WEBBER JR, 1992). Tais

medidas são apropriadas para encontrar transições caos-ordem (TRULLA et al., 1996). As medidas da RQA foram posteriormente expandidas por Marwan et al. (2002) para quantificar as estruturas verticais (e horizontais) do RP: laminaridade e tempo de permanência (MARWAN et al., 2002). Medidas estas, apropriadas para encontrar transições caos-caos (ou fases laminares) (MARWAN; THIEL; NOWACZYK, 2002).

A definição das medidas que quantificam a densidade de pontos recorrentes e as estruturas diagonais do RP são descritas a seguir, com base nas referências (MARWAN et al., 2007; RILEY; VAN ORDEN, 2005; ZBILUT; GIULIANI; WEBBER JR, 1998b).

- **Taxa de recorrência** (*Recurrence Rate – RR*): é o percentual de pontos recorrentes dentro de um limiar escolhido, obtido com a Eq. (3.9). É a medida mais simples da RQA e pode variar de 0% (sem pontos recorrentes) a 100% (todos os pontos recorrentes).

$$RR(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \mathbf{R}_{ij}(\varepsilon). \quad (3.9)$$

- **Determinismo** ou previsibilidade (*Determinism – DET*): é o percentual de pontos de recorrência que formam as estruturas diagonais (com comprimento mínimo l_{min}). Sistemas periódicos fornecem linhas diagonais longas; sistemas caóticos, linhas diagonais curtas; e sistemas estocásticos não fornecem linhas diagonais. Esse percentual é calculado por

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N l P(l)}{\sum_{l=1}^N l P(l)}, \quad (3.10)$$

onde $P(l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - \mathbf{R}_{i-1,j-1})(1 - \mathbf{R}_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} \mathbf{R}_{i+k,j+k}$ é o histograma dos comprimentos l das linhas diagonais. Pode-se interpretar essa medida como a previsibilidade do sistema. Para sistemas com previsibilidade alta como os sistemas periódicos, o valor do determinismo é igual a 1. O limiar l_{min} serve para eliminar as linhas diagonais que se formam pelo movimento tangencial na trajetória do espaço de fase. Para $l_{min} = 1$ o valor do determinismo é 1. A seleção do l_{min} deve ser realizada com cuidado, pois, se l_{min} for muito grande, o histograma $P(l)$ pode se tornar esparso e reduzir a confiabilidade do DET .

- **Comprimento médio da linha diagonal** (*average diagonal line length – L*): é o tempo médio que um segmento de trajetória leva para aproximar-se de outro. Essa medida é obtida por

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N l P(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P(l)} \quad (3.11)$$

e pode ser interpretada como o tempo médio de previsão do sistema.

- **Comprimento máximo da linha diagonal** (*longest diagonal line – L_{max}*): é o comprimento máximo da linha diagonal no RP, eliminando a LOI, e é calculado por (3.12). A medida da divergência (*Divergence – DIV*) é o inverso do L_{max} , conforme (3.12), e está relacionada ao maior expoente de Lyapunov positivo (TRULLA et al., 1996).

$$L_{max} = \max(\{l_i\}_{i=1}^{N_l}) \Rightarrow DIV = \frac{1}{L_{max}}, \quad (3.12)$$

onde $N_l = \sum_{l \geq l_{min}} P(l)$ é o número total de linhas diagonais. Essa medida está associada à divergência exponencial da trajetória do sistema. Isto é, quanto mais curtas são as linhas diagonais, mais caótico será o sistema, maior será a divergência, e mais rapidamente as trajetórias divergem no espaço de fase.

- **Entropia** (*Entropy – ENTR*): é a entropia de informação de Shannon da probabilidade $p(l) = \frac{P(l)}{N_l}$ de encontrar a linha diagonal de comprimento l . Essa medida é calculada por

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^N p(l) \ln p(l) \quad (3.13)$$

e indica a complexidade do RP em relação às linhas diagonais. Para um ruído não correlacionado, por exemplo, a medida *ENTR* vai ser muito pequena, mostrando assim sua baixa complexidade.

As medidas de complexidade que quantificam as estruturas verticais (e horizontais) do RP baseiam-se nas referências (MARWAN et al., 2007; MARWAN et al., 2002) e são descritas a seguir.

- **Laminaridade** (*Laminarity – LAM*): é o percentual de pontos que formam as estruturas verticais (e horizontais) no RP e é obtido por

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N v P(v)}{\sum_{v=1}^N v P(v)}, \quad (3.14)$$

onde $P(v) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i,j})(1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k}$ é o histograma dos comprimentos v das linhas verticais (e horizontais). O cálculo da LAM é efetuado para o valor de v que ultrapassa um comprimento mínimo v_{min} , com a finalidade de reduzir a influência do movimento tangencial. Seu valor diminui se o RP apresentar apenas pontos únicos isolados em vez de estruturas verticais (e horizontais).

- **Tempo de permanência** (*Trapping Time - TT*): é o comprimento médio das linhas verticais (e horizontais) e mede o tempo médio que o sistema persiste em um estado específico, ou por quanto tempo o estado permanecerá confinado. Esse comprimento é calculado pela relação

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N v P(v)}{\sum_{v=v_{min}}^N P(v)}, \quad (3.15)$$

que, assim como no cálculo da LAM , também requer um comprimento mínimo v_{min} .

Para o Gráfico de Recorrência Cruzada foi desenvolvida a Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada (*Cross Recurrence Quantification Analysis - CRQA*). Nesse caso, as medidas de complexidade dadas pela taxa de recorrência (RR), o determinismo (DET) e o comprimento médio da linha diagonal (L) são realizadas para quantificar a similaridade das trajetórias no espaço de fase (MARWAN; KURTHS, 2002; ZBILUT; GIULIANI; WEBBER JR, 1998a). Tais medidas são agora dadas por:

- **Taxa de recorrência:**

$$RR(t) = \frac{1}{N-t} \sum_{l=1}^{N-t} l P_t(l), \quad (3.16)$$

onde $P_t(l)$ são as distribuições dos comprimentos de linhas diagonais. O índice $t \in (-T, \dots, T)$ marca o número de linhas diagonais. Isto é, se $t = 0$, trata-se da diagonal principal; se $t > 0$, são as diagonais acima da LOI e simbolizam os atrasos positivos; e se $t < 0$, são as diagonais abaixo da LOI, simbolizando os atrasos negativos. O índice

RR indica, portanto, a probabilidade de ocorrência de estados iguais em ambos os sistemas, com determinado atraso t .

- **Determinismo:**

$$DET(t) = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{N-t} l P_t(l)}{\sum_{l=1}^{N-t} l P_t(l)} \quad (3.17)$$

é a razão entre o número de pontos de recorrência que formam estruturas diagonais longas e todos os pontos de recorrência. Quando os dados são estocásticos, ou elevadamente flutuantes, o CRP não apresenta diagonais, ou apresenta apenas diagonais muito curtas; já para dados determinísticos, apresenta diagonais longas.

- **Comprimento médio da linha diagonal:** é calculado por

$$L(t) = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{N-t} l P_t(l)}{\sum_{l=l_{min}}^{N-t} P_t(l)} \quad (3.18)$$

e mostra a duração de uma coincidência na evolução temporal dos estados dos sistemas.

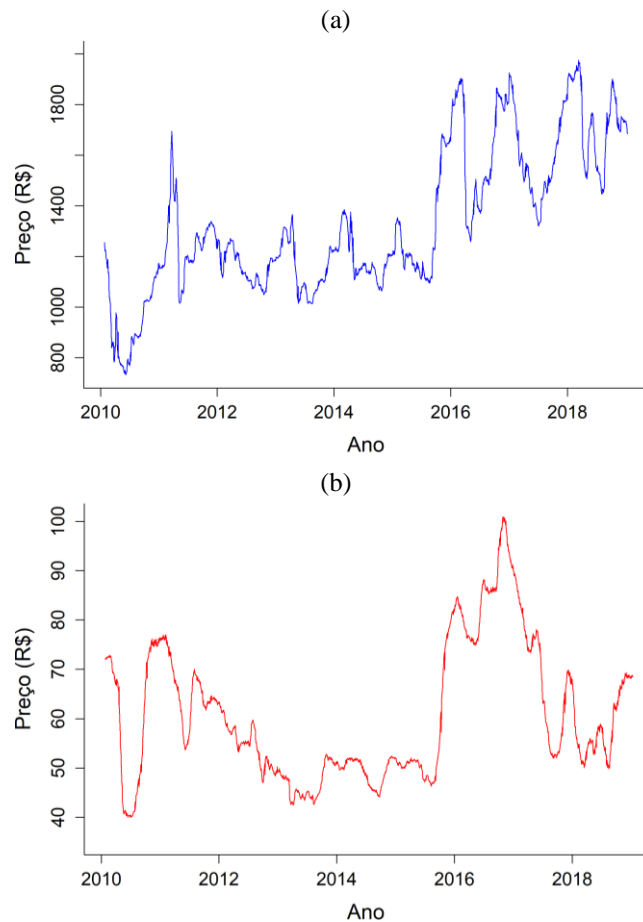
Alto valor de L significa alta similaridade na dinâmica dos sistemas.

4. DADOS E METODOLOGIA

4.1. Descrição dos Dados

As séries de dados dos preços de etanol e de açúcar (preços diários) foram obtidas no Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada/Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz/Universidade de São Paulo – CEPEA/ESALQ/USP. As séries analisadas correspondem aos dados diários coletados no período de 25/01/2010 a 14/01/2019. A negociação do preço de açúcar se dá pelo valor em reais por saca (R\$/saca) de 50 kg, com ICMS (7%) e indicador CEPEA/ESALQ. Para o preço do etanol, se dá por R\$/m³, sem impostos, e com o indicador ESALQ/BM&FBOVESPA (CEPEA, 2019). A Figura 4 ilustra as séries temporais originais dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).

Figura 4 – Séries temporais originais dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).



Fonte: CEPEA (2019)¹.

¹ Elaborado pelo autor a partir dos dados da CEPEA. Disponível em: <https://www.cepea.esalq.usp.br/br>.

4.2. Metodologia

O procedimento utilizado neste trabalho para a análise dos dados é realizado de acordo com os seguintes passos:

1. Normalizam-se as séries temporais originais dos preços de etanol e de açúcar no intervalo entre 0 e 1, segundo a equação

$$Y = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}, \quad (4.1)$$

onde x denota a série original, e $\max(x)$ e $\min(x)$ são os valores de máximo e mínimo de x , respectivamente (BASTOS; CAIADO, 2010).

2. A partir das séries temporais normalizadas obtidas no passo 1, estimam-se os parâmetros de imersão, m e τ , para a reconstrução do espaço de fase do sistema dinâmico que gerou as séries originais. A dimensão de imersão m é estimada pelo método dos falsos vizinhos mais próximos (FNN) e o retardo τ é convenientemente escolhido (valor apropriado para sistemas financeiros).
3. Estima-se o limiar ε com uso do método iterativo sugerido por Webber e Zbilut (2005), que consiste na busca pelo limiar que produz um percentual entre 1% e 5% do valor da taxa de recorrência, $RR(\varepsilon)$, dada pela relação (3.9).
4. Aplica-se o método Gráfico de Recorrência (RP) às séries normalizadas individuais dos preços de etanol e de açúcar, para analisar a dinâmica dos preços, e utiliza-se o método Gráfico de Recorrência Cruzada (CRP) nas séries normalizadas em conjunto dos preços de etanol e de açúcar, para analisar as correlações entre essas duas séries. Elabora-se o Gráfico de Distância (*Distance Plot* - DP) (IWANSKI; BRADLEY, 1998), realizado sem a utilização do parâmetro limiar no gráfico RP.
5. Efetuam-se os métodos Análise de Quantificação de Recorrência (RQA) e Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada (CRQA) utilizando as estruturas de pequena escala (textura) do RP e do CRP, respectivamente, para obter as medidas quantitativas

relacionadas ao comportamento dinâmico individual e do conjunto dos preços de etanol e açúcar.

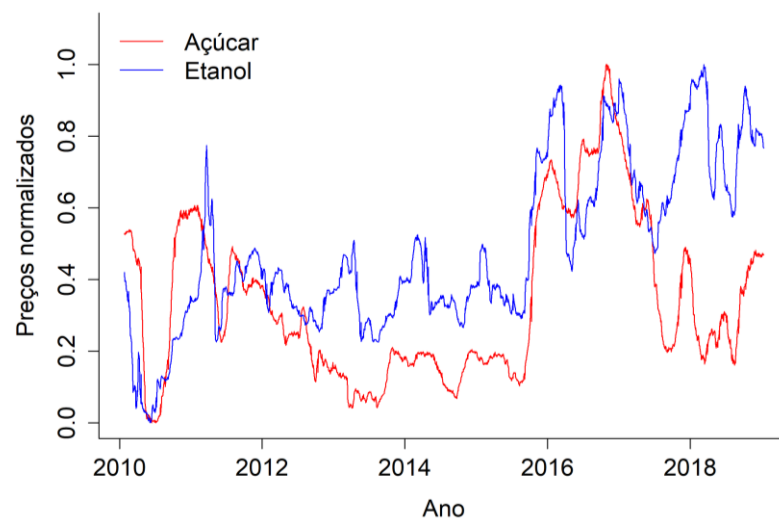
4.2.1. O *Software* utilizado

O tratamento e análise dos dados foram realizados com auxílio do *software* R Core Team (2019). Os pacotes utilizados foram o *nonlinearTseries* (GARCIA, 2019), para a construção do Gráfico de Recorrência, cálculo dos parâmetros dos RPs e Análise de Quantificação de Recorrência; o *crqa* (COCO; DALE, 2018), para a construção do Gráfico de Recorrência Cruzada, cálculo dos parâmetros do CRP e Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada; e o *tseriesChaos*, para a elaboração do Gráfico de Distância (DI NARZO, 2019).

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As séries temporais de preços normalizados das *commodities* açúcar e etanol são apresentadas na Figura 5. Dela se observa que no período de 2010 a 2011 há uma variação (aumento) no preço do açúcar e que, no mesmo período, o preço do etanol também aumenta. Isso provavelmente se deve às políticas comerciais, como as tarifas de importação sobre os biocombustíveis (oriundos dos EUA, por exemplo) e tarifas sobre a cana-de-açúcar do Brasil (HOCHMAN et al., 2014). Em meados de 2015 os preços de etanol e açúcar tiveram um forte aumento, seguido por variações até o começo de 2019. Esse comportamento reflete o movimento dos preços do mercado internacional e o fato de o Brasil estar entre os maiores produtores mundiais de etanol, perdendo apenas para os Estados Unidos (RFA, 2019), e ser o maior produtor e exportador mundial de açúcar (FAS/USDA, 2019).

Figura 5 – Séries normalizadas dos preços de etanol e de açúcar.



Fonte: Compilação do autor (2019).

Para a reconstrução do espaço de fase do sistema dinâmico que originou a séries temporais dadas na Figura 5, adotou-se $\tau = 1$, valor de retardo convenientemente utilizado para séries temporais financeiras (BASTOS; CAIADO, 2010; YAO; LIN, 2017; ZBILUT, 2005). O valor estimado para a dimensão de imersão foi $m = 4$, obtido pelo método dos falsos vizinhos mais próximos (CAO, 1997; KANTZ; SCHREIBER, 2004). Aplicando-se o método iterativo proposto por Webber e Zbilut (2005) para a estimativa do limiar ε , seu valor utilizado para o RP e o CRP foi explorado repetidas vezes até que a taxa de recorrência $RR(\varepsilon)$ dada em (3.9)

apresentasse percentual entre 2% e 5% (COCO; DALE, 2014). O valor dos parâmetros τ , m e ε obtidos para os RPs e o CRP das *commodities* aqui analisadas encontram-se listados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores dos parâmetros τ , m e ε obtidos das séries temporais de preços normalizados de açúcar e etanol para a construção dos RPs e do CRP.

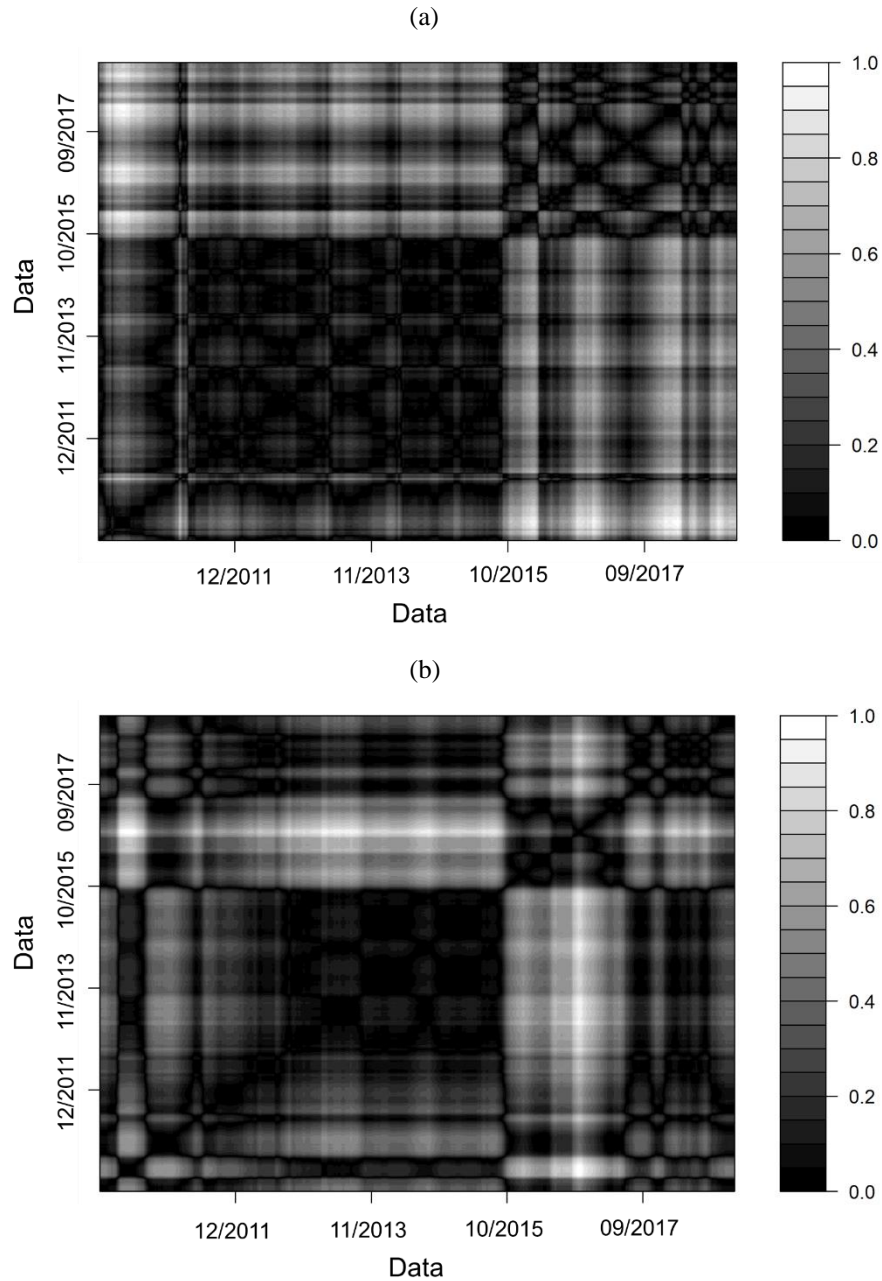
	Retardo - τ	Dimensão de Imersão - m	Limiar - ε
Etanol	1	4	0,027
Açúcar	1	4	0,022
Etanol e Açúcar	0	4	0,044

Fonte: Compilação do autor (2019).

Vê-se da Tabela 1 que, para as séries individuais, os valores do limiar ε são distintos. Para aplicação da Análise de Quantificação de Recorrência utiliza-se o valor médio (BASTOS; CAIADO, 2010). No presente caso tem-se, portanto, $\varepsilon = 0,025$.

A diferença entre o Gráfico de Recorrência e o Gráfico de Distância é a utilização do parâmetro limiar. Ou seja, no RP o ponto é preto se a distância $\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|$ (ou diferença entre as trajetórias \vec{x}_i e \vec{x}_j) for menor do que um limiar predeterminado; no DP, entretanto, o ponto é sombreado conforme os valores dessa distância (BASTOS; CAIADO, 2010; YAO; LIN, 2017). A Figura 6 mostra os DPs para os preços de etanol e de açúcar, onde a faixa de cores varia entre preto, cinza e branco, indicando as variações de 0 a 1 em $\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|$. Observa-se em ambos os DPs a presença de linhas diagonais principais, onde é encontrada a maior intensidade de tons mais escuros, contendo inteiramente os pontos de recorrências. São observadas duas faixas notáveis: a estrutura vertical em branco na extremidade direita e a estrutura horizontal em branco na parte superior. Isso se deve ao modo das flutuações das séries, que geram um gradiente de cores mais claro, com maior período para o DP de preços do etanol, desde o final de 2015 até o começo de 2019, e no DP de preços de açúcar, desde o final de 2015 até meados de 2017. Esse comportamento corresponde às maiores oscilações e maiores picos presentes no gráfico da Figura 5 para ambas as séries.

Figura 6 – Gráficos de Distância dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).

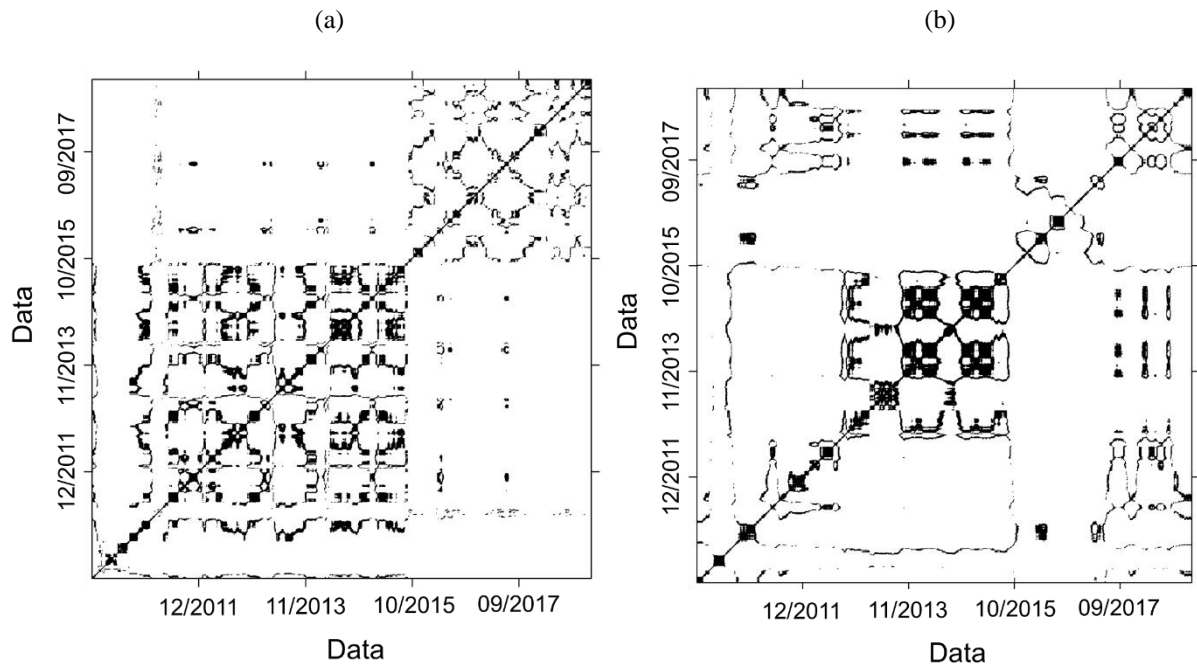


Fonte: Compilação do autor (2019).

Os RPs associados aos preços de etanol e açúcar são apresentados na Figura 7. Eles indicam que se pode rejeitar a presença de processos aleatórios, já que as parcelas de recorrência não exibem apenas pontos únicos isolados. Existem faixas brancas indicando mudanças repentinas na dinâmica de ambos os sistemas (o que também pode ser visto na Figura 6), indicando que os dados são não-estacionários e podem ter sofrido transições ao longo do tempo devido às flutuações dos sistemas. Além disso, os RPs apresentam linhas verticais (e horizontais) típicas de um comportamento de estado laminar (intermitência) nas séries, já que

diversos estados do sistema não mudam ou mudam lentamente. Observa-se, ainda, que ambos os RPs possuem uma lacuna no mesmo período (sendo maior para o de preços de etanol), quando provavelmente houve transições em ambas as séries (também conforme Figura 6), confirmando o resultado apresentado na Figura 5, que mostra os maiores picos nos preços de etanol entre os anos de 2016 e 2019, e de açúcar, entre 2016 e 2017.

Figura 7 – Gráficos de Recorrência dos preços de etanol (a) e de açúcar (b).

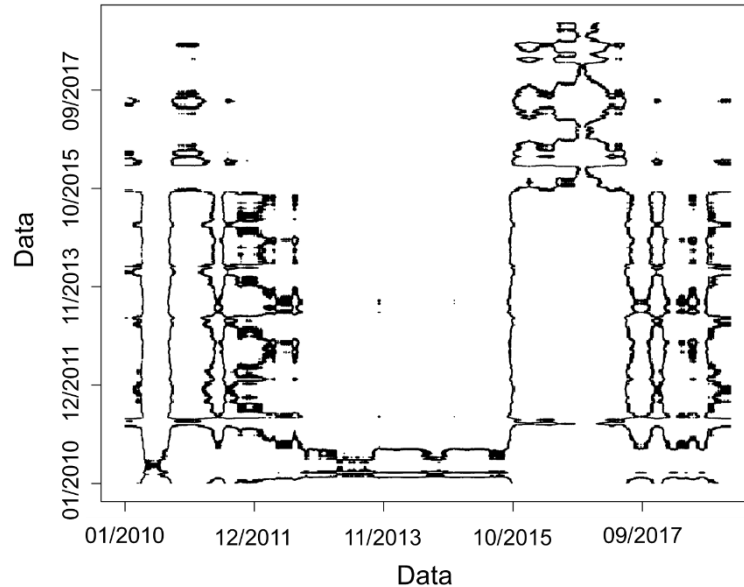


Fonte: Compilação do autor (2019).

O Gráfico de Recorrência Cruzada para as séries de preços de etanol e açúcar é ilustrado na Figura 8. A dinâmica conjunta das séries dessas *commodities* é um comportamento estocástico, pois o CRP não apresenta estruturas diagonais longas, mas estruturas verticais, indicando um certo nível de sincronização da dinâmica dos preços; isto é, os estados simultâneos permanecem similares por um tempo. A presença de bandas brancas indica a ocorrência de mudanças repentinas na dinâmica dada pelas altas flutuações ao longo das séries, indicando que transições podem ter ocorrido. No período aproximado de 2012 a 2015 uma lacuna vertical se destaca no CRP, indicando uma baixa coincidência nos preços do etanol e de açúcar, que também pode ser observada na Figura 5. Após esse período, a densidade de pontos de recorrência aumenta, mostrando maior similaridade na dinâmica das séries. Outra faixa branca vertical se observa para o período de 2015 a 2017. No período de 2015 a 2019,

entretanto, observa-se uma lacuna horizontal que representa uma baixa similaridade entre as dinâmicas de preços.

Figura 8 – Gráfico de Recorrência Cruzada dos preços de etanol e de açúcar.



Fonte: Compilação do autor (2019).

As medidas de complexidade obtidas com a Análise de Quantificação de Recorrência (RQA) dos preços de etanol e de açúcar foram realizadas e seus valores encontram-se listados na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2 – Análise de Quantificação de Recorrência para os preços de etanol e de açúcar.

	Etanol	Açúcar
Taxa de recorrência	0,044	0,057
Determinismo	0,971	0,984
Comprimento médio da linha diagonal	8,163	11,245
Maior comprimento da linha diagonal	220	669
Entropia de Shannon	2,868	3,195
Laminaridade	0,966	0,974
Tempo de permanência	9,772	12,701

Fonte: Compilação do autor (2019).

Na tabela vê-se que os valores de determinismo e laminaridade são bem próximos, indicando que as séries de preços de etanol e de açúcar têm o grau de previsibilidade semelhante

ao de estados que mudam lentamente em função do tempo. O tempo médio de previsão de ambos os sistemas foi relativamente baixo, indicado pelo valor baixo da média dos comprimentos das linhas diagonais em relação ao comprimento da LOI, porém a série de preços de açúcar é mais previsível. Esse resultado reflete a diferença de comportamento das séries depois de 2015, quando os preços de açúcar permanecem altos enquanto os de etanol diminuem (ver Figura 5).

Nota-se, ainda, da Tabela 2 que o valor do comprimento máximo da linha diagonal da série temporal dos preços de açúcar foi maior que para a dos preços de etanol. Esse fato indica que os segmentos da trajetória do preço do etanol divergiram mais rapidamente (mais caótico, indicando menor previsibilidade) que os daquela dos preços de açúcar. A entropia também foi mais baixa para os preços do etanol que para os de açúcar, indicando maior grau de desordem na dinâmica de preços deste último. O tempo de permanência (comprimento médio das linhas verticais) foi relativamente baixo (com respeito ao tempo de extensão de RP), indicando o curto tempo em que os sistemas permaneceram num estado laminar. Tal valor é, entretanto, maior para os preços de açúcar, indicando que a dinâmica de preços dessa *commodity* é mais estável. Os resultados da RQA podem estar relacionados ao fato de o governo interferir mais nos preços do etanol (como combustível) e os preços de açúcar sofrerem mais influência do mercado internacional.

A Tabela 3 exhibe os valores das medidas de quantificação da Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada (CRQA) entre os preços de etanol e açúcar.

Tabela 3 – Análise de Quantificação de Recorrência Cruzada entre os preços de etanol e açúcar.

	Etanol e Açúcar
Taxa de recorrência	0,040
Determinismo	0,925
Comprimento médio da linha diagonal	5,513
Maior comprimento da linha diagonal	68
Entropia de Shannon	2,357
Laminaridade	0,957
Tempo de permanência	8,133

Fonte: Compilação do autor (2019).

Comparando os valores dos parâmetros apresentados na Tabela 3 com os da Tabela 2, nota-se que todas as medidas obtidas para as séries cruzadas apresentam valores mais baixos que para as séries individuais. Isso indica que o grau de similaridade da dinâmica dos sistemas (previsibilidade dos movimentos conjuntos dos preços e permanência em estados simultâneos) é mais baixo do que quando se observam as trajetórias das séries individuais. Os valores dos índices de CRQA são mais próximos dos valores dos índices RQA para etanol que para o açúcar, indicando que a dinâmica conjunta dos preços dessas *commodities* recebe maior influência da variação dos preços de etanol. Ambos os preços, de etanol e açúcar, são influenciados pelo preço do petróleo e do câmbio. No mercado interno, entretanto, os preços de etanol são também influenciados pelas medidas introduzidas pelo governo (formação dos preços dos combustíveis). Isso se reflete, por exemplo, depois do ano de 2017 (ver Figuras 5 e 6), quando os preços de etanol diminuem enquanto que os de açúcar se mantêm mais estáveis.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho analisou-se a dinâmica dos preços brasileiros das *commodities* etanol e açúcar, aplicando o Método Gráfico de Recorrência e sua extensão, o Gráfico de Recorrência Cruzada, e a Análise de Quantificação de Recorrência. A análise compreendeu o período de janeiro de 2010 a janeiro de 2019. O método Gráfico de Recorrência e a Análise de Quantificação de Recorrência mostraram-se bastante relevantes na identificação das transições ocorridas nas séries temporais de preços dessas *commodities*.

As investigações dos Gráficos de Recorrência, RPs, de ambas as séries demonstram características semelhantes: estruturas diagonais curtas, formação de estruturas verticais (e horizontais) e a presença de lacunas durante os períodos de 2016 a 2019 para o etanol e de 2016 a 2017 para o açúcar, indicando baixa previsibilidade e mudanças abruptas na dinâmica dos preços.

O Gráfico de Recorrência Cruzada, CRP, apresenta estruturas de grande escala similares às séries individuais: linhas diagonais curtas, estruturas verticais e faixas brancas, indicando baixa sincronização na variação dos preços no período de 2012 a 2015.

Com base nos resultados de RQA, pode-se concluir que as séries dos preços de açúcar são mais previsíveis que as de etanol. Elas apresentam tempo médio de previsão maior, divergem mais lentamente (menos caótico) no espaço de fase e permanecem por mais tempo em alguns estados laminares específicos.

Os resultados obtidos com a metodologia aqui empregada representam mais um avanço em direção a um melhor entendimento da relação entre os preços de etanol e de açúcar, que estão fortemente interligados. Ambas as *commodities* são produzidas com a mesma matéria-prima, cana de açúcar e, além disso, a tecnologia flex das usinas permite a troca rápida da produção de etanol para açúcar e vice-versa. Os resultados da análise de recorrência forneceram novas informações sobre as propriedades da dinâmica dos preços e podem ajudar em um melhor planejamento da produção dessas *commodities*.

Em trabalho futuro planeja-se investigar a influência de outros fatores, como o preço do petróleo e a taxa de câmbio, nos picos dos preços das *commodities* aqui analisadas (etanol e açúcar).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBOTT, P.; BOROT DE BATTISTI, A. Recent global food price shocks: Causes, consequences and lessons for African governments and donors. **Journal of African Economies**, v. 20, n. suppl_1, p. i12-i62, 2011.

ABBOTT, P. C.; HURT, C.; TYNER, W. E. **What's driving food prices?**. 2008.

ADDO, P. M.; BILLIO, M.; GUEGAN, D. Nonlinear dynamics and recurrence plots for detecting financial crisis. **The North American Journal of Economics and Finance**, v. 26, p. 416-435, 2013.

AFSAR, O.; TIRNAKLI, U.; MARWAN, N. Recurrence Quantification Analysis at work: Quasi-periodicity based interpretation of gait force profiles for patients with Parkinson disease. **Scientific reports**, v. 8, n. 1, p. 9102, 2018.

AGRÍCOLAS, N. Commodities, 2010. Disponível em: <https://www.noticiasagricolas.com.br/educacional/mercado-futuro/44200-commodities.html#.XOP6c8hKjtS>. Acessado em 30 de maio de 2019.

BAFFES, J. A framework for analyzing the interplay among food, fuels, and biofuels. **Global Food Security**, v. 2, n. 2, p. 110-116, 2013.

BALCOMBE, K.; RAPSOMANIKIS, G. Bayesian estimation and selection of nonlinear vector error correction models: the case of the sugar-ethanol-oil nexus in Brazil. **American Journal of Agricultural Economics**, v. 90, n. 3, p. 658-668, 2008.

BASTOS, J. A.; CAIADO, J. Recurrence quantification analysis of global stock markets. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 390, n. 7, p. 1315-1325, 2011.

BELAIRE-FRANCH, J.; CONTRERAS, D.; TORDERA-LLEDÓ, L. Assessing nonlinear structures in real exchange rates using recurrence plot strategies. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 171, n. 4, p. 249-264, 2002.

BENTIVOGLIO, D.; FINCO, A.; BACCHI, M. R. P.; SPEDICATO, G. A. European biodiesel market and rapeseed oil: what impact on agricultural food prices?. **International Journal of Global Energy Issues**, v. 37, n. 5-6, p. 220-235, 2014.

Bolsa de Valores, mercadorias e Futuros – BM&FBOVESPA. Disponível em: <http://www.portalbrasil.net/bovespa.htm>. Acessado em 30 de maio de 2019.

BRASIL/BOLSA/BALCÃO – [B]³. Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/commodities/. Acessado em 16 de setembro de 2019.

BUCKERIDGE, M. S.; DE SOUZA, A. P.; ARUNDALE, R. A.; ANDERSON-TEXEIRA, K. J.; DELUCIA, E. Ethanol from sugarcane in Brazil: a ‘midway’ strategy for increasing ethanol production while maximizing environmental benefits. **GCB Bioenergy**, v. 4, n. 2, p. 119-126, 2012.

CAO, L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 110, n. 1-2, p. 43-50, 1997.

CASTRO, S. S. de; ABDALA, K.; SILVA, A. A.; BÔRGES, V. M. S. A expansão da cana-de-açúcar no cerrado e no estado de Goiás: elementos para uma análise espacial do processo. 2010.

Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – CEPEA. Disponível em: <https://www.cepea.esalq.usp.br/br>. Acessado em 15 de janeiro de 2019.

CHIU, F. P.; HSU, C. S.; HO, A.; CHEN, C. C. Modeling the price relationships between crude oil, energy crops and biofuels. **Energy**, v. 109, p. 845-857, 2016.

COCO, M. I.; DALE, R. Cross-recurrence quantification analysis of categorical and continuous time series: an R package. **Frontiers in psychology**, v. 5, p. 510, 2014.

COCO, M. I.; DALE, R. with contributions of DIXON, J. D.; NASH, J. **crqa: Cross-Recurrence Quantification Analysis for Categorical and Continuous Time-Series**. [S.I.], 2018. R package version 1.0.9. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=crqa>.

CORTEZ, L. A. B. (Ed.). **Proálcool 40 anos: Universidades e empresas: 40 anos de ciência e tecnologia para o etanol brasileiro**. Editora Blucher, 2018.

DI NARZO, A. F. **tseriesChaos: Analysis of Nonlinear Time Series**. R package version 0.1-13.1. 2019. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=tseriesChaos>.

DONNER, R. V.; BALASIS, G.; STOLBOVA, V.; GEORGIU, M.; WIEDERMANN, M.; KURTHS, J. Recurrence-Based Quantification of Dynamical Complexity in the Earth's Magnetosphere at Geospace Storm Timescales. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 124, n. 1, p. 90-108, 2019.

DOS SANTOS BRANCO, R. Raul Prebisch e o desenvolvimento econômico brasileiro recente liderado por commodities. **Revista Sociais e Humanas**, v. 26, n. 1, p. 197-216, 2013.

DRABIK, D.; DE GORTER, H.; JUST, D. R.; TIMILSINA, G. R. The economics of Brazil's ethanol-sugar markets, mandates, and tax exemptions. **American Journal of Agricultural Economics**, v. 97, n. 5, p. 1433-1450, 2014.

DUTTA, A. Cointegration and nonlinear causality among ethanol-related prices: evidence from Brazil. **GCB Bioenergy**, v. 10, n. 5, p. 335-342, 2018.

ECKMANN, J. P.; KAMPHORST, S. O.; RUELLE, D. Recurrence Plots of Dynamical Systems. **EPL (Europhysics Letters)**, v. 4, n. 9, p. 973-977, 1987.

GARCIA, C. A. **nonlinearTseries: Nonlinear Time Series Analysis**. [S.I.], 2019. R package version 0.2.6. Disponível em: <http://CRAN.R-project.org/package=nonlinearTseries>.

GILIO, L.; DE MORAES, M. A. F. D. Sugarcane industry's socioeconomic impact in São Paulo, Brazil: A spatial dynamic panel approach. **Energy Economics**, v. 58, p. 27-37, 2016.

GOLDEMBERG, J.; COELHO, S. T.; NASTARI, P. M.; LUCON, O. Ethanol learning curve—the Brazilian experience. **Biomass and Bioenergy**, v. 26, n. 3, p. 301-304, 2004.

GOSWAMI, B.; AMBIKA, G.; MARWAN, N.; KURTHS, J. On interrelations of recurrences and connectivity trends between stock indices. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 391, n. 18, p. 4364-4376, 2012.

GOSWAMI, B.; MARWAN, N.; FEULNER, G.; KURTHS, J. How do global temperature drivers influence each other?. **The European Physical Journal Special Topics**, v. 222, n. 3-4, p. 861-873, 2013.

GREGORY, C. A.; COLEMAN-JENSEN, A. Do high food prices increase food insecurity in the United States?. **Applied Economic Perspectives and Policy**, v. 35, n. 4, p. 679-707, 2013.

HOCHMAN, G.; RAJAGOPAL, D.; TIMILSINA, G.; ZILBERMAN, D. Quantifying the causes of the global food commodity price crisis. **Biomass and Bioenergy**, v. 68, p. 106-114, 2014.

HOCHMAN, G.; RAJAGOPAL, D.; ZILBERMAN, D. Are biofuels the culprit? OPEC, food, and fuel. **American Economic Review**, v. 100, n. 2, p. 183-87, 2010.

IWANSKI, J. S.; BRADLEY, E. Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed?. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 8, n. 4, p. 861-871, 1998.

KANTZ, H.; SCHREIBER, T. **Nonlinear time series analysis**. Cambridge university press, 2004.

KRISTOUFEK, L.; JANDA, K.; ZILBERMAN, D. Comovements of ethanol-related prices: evidence from Brazil and the USA. **Gcb Bioenergy**, v. 8, n. 2, p. 346-356, 2016.

KRISTOUFEK, L.; JANDA, K.; ZILBERMAN, D. Correlations between biofuels and related commodities before and during the food crisis: A taxonomy perspective. **Energy Economics**, v. 34, n. 5, p. 1380-1391, 2012.

KRISTOUFEK, L.; VOSVRDA, M. Commodity futures and market efficiency. **Energy Economics**, v. 42, p. 50-57, 2014.

LIMA, C. R. A.; MELO, G. R.; STOSIC, B.; STOSIC, T. Cross-correlations between Brazilian biofuel and food market: Ethanol versus sugar. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 513, p. 687-693, 2019.

LIU, L. Cross-correlations between crude oil and agricultural commodity markets. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 395, p. 293-302, 2014.

MACEDO, I. C.; SEABRA, Joaquim E. A.; SILVA, J. E. A. R. Green house gases emissions in the production and use of ethanol from sugarcane in Brazil: the 2005/2006 averages and a prediction for 2020. **Biomass and bioenergy**, v. 32, n. 7, p. 582-595, 2008.

MACHADO, F. B. P. Brasil, a doce terra – História do Setor, 2003. Disponível em: <https://jornalcanal.com.br/brasil-a-doce-terra-historia-do-setor/>. Acessado em 2 de janeiro de 2019.

MACHADO, S. S. Tecnologia da fabricação do açúcar. 2016.

MARWAN, N. Encounters with neighbours. **University of Potsdam**, 2003.

MARWAN, N.; KURTHS, J. Line structures in recurrence plots. **Physics Letters A**, v. 336, n. 4-5, p. 349-357, 2005.

MARWAN, N.; KURTHS, J. Nonlinear analysis of bivariate data with cross recurrence plots. **Physics Letters A**, v. 302, n. 5-6, p. 299-307, 2002.

MARWAN, N.; ROMANO, M. C.; THIEL, M.; KURTHS, J. Recurrence plots for the analysis of complex systems. **Physics reports**, v. 438, n. 5-6, p. 237-329, 2007.

MARWAN, N.; THIEL, M.; NOWACZYK, N. R. Cross recurrence plot based synchronization of time series. **Nonlinear Processes in Geophysics**, v. 9, p. 325-331, 2002.

MARWAN, N.; WESSEL, N.; MEYERFELDT, U.; SCHIRDEWAN, A.; KURTHS, J. Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data. **Physical review E**, v. 66, n. 2, p. 026702, 2002.

MAZOYER, M.; ROUDART, L. História das agriculturas no mundo. **Do Neolítico à crise contemporânea. São Paulo, Editora UNESP**, 2008.

MOREIRA, J. R.; GOLDEMBERG, J. The alcohol program. **Energy policy**, v. 27, n. 4, p. 229-245, 1999.

NUNES, S. P. O desenvolvimento da agricultura brasileira e mundial e a idéia de Desenvolvimento Rural. **Boletim eletrônico, DESER–Departamento de Estudos Socioeconômicos Rurais**, p. 1-15, 2007.

OGUNJO, S. T.; ADEDIJI, A. T.; DADA, J. B. Investigating chaotic features in solar radiation over a tropical station using recurrence quantification analysis. **Theoretical and applied climatology**, v. 127, n. 1-2, p. 421-427, 2017.

PAL, D.; MITRA, S. K. Interdependence between crude oil and world food prices: A detrended cross correlation analysis. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 492, p. 1032-1044, 2018.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2019. Disponível em: <http://www.R-project.org/>.

Renewable Fuels Association – RFA. Disponível em: <https://ethanolrfa.org/resources/industry/statistics/>. Acessado em 16 de setembro de 2019.

RILEY, EDITED BY MICHAEL A.; VAN ORDEN, G. U. Y. C. Tutorials in contemporary nonlinear methods. **National Science Foundation**, 2005.

SERRA, T.; ZILBERMAN, D. Biofuel-related price transmission literature: A review. **Energy Economics**, v. 37, p. 141-151, 2013.

SERRA, T.; ZILBERMAN, D.; GIL, J. Price volatility in ethanol markets. **European review of agricultural economics**, v. 38, n. 2, p. 259-280, 2010.

SIQUEIRA JR, E. L.; STOŠIĆ, T.; BEJAN, L.; STOŠIĆ, B. Correlations and cross-correlations in the Brazilian agrarian commodities and stocks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 389, n. 14, p. 2739-2743, 2010.

TABAK, B. M.; SERRA, T. R.; CAJUEIRO, D. O. Topological properties of commodities networks. **The European Physical Journal B**, v. 74, n. 2, p. 243-249, 2010.

TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence. In: **Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980**. Springer, Berlin, Heidelberg, 1981. p. 366-381.

TODA MATÉRIA. Commodities, 2018. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/commodities/>. Acessado em 30 de maio de 2019.

TROSTLE, R. Fluctuating food commodity prices-a complex issue with no easy answers. **Amber Waves**, v. 6, n. 5, p. 1-8, 2008.

TRUJILLO-BARRERA, A.; MALLORY, M.; GARCIA, P. Volatility spillovers in US crude oil, ethanol, and corn futures markets. **Journal of Agricultural and Resource Economics**, p. 247-262, 2012.

TRULLA, L. L.; GIULIANI, A.; ZBILUT, J. P.; WEBBER JR, C. L. Recurrence quantification analysis of the logistic equation with transients. **Physics Letters A**, v. 223, n. 4, p. 255-260, 1996.

United States Department of Agriculture Foreign Agricultural Service – FAS/USDA. Disponível em: <https://apps.fas.usda.gov/psdonline/app/index.html#/app/topCountriesByCommodity#chart28>. Acessado em 16 de setembro de 2019.

WALLOT, S. Recurrence quantification analysis of processes and products of discourse: A tutorial in R. **Discourse Processes**, v. 54, n. 5-6, p. 382-405, 2017.

WEBBER JR, C. L.; ZBILUT, J. P. Recurrence quantification analysis of nonlinear dynamical systems. **Tutorials in contemporary nonlinear methods for the behavioral sciences**, v. 94, p. 26-94, 2005.

YANG, D.; REN, W. X.; HU, Y. D.; LI, D. Selection of optimal threshold to construct recurrence plot for structural operational vibration measurements. **Journal of Sound and Vibration**, v. 349, p. 361-374, 2015.

YAO, C. Z.; LIN, Q. W. Recurrence plots analysis of the CNY exchange markets based on phase space reconstruction. **The North American Journal of Economics and Finance**, v. 42, p. 584-596, 2017.

ZBILUT, J. P. Use of recurrence quantification analysis in economic time series. In: **Economics: Complex Windows**. Springer, Milano, 2005. p. 91-104.

ZBILUT, J. P.; GIULIANI, A.; WEBBER JR, C. L. Detecting deterministic signals in exceptionally noisy environments using cross-recurrence quantification. **Physics Letters A**, v. 246, n. 1-2, p. 122-128, 1998a.

ZBILUT, J. P.; GIULIANI, A.; WEBBER JR, C. L. Recurrence quantification analysis and principal components in the detection of short complex signals. **Physics Letters A**, v. 237, n. 3, p. 131-135, 1998b.

ZBILUT, J. P.; THOMASSON, N.; WEBBER, C. L. Recurrence quantification analysis as a tool for nonlinear exploration of nonstationary cardiac signals. **Medical engineering & physics**, v. 24, n. 1, p. 53-60, 2002.

ZBILUT, J. P.; WEBBER JR, C. L. Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots. **Physics letters A**, v. 171, n. 3-4, p. 199-203, 1992.

ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; SERINALDI, F.; ZANIN, M.; PÉREZ, D. G.; ROSSO, O. A. Commodity predictability analysis with a permutation information theory approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 390, n. 5, p. 876-890, 2011.