

JOSÉ RODRIGO SANTOS SILVA

**OTIMIZAÇÃO DO MÉTODO ÁREA-VELOCIDADE PARA
ESTIMAÇÃO DE VAZÃO FLUVIAL USANDO MCMC**

RECIFE-PE – FEV/2011.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLI-
CADA

OTIMIZAÇÃO DO MÉTODO ÁREA-VELOCIDADE PARA
ESTIMAÇÃO DE VAZÃO FLUVIAL USANDO MCMC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: **Desenvolvimento de Métodos Estatísticos e Computacionais**

Orientador: Prof. Dr. Borko D. Stosic

Co-Orientador: Prof. Dr. Moacir Cunha Filho

RECIFE-PE – FEV/2011.

Ficha catalográfica

S586o Silva, José Rodrigo Santos
Otimização do método área-velocidade para medição de
descarga de rios usando MCMC / José Rodrigo Santos Silva.
-- 2011.
64 f.: il.

Orientador: Borko D. Stosic.
Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística
Aplicada) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,
Departamento de Estatística e Informática, Recife, 2011.
Referências e anexo.

1. Descarga de rios 2. Área-velocidade 3. MCMC I. Stosic,
Borko D., orientador II. Título

CDD 574.018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

OTIMIZAÇÃO DO MÉTODO ÁREA-VELOCIDADE PARA ESTIMAÇÃO DE VAZÃO FLUVIAL USANDO MCMC

José Rodrigo Santos Silva

Dissertação julgada adequada para obtenção do título e mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 18/02/2011 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Borko D. Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Moacyr Cunha Filho
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Adauto José Ferreira de Souza
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Luiz Antonio Martinelli
Universidade de São Paulo

Dedico este trabalho à minha família.
Minha mãe Lia, meu pai José e minha
irmã Priscila.

Agradecimentos

A vida de um homem é uma grande história composta de vários capítulos e de muitos personagens. Quando eu parei para finalmente escrever os agradecimentos da minha dissertação lembrei-me de vários destes capítulos, e de muitos personagens marcantes que me deram a alegria de compartilhar um pouco das suas histórias comigo.

Impossível esquecer a minha infância no Rio. Lembro com saudade quando brincava com os meus primos Tiago, Patricia, Léo, Karina, Regina. Uma das minhas diversões era arrumar encrenca com Wanda e Aline, sempre fui provocador, desde criança, e depois a Tia Maria e a Tia Alta sempre me defendiam. Adorava rir das histórias do Tio Leondo e do Tio Russo, sinto saudade do carinho do Tio Paulo e da Tia Nita, e também não posso esquecer-me do Tio Ademir. Mas o que eu gostava mesmo era de ir no domingo pra casa da Dindinha, ela sempre me recebia com um bolo de cenoura com cobertura de chocolate, eu brincava o dia todo e depois voltava pra casa pra assistir Os Trapalhões. Sinto falta do meu Tio Deca e do meu primo Marcos, suas lembranças me fazem feliz e triste.

Quando me mudei pra Aracaju tive que reconstruir muita coisa, e felizmente sempre tive bons amigos. Wellington, Wilson, Kekê, Wlackson e Wagner, vocês foram muito importantes na minha infância, pena que nossas vidas seguiram caminhos diferentes. Muito obrigado Tio Aldo, Tânia, Caio, Emily, Vanessa, Valéria, Nilda, Valentim, minha família querida, sempre estiveram ao meu lado, e sempre estarei ao lado de vocês

No CEFET também fiz bons amigos, aprontamos muito. Sempre que nos reencontramos não podemos deixar de lembrarmo-nos de episódios vividos naquela época,

como o confronto entre Lampião e Simão (o segurança trapalhão), o detector de mulher feia, a máfia do DalPonte, os partidas entre o nosso time e o MA, etc. Foram anos muito legais, que nunca vão sair da minha mente. Joel, Teles, Kwell, Danilo, Osanan, Robgol, Jay, Paula, Bruninha, Boi, Rubinho, Maguila, Café, Zainer, Suíno, Dani, Tássia, Anderson, Thiers, Ravi, Locão, Et e Bombom, muito obrigado pelo carinho e pela amizade. E um agradecimento especial ao Seu Dinho, que vendia o melhor pastel de frango com tubaína que já comi.

Sempre fiz bons amigos por onde passei, e na UFS não foi diferente. Fábio, Marcos, Thirza, Aline, Rosângela, Wagner, Juliana, Rodrigo, Raphael, Priscila, Cláudia, etc. Todos foram importantes neste momento da minha vida. Um agradecimento especial aos meus mestres, decisivos para que eu pudesse chegar até aqui. Orgulho-me de ter sido aluno dos professores Kleber, Lázaro, Daniel e Samuel. Em especial o professor Figueroa, o principal responsável pelo sucesso do curso de estatística na UFS, e cujos conselhos sigo até hoje. E a professora Suzana, que me iniciou no mundo da pesquisa científica, e com quem aprendi muito.

Tive a felicidade de estagiar por dois anos na Petrobrás, onde aprendi o verdadeiro significado de palavras como ética, responsabilidade, companheirismo, etc. Espero poder um dia voltar a trabalhar com Simon, responsável por ampliar a minha visão acerca do mundo científico. Téo, Vitória, Mitsuro, Daniel, Trivellato, Lana, Bráulio e Zé Marques, Bira, agradeço pelo carinho e pela oportunidade de aprendizagem.

Foram anos de muito trabalho e também de muita alegria na UFRPE. Tantas foram as vezes que Marcos nos ajudou a desatar o nó da burocracia lá no departamento. Como não se contagiar com a alegria de Zuleide. Como não se lembrar dos bons amigos que fiz aqui. Samuel, Dâmocles, Rogério, Mari, Leila, Darlon, Carlão, Diego, Rita, Ulisses, Paulinho, Alvino, etc. Uma lembrança especial dos professores, Borko, Tatijana, Tiago, Gabriel e Eufrázio.

Nesses dois anos algumas pessoas foram mais que especiais pra mim aqui em Recife. David, amigo de longa data, chegamos juntos aqui, passamos por muitas dificuldades, as superamos e continuaremos a superá-las. Filipe, grande companheiro, o

doido mais ajuizado que conheci. Rosilda, amiga especial, adoro a sua companhia, iremos estar juntos também no doutorado. Aranha, companheiro de aventura, temos muitas histórias pra contar, e pra não contar também.

Toda essa história tem um princípio e uma finalidade, a minha família. Eles são a base do que sou hoje, os principais responsáveis pelas minhas conquistas, e são o verdadeiro motivo pelo qual eu sigo trabalhando e buscando sempre o melhor. Obrigado minha mãe querida, te amo. Seu carinho me aquece e me conforta. Amo-te pai, com você me sinto seguro, tenho orgulho de ser seu filho. Mana, nossos pais nos ensinaram a estarmos sempre próximos, nos ajudando, pois enquanto tivermos um ao outro, estaremos bem.

A todos os citados e não citados nesse texto, muito obrigado por tudo. Trago comigo um pouco de cada pessoa que cruzou a minha história. Cada sorriso, lágrima, afago, bronca, carinho, desilusão, etc. vivido, foram importantes na minha trajetória. Peço perdão pelas minhas falhas, erro tentando acertar. Agradeço o carinho e o apoio, espero poder retribuir algum dia.

Obrigado.

Falou.

“Não contavam com minha astúcia!”.

Chaplin Colorado

Resumo

O método área-velocidade é um procedimento utilizado para medir a descarga de rios. Esta é uma técnica bastante difundida na hidrometria, e é normatizada internacionalmente pela ISO 748:2007 da International Standard Organization. Este método requer a medição da velocidade em diversas verticais do rio, e em diferentes profundidades de cada vertical. Em geral é necessário um número relativamente elevado de medições para determinar a vazão. Recentemente foi proposta uma técnica que resulta em uma estimativa robusta da descarga fluvial com reduzido número de pontos de medida, que se baseia nas propriedades básicas da dinâmica de fluidos e nas equações de Navier-Stokes, além de utilizar uma interpolação contínua para o cálculo das velocidades em toda a seção vertical. No presente trabalho, o método Monte Carlo Markov Chain (MCMC) é utilizado na busca da melhor posição das medidas de velocidade a serem realizados na seção vertical do rio, tal que seja possível reduzir o número de medições e maximizar a eficiência da estimativa. O algoritmo foi desenvolvido em linguagem C e aplicado em medidas de velocidade colhidas no riacho Exu, no estado de Pernambuco, em abril de 2008. Estimativas de vazão realizadas a partir de 3 medidas de velocidade sobre a seção vertical mostraram-se eficientes, apresentando diferenças da estimativa obtida com 27 pontos através do método área-velocidade tradicional dentro de limites de incerteza. Os resultados de simulação indicam que os melhores locais de medição da velocidade sob a seção vertical situam-se perto da superfície do rio, e que uma economia significativa no custo e no trabalho pode ser conseguida através posicionamento dos pontos de medição em locais estratégicos, sem perda da precisão da estimativa.

Palavras-chave: Descarga fluvial, Equações de Navier-Stokes, MCMC.

Abstract

The velocity-area method is a standard procedure for measurement of river discharge, with wide application in hydrometric studies, standardized at the international level by the norm ISO 748:2007 of the International Standards Organization. This method requires measurement of velocity at several verticals of the river, at different depths for each vertical. In general, a relatively high number of measurements is necessary to determine the discharge. Recently a technique was proposed which results in a robust estimate of river discharge using a reduced number of measurement points, based on elementary properties of fluid dynamics, stemming from the Navier-Stokes equations, and the use of continuous interpolation between the verticals for calculating velocity across the entire river cross section. In the present work the Monte Carlo Markov Chain (MCMC) method is used to search for the optimum positions for velocity measurement, with the objective of reducing the number of measurement points without significant loss of precision, and therefore maximizing the efficiency of the estimate. A dedicated computer algorithm was developed in C programming language and applied to measurements collected on the river Exu, state of Pernambuco, Brazil, in April 2008. It is found that the discharge estimates with three or more measurement points exhibit variations well within uncertainty limits corresponding to the full 27 point estimate using the traditional velocity-area method. Simulation results indicate that the best positions for velocity measurement are close to the surface, and that significant savings in cost and labor may be accomplished by positioning the measurements at strategic points, without precision loss.

Keyword: Fluvial discharge, the Navier-Stokes equation and MCMC.

Lista de Figuras

Figura 3.1: Seção vertical obtida através do método área-velocidade padrão em [18] para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s	21
Figura 3.2: Seção vertical obtida em [18] através do uso de interpolações de funções polinomiais com o uso de 27 medidas para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s	22
Figura 3.3: Seção vertical obtida em [18] através do uso de interpolações de funções polinomiais com o uso de 4 medidas para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s	22
Figura 4.1: Mapa da região da bacia hidrográfica do riacho Exu, semiárido de Pernambuco. Escala de 1:100000, folha SB.24-Z-C-V [19].	23
Figura 4.2: Representação esquemática da seção molhada de um rio, dividida em verticais.	24
Figura 4.3: Micro molinete utilizado em [19] na medição de velocidades no riacho Exu na manhã de 14/04/2008.	26
Figura 4.4: Molinete fluviométrico com lastro utilizado em [19] na medição de velocidades no riacho Exu na manhã de 14/04/2008.	26
Figura 4.5: Exemplos de escoamento laminar e turbulento.	30
Figura 4.6: Fluxo laminar entre duas placas planas infinitas.	31
Figura 4.7: Perfil da velocidade para fluxo laminar entre duas placas planas infinitas.	32
Figura 4.8: Cadeia de Markov simples	35
Figura 5.1: Resultados das simulações para $N=2$. Gradiente de velocidade em m/s	45
Figura 5.2: Resultados das simulações para $N=3$. Gradiente de velocidade em m/s	46
Figura 5.3: Resultados das simulações para $N=4$. Gradiente de velocidade em m/s	47
Figura 5.4: Resultados das simulações para $N=5$. Gradiente de velocidade em m/s	48

Figura 5.5: Resultados das simulações para N=6. Gradiente de velocidade em m/s	49
Figura 5.6: Resultados das simulações para N=7. Gradiente de velocidade em m/s	50
Figura 5.7: Resultados das simulações para N=8. Gradiente de velocidade em m/s	51
Figura 5.8: Resultados das simulações para N=9. Gradiente de velocidade em m/s	52
Figura 5.9: Resultados das simulações para N=10. Gradiente de velocidade em m/s	53
Figura 5.10: Resultados das simulações para N=11. Gradiente de velocidade em m/s	54
Figura 5.11: Seção vertical com 5 medidas de vazão, localizadas na superfície e distantes 20, 40 e 50% das margens do rio (percentual referente à distância total entre as margens). Gradiente de velocidade em m/s	57

Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Incerteza u_m segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].	28
Tabela 4.2: Incerteza u_p, i segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].	28
Tabela 4.3: Incerteza u_c, i segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].	28
Tabela 5.1: Resumo dos resultados das simulações com Início B	55
Tabela 5.2: Resumo dos resultados das simulações com Início A	56
Tabela 5.3: Resumo dos resultados do experimento realizado com 5 medidas de vazão, localizadas na superfície e distantes 20, 40 e 50% das margens do rio (percentual referente à distância total entre as margens). Gradiente de velocidade em m/s	57

Sumário

1. Introdução.....	16
2. Objetivos.....	19
3. Revisão da Literatura.....	20
4. Metodologia.....	23
4.1. Dados	23
4.2. Método Área-Velocidade (ISO 748:2007)	24
4.3. Avaliação da Incerteza do Método Área-Velocidade Padrão (ISO 1088:2007).....	26
4.4. Equações de Navier-Stokes.....	28
4.5. Solução das Equações de Navier-Stokes Para Duas Placas Paralelas	29
4.6. Método de Monte Carlo	32
4.6.1. Monte Carlo Simples.....	32
4.6.2. Cadeias de Markov	33
4.6.3. Monte Carlo Markov Chain (MCMC)	35
4.7. Gerador de Números Aleatórios	39
5. Resultados.....	41
6. Conclusões.....	58
Bibliografia.....	60
Apêndice.....	64

1. Introdução

Os rios ou cursos fluviais são um dos mais importantes recursos para a sobrevivência da humanidade. Dele retiramos grande parte da água para o nosso consumo e para utilização na produção de alimentos, referentes não apenas a pesca como à irrigação de áreas agrícolas. Além disso, os rios também são utilizados como vias naturais de circulação, e utilizados na produção de energia hidrelétrica, dentre outras tantas aplicações dos recursos hídricos.

A descarga líquida ou vazão de um rio é definida como sendo o volume de água que atravessa uma determinada seção num certo intervalo de tempo [1]. O método convencional para medir vazão de rio consiste na medição e integração da distribuição da velocidade na seção.

O conceito de descarga como sendo o produto de uma área de seção transversal e de uma velocidade normal à área foi reconhecido muito cedo na história da hidrometria. Os primeiros esforços sistemáticos na determinação da descarga líquida deram-se através de medições realizadas nos EUA, ao longo do rio Mississippi, em 1838 [2]. Já os primeiros relatos sobre a medição da vazão de um rio no Brasil datam a partir do final do século XIX, quando foram instaladas estações para controle de níveis e medição de vazões visando aproveitar os recursos hídricos para a produção de energia [3].

A medição da descarga líquida de rios e canais representa um fator fundamental para vários estudos, muitos deles relacionados ao impacto ambiental resultante da propagação dos poluentes emitidos pelas unidades urbanas e fabricas [4,5], à degradação das bacias hidrográficas através da erosão do solo e seu transporte pelos rios (produção de sedimentos) [6,7]. Porém os principais estudos são voltados para políticas de abastecimento urbano público, onde a medição da descarga líquida é importante para a

análise e desenvolvimento de estudos hidrológicos detalhados para definição de disponibilidades hídricas [8].

As curvas-chaves ajustadas para as seções monitoradas nos rios são de grande importância, pois fornecem informações utilizadas constantemente na elaboração de estudos hidrológicos que orientam diversos processos de tomada de decisão, entre eles, análises de processos de outorga, definições sobre medidas estruturais e não estruturais sobre eventos críticos (cheias ou estiagens), projetos de abastecimento público e lançamento de efluentes domésticos e industriais etc. Quanto maior a precisão durante a medição de descarga líquida (vazão), melhor será o processo de tomada de decisão na área de recursos hídricos e saneamento ambiental [9].

Os procedimentos de medição de vazão são bastante precisos, e quando a vazão não depende de outros fatores, como remanso de marés em outros rios, variações sensíveis na declividade da linha da água e alterações frequentes na forma da seção, a relação cota/vazão é estável e confiável [10]. Atualmente, o método área-velocidade representa o procedimento padrão para medição da descarga dos rios. Este procedimento, certificado internacionalmente pelo padrão Europeu ISO EN 748:2007 [11], envolve medição de velocidade em várias verticais (seções) do rio, e em várias profundidades para cada uma destas. De forma geral, um (relativo) grande número de medições é necessário para determinação da descarga, configurando este procedimento como caro e árduo. Na prática estas medidas são usadas para ajustar curvas de vazão em função do nível, as quais podem ser posteriormente utilizadas para acompanhamento do comportamento dinâmico.

O vazamento do rio representa um fator importante para várias aplicações hidrológicas e existe a necessidade da evolução das técnicas de medições fluviais que visem a maior precisão e agilidade na obtenção dos resultados [12], além de um menor custo operacional. O método convencional (área-velocidade) utilizado na medição de descargas líquidas apresenta restrições, descritas em [13], e condicionadas ao tipo de fluxo do rio. Esse método não é recomendado para a medição em trechos curvilíneos, na presença de grandes sólidos suspensos e em regimes turbulentos, além de exigir operação especializada [4,14].

A utilização de modelos matemáticos é uma alternativa prática e relativamente precisa na estimativa de descargas fluviais em estuários, onde há carência de informações sobre dos rios para as zonas costeiras [15,16,17].

Em um estudo recente foi proposta a otimização do método área-velocidade através das considerações da dinâmica clássica dos fluidos descrita pelas equações de Navier-Stokes [18]. Mais precisamente, observando a forma funcional do perfil da velocidade em função da profundidade, aplicando regressão polinomial para cada vertical, e finalmente interpolação linear entre as verticais, [18] chegou a uma superfície contínua de velocidade em toda a área da seção vertical, extremamente robusta à remoção de pontos de medição. Em particular, experimentos numéricos iniciais mostraram que o número das medições pode ser significativamente reduzido sem perda substancial da precisão da estimativa. Este trabalho se diferencia pela sua eficácia com a utilização de poucas medições e pela geração de um perfil de velocidade contínuo, mais condizente com a realidade.

2. Objetivos

O objetivo deste estudo é otimizar o método proposto em [18], buscando minimizar o número de medidas necessárias para a realização do procedimento de obtenção do valor da descarga líquida de um rio. Pretendemos avaliar neste trabalho a sensibilidade do método quanto ao uso de poucas observações e, principalmente, encontrar os locais ótimos sob a seção vertical do rio onde estas medidas deverão ser realizadas para que a perda da precisão seja mínimo. Para realizar esta busca utilizaremos a técnica de *Monte Carlo Markov Chain* (MCMC), onde a referência do nosso processo será a seção vertical estimada através do método proposto em [18], utilizando-se do conjunto de todos os 27 pontos amostrados em abril de 2008 no riacho Exu em [19], no Estado de Pernambuco. Ou seja, buscaremos nos aproximar da forma funcional do perfil de velocidade estimada por [18] com um número mínimo ótimo de medidas de velocidade e descobrir o local onde estas medições deverão ser realizadas sobre a seção vertical do rio, de tal forma que a estimativa da vazão fluvial seja eficiente, minimizando, desta forma, o custo e o esforço para a obtenção desta informação. O algoritmo será escrito em linguagem C, onde se utilizará sua interface gráfica (Graphical User Interface) para plataforma Windows.

3. Revisão da Literatura

Vários métodos para estimar descarga de rios foram apresentados ao longo dos últimos anos. O objetivo destes estudos é encontrar métodos eficazes com um menor custo de operação. Grandes pesquisas na área da hidrologia apresentam a necessidade de uma rápida dinâmica da coleta de dados [14,15,16,17,20]. Esta necessidade fez com que novas tecnologias fossem desenvolvidas [21,22,23,24,25], porém as diversas formas de coleta das informações contrastam com reduzido leque de alternativas para o cálculo da descarga.

Os resultados do estudo realizado recentemente em [26] mostraram que o processo de seleção dos locais sobre a seção vertical do rio onde deverão ser feitas medições de velocidade é a maior fonte de incerteza na realização da estimativa da descarga líquida. O aumento no número de pontos de medição da velocidade prevê a redução mais efetiva na incerteza total. Neste mesmo trabalho se verificou que a segunda maior fonte de incertezas dá-se na escolha do número de setores (ou seções) utilizados nestas medições. Em resumo, as maiores fontes de incerteza são resultantes do modo que a amostragem de velocidade é distribuída espacialmente sobre o rio.

Utilizando-se de técnicas multivariadas, estimou-se a descarga fluvial a partir de séries históricas de vazão e outras variáveis medidas através de satélites de observação [27]. Esta técnica além de apresentar um elevado custo de operação, apresenta limitações quanto a incerteza resultante do método de coleta de informações.

A estimativa da descarga em um canal aberto é realizada como sendo o produto da velocidade média multiplicada pela área transversal. Em [28] mostrou-se ser possível reduzir o tempo e o custo da medição de descarga em canal aberto sob o efeito das marés, com eficiência. O método apresentado baseia-se na regularidade do fluxo da

água em um canal aberto, que é mantida de forma natural como sendo uma relação constante da média de velocidade máxima em uma seção do canal. Esta velocidade máxima pode ser determinada rapidamente, medindo apenas algumas velocidades a partir de um único eixo vertical. A determinação do local de realização dessa amostragem sobre o eixo vertical, em que a velocidade máxima ocorre, tende a permanecerem invariáveis com o tempo. Assim, a velocidade média em uma seção pode ser estimada pelo produto da velocidade máxima multiplicada pela área da seção correspondente. Como a localização da velocidade máxima ocorrer de forma estável sobre o rio, a amostragem dos pontos se torna facilitada. Isso faz com que o método apresentado em [28] possa determinar a descarga fluvial de uma forma mais rápida que os métodos convencionais, sem perda de precisão e com redução dos custos do processo.

Recentemente, mostrou-se como o método área-velocidade pode ser otimizado através de um simples procedimento numérico, baseado nas considerações da dinâmica clássica dos fluidos e das equações de Navier-Stokes. Mais precisamente, observou-se em [18] a forma funcional do perfil da velocidade em função da profundidade, aplicou-se regressão polinomial em cada vertical e, finalmente, realizou-se a interpolação linear entre as verticais, para se chegar a uma superfície contínua da velocidade para toda a área da seção vertical.

O problema observado em [18] consistiu no fato de que as seções verticais obtidas através do padrão ISO 748:2007 [11] não representam fielmente a realidade. A seção do rio, segundo o método tradicional, é dividida em várias verticais, onde a vazão do rio é determinada através da média da vazão de alguns pontos, medidos em função da profundidade. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra a seção vertical obtida empregando-se este método.

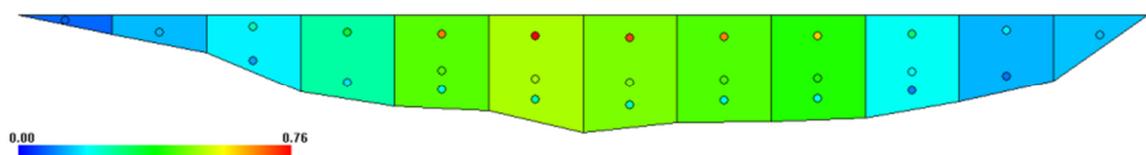


Figura 3.1: Seção vertical obtida através do método área-velocidade padrão em [18] para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s .

Com o uso das soluções da equação de Navier-Stokes e da técnica de regressão polinomial foi realizado ajustes de polinômios utilizando medidas de cada seção sobre a imagem espelhada do rio [18]. A proposta para a estimativa da descarga consiste na determinação dos coeficientes da função polinomial para cada vertical (de largura infinitesimal) onde as medidas de velocidade foram efetuadas, com posterior interpolação (linear ou não linear) entre as verticais. Após o ajuste, os polinômios foram interpolados através de métodos computacionais, gerando uma superfície contínua de velocidade ao longo da seção vertical, conforme Figura 3.2.

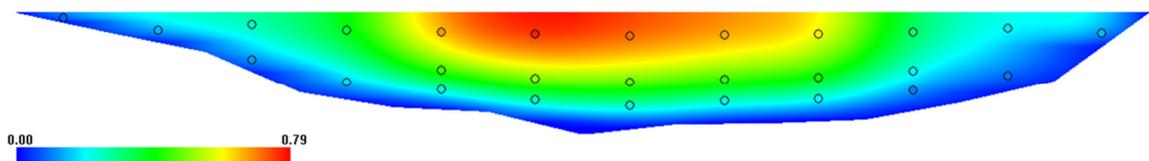


Figura 3.2: Seção vertical obtida em [18] através do uso de interpolações de funções polinomiais com o uso de 27 medidas para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s .

Este método utilizado mostrou-se robusto quando utilizado um número pequeno de observações para a realização da estimativa da vazão fluvial, ou seja, a eficiência do método foi mantida mesmo após a remoção de pontos de medidas de velocidade sobre a seção vertical. Os resultados observados em [18] mostram que com apenas 4 observações é possível obter uma seção vertical “lisa” e eficiente, conforme Figura 3.3. Isso representa um grande benefício em termos de redução de esforço físico e de custo do processo.

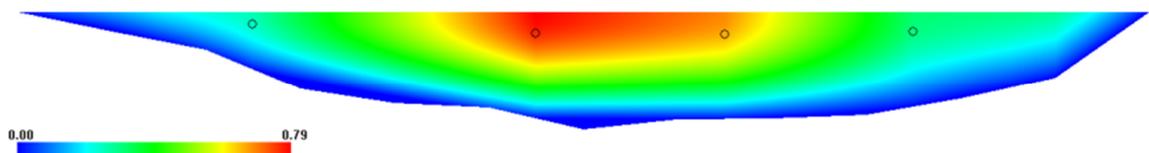


Figura 3.3: Seção vertical obtida em [18] através do uso de interpolações de funções polinomiais com o uso de 4 medidas para o riacho Exu na manhã de 14/04/2008. Gradiente de velocidade em m/s .

4. Metodologia

4.1. Dados

Os dados utilizados no presente trabalho foram coletados no riacho Exu, estado de Pernambuco, no período de 26 de março de 2008 a 18 de abril de 2008 [19], e estão disponíveis no Apêndice.

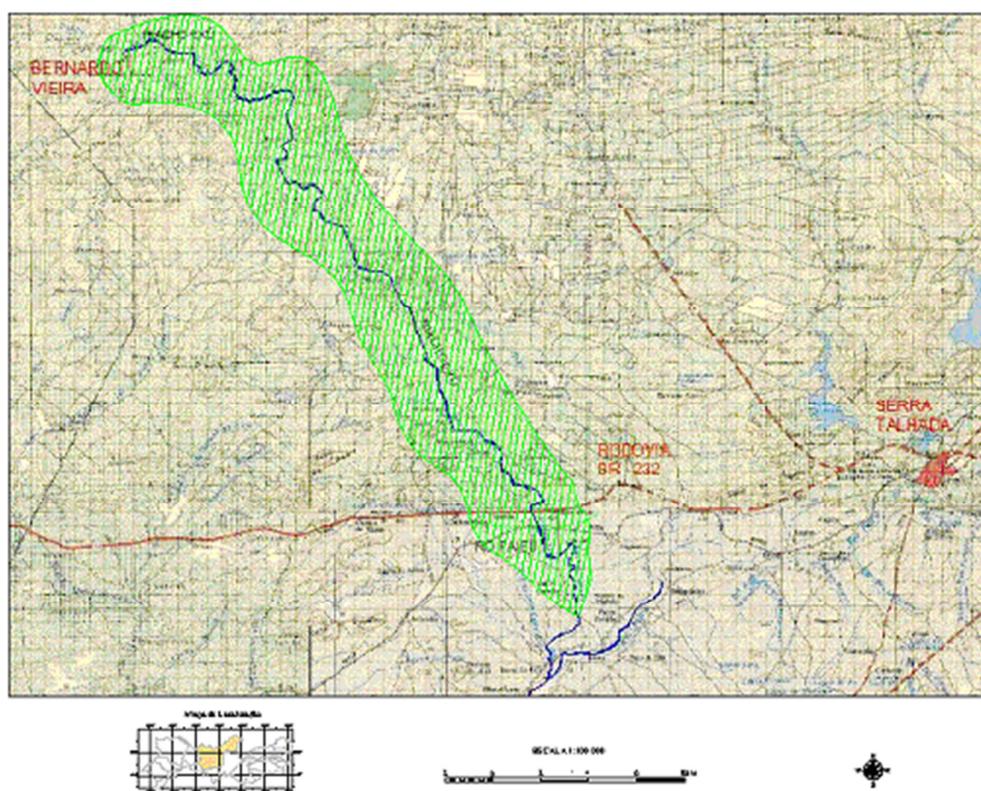


Figura 4.1: Mapa da região da bacia hidrográfica do riacho Exu, semiárido de Pernambuco. Escala de 1:100000, folha SB.24-Z-C-V [19].

A bacia hidrográfica do riacho Exu encontra-se na região do alto Sertão do Pajeú, ambiente semiárido do estado de Pernambuco. O acesso se dá pela rodovia fede-

ral BR-232-km 448, pertencentes ao limite municipal da cidade de Serra Talhada, com coordenadas geográficas de $38^{\circ}25'43''$ de longitude Oeste e $8^{\circ}00'06''$ de latitude Sul, Figura 4.1. O clima da região, de acordo com a classificação de Köppen enquadra-se no tipo Bwh, denominado semiárido, quente e seco, com chuvas de verão-outono. O período chuvoso se inicia em novembro com término em abril, onde a pluviosidade média anual medida entre os anos de 1912 a 1991 é de 647 mm/ano e temperatura média anual superior a 25°C [19] [29].

4.2. Método Área-Velocidade (ISO 748:2007)

O padrão internacional ISO 748:2007 [11] define o método área-velocidade para medição de descarga líquida Q de um rio como soma das descargas parciais q_i que são definidas pelos produtos entre os valores de velocidade média V_i do escoamento, nas múltiplas verticais ($i = 1, \dots, N$) que compõem esta seção com suas respectivas áreas A_i [30] [31]. A representação esquemática desta seção molhada dividida em verticais é vista na Figura 4.2.

$$Q = \sum_i^N q_i = \sum_{i=1}^N a_i \bar{V}_i \quad (4.1)$$

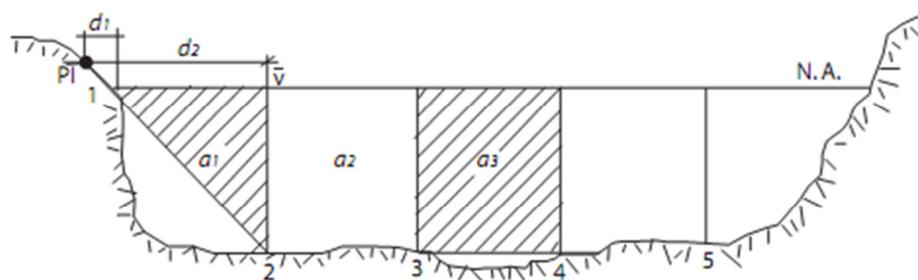


Figura 4.2: Representação esquemática da seção molhada de um rio, dividida em verticais.

A velocidade da água é normalmente maior no centro de um rio do que junto às margens. Da mesma forma, a velocidade é mais baixa junto ao fundo do rio do que junto à superfície. Por isso a escolha dos pontos de amostragem é importante neste método. A escolha do número das verticais depende da largura do rio, onde de forma geral

cada segmento deveria contribuir com mais de 5% do fluxo total e nunca deveria exceder 10% [10].

As áreas a_i das verticais da Figura 4.2 são aproximadas por trapezóides, ou seja, elas são definidas pela largura da cada vertical multiplicada pela média das profundidades nas suas laterais. Finalmente a velocidade média V_i de cada vertical é determinada com base nas múltiplas medidas obtidas em diversas profundidades, onde o método adotado para o cálculo da descarga depende da profundidade da vertical e dos recursos disponíveis.

Os diferentes métodos se diferenciam quanto ao número de medições que é feito em cada vertical. Na prática, os métodos de um, dois e três pontos são mais utilizados. Já os métodos de cinco e seis pontos e a análise gráfica do perfil de velocidade para cada vertical são reservados para estudos que exigem elevada precisão das medidas.

Os molinetes são instrumentos projetados para girar em velocidades diferentes, de acordo com a velocidade da água. A relação entre a velocidade da água e a velocidade do molinete é a equação do molinete. O molinete ao ser adquirido deve vir acompanhado de um certificado de calibragem contendo esta equação, que será utilizada no cálculo das velocidades a partir do número de rotações por segundo. Esta equação, fornecida pelo fabricante do instrumento, irá determinar o valor da velocidade do fluxo da água no local [9]. A Figura 4.3 e a Figura 4.4 mostram os equipamentos utilizados em [19] na medição de velocidades no rio Exu, em abril de 2008. As informações colhidas neste estudo serão utilizadas no presente trabalho.



Figura 4.3: Micro molinete utilizado em [19] na medição de velocidades no riacho Exu na manhã de 14/04/2008.



Figura 4.4: Molinete fluviométrico com lastro utilizado em [19] na medição de velocidades no riacho Exu na manhã de 14/04/2008.

4.3. Avaliação da Incerteza do Método Área-Velocidade Padrão (ISO 1088:2007)

O padrão internacional ISO 1088:2007 [32] regula o procedimento de avaliação da incerteza das estimativas. Esta, quando realizada através do método área-velocidade, envolve a medição de largura e profundidade das verticais, bem como a

velocidade média. A incerteza desta estimativa representa uma combinação das incertezas das grandezas componentes. A avaliação da incerteza dá-se conforme a equação (4.2)

$$u(Q)^2 = u_m^2 + u_s^2 + \frac{\sum_{i=1}^m ((b_i d_i \bar{v}_i)(u_{b,i}^2 + u_{d,i}^2 + u_{p,i}^2 + \frac{1}{n_i}(u_{c,i}^2 + u_{e,i}^2)))}{\sum_{i=1}^m (b_i d_i \bar{v}_i)} ; \quad (4.2)$$

Onde $u(Q)$ é incerteza relativa percentual padrão (nível de confiança 68%) da descarga estimada Q ; u_m é incerteza induzida pelo limite de m verticais; u_s é incerteza correspondente aos erros de calibração de instrumentos; $u_{b,i}$ e $u_{d,i}$ são incertezas relativas aos percentuais de largura e profundidade da vertical i ; enquanto $u_{p,i}$, $u_{c,i}$ e $u_{e,i}$ representam incertezas da estimação de velocidade média \bar{v}_i correspondentes ao número discreto n_i de profundidades usadas para estimativa, variação em resposta do aparelho de medição e flutuações do fluxo, respectivamente.

Extensivos estudos realizados com dados reais, cujos resultados são vistos na ISO 1088:2007 [32], sugerem valores para as componentes da incerteza. A Incerteza u_m induzida pelo limite de m verticais pode ser obtido através da Tabela 4.1; Por praticidade, pode-se adotar 1% de incerteza em u_s , correspondente aos erros de calibração de instrumentos; As incertezas u_b e u_d de medição de largura e profundidade das verticais não deverão ultrapassar 0,5%; Incerteza $u_{p,i}$ são induzida pelo número limitado u_i de medidas em diversas profundidades da vertical i pode ser estimada pela Tabela 4.2; Incerteza $u_{c,i}$ da velocidade pontual, induzida pela variação da resposta do aparelho de medição em diversas profundidades da vertical i , pode ser estimada pela Tabela 4.3; Incerteza $u_{e,i}$ da medição das velocidades pontuais, induzida pelas flutuações (pulsações) da corrente, depende da velocidade e do tempo de medida. Para o tempo de medição de 3 minutos podem ser adotados os valores $u_{e,i} = 3,0\sqrt{n_i}$, onde n_i é número de medidas em diversas profundidades da vertical i ; Finalmente, a incerteza expandida com fator de cobertura k é dada por

$$U_k(Q) = ku(Q) , \quad (4.3)$$

onde e.g. para $k = 2$ tem-se intervalo de confiança de 95%.

Tabela 4.1: Incerteza u_m segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].

m	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$u_m(\%)$	7,5	4,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	1,0	1,0

Tabela 4.2: Incerteza $u_{p,i}$ segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].

Método	Incerteza
Superfície	17
1 ponto (0,6D)	7,5
2 pontos (0,2D e 0,8D)	3,5
5 pontos	2,5
Distribuição Contínua	0,5

Tabela 4.3: Incerteza $u_{c,i}$ segundo o padrão ISO 1088:2007 [32].

Velocidade m/s	0,03	0,10	0,15	0,25	0,50	>0,50
$u_c(\%)$	10	2,5	1,25	2,0	0,5	0,5

4.4. Equações de Navier-Stokes

As Equações de Navier-Stokes são uma ferramenta fundamental da dinâmica dos fluidos. Representadas por um sistema de equações diferenciais parciais não lineares, que são obtidas através da segunda Lei de Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$), em que \vec{F} é a força vetorial, m é a massa e \vec{a} a aceleração vetorial, aplicadas a um elemento de fluido de massa infinitesimal dm , escoando com velocidade \vec{v} , no qual agem as forças de superfície (pressão e atrito) \vec{F}_s e a força da gravidade \vec{F}_g . Desta forma vem a equação [33]

$$\vec{F}_s + \vec{F}_g = \partial m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \quad (4.4)$$

Equações de Navier-Stokes na sua forma vetorial são dadas por

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \Delta \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \Delta p + \mu \Delta^2 \vec{v}, \quad (4.5)$$

onde ρ é densidade; μ coeficiente de viscosidade; p é pressão; \vec{v} e \vec{g} são vetores de velocidade e de aceleração gravitacional, respectivamente; Δ é gradiente; e Δ^2 é operador de Laplace. O lado esquerdo da equação (4.5) representa a aceleração de uma partícula do fluido se igualando com a força resultante, agindo devido ao gradiente de pressão $-\Delta p$ (por unidade de volume), à força induzida pela viscosidade do fluido $\mu \nabla^2 \vec{v}$ e à força gravitacional $\rho \vec{g}$ [34].

As equações de Navier-Stokes representam um sistema de equações diferenciais parciais não lineares, cuja solução analítica não é possível para o caso geral. Em alguns casos em que estas equações descrevem um fluxo laminar é possível encontrar soluções exatas, ao contrário de quando o fluxo é turbulento, em que a solução exata não é possível [33]. O termo não linear $\vec{v} \cdot \Delta \cdot \vec{v}$ é a aceleração conectiva ou estacionária que depende do espaço, por exemplo, quando há mudança no diâmetro do tubo, em que a velocidade do fluido é inversamente proporcional a esse.

Forma explícita das equações de Navier-Stokes em sistema de coordenadas cartesianas x, y e z é dada por

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho g_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho g_z$$

(4.6)

4.5. Solução das Equações de Navier-Stokes Para Duas Placas Paralelas

O fluxo de um fluido pode ser classificado entre laminar ou turbulento, e de acordo com Landau e Lifshitz [34], o experimento clássico de Reynolds é o que melhor descreve os tipos de fluxos. Considere a água que flui por um tubo transparente de um reservatório e um corante é injetado na entrada do tubo. Para uma taxa de fluxo pequena, a tinta permanecerá intacta e formará um único filamento que irá mover-se junto ao fluido. Esse fluxo é laminar desde que o corante flua de forma ordenada. Para uma taxa de fluxo grande, a tinta oscilará aleatoriamente. Isto se deve à variação microscópica do campo velocidade, e a rápida dispersão do corante é observada ao longo do tubo. Logo, quando o fluxo de tinta é instável e oscila, ao longo do campo de fluxo, é chamado então de fluxo turbulento [34], A Figura 4.5 mostra de forma esquemática o experimento de Reynolds.

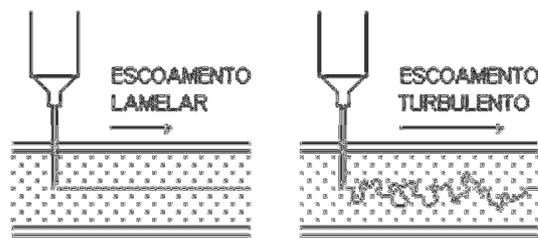


Figura 4.5: Exemplos de escoamento laminar e turbulento

Considere agora um fluxo laminar constante de fluido incompressível entre duas placas horizontais paralelas infinitas, junto com as suposições de gradiente de pressão constante na direção x ($\frac{\partial p}{\partial x} = \text{const.}; \frac{\partial p}{\partial z} = 0$) e força gravitacional na direção y ($g_y = g; g_z = g_x = 0$), como mostrado na Figura 4.6. O fluxo está na direção x , portanto, não há velocidade nem na componente y , nem na direção z (ou seja, $v_y = v_z = 0$), e pela suposição de fluxo laminar constante segue que componente v_x não depende da posição x . Considerando ainda que as placas tem tamanho infinito, pode-se concluir que a velocidade v_x não deveria ser uma função de z , ou seja, só deve ser uma função de y .

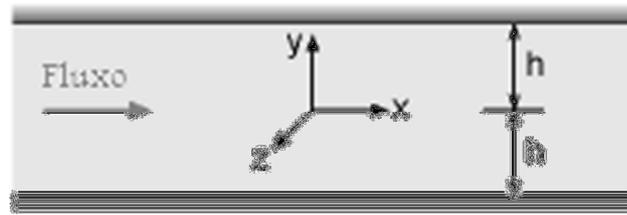


Figura 4.6: Fluxo laminar entre duas placas planas infinitas.

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial v_x}{\partial z} = 0 \Rightarrow v_x = v_x(y) \quad (4.7)$$

Para estas condições de contorno as equações 4.6 reduzem-se a

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (4.10)$$

As equações (4.8 e 4.10) indicam que a pressão é uma função de x e de y , e integrando da equação (4.9) temos

$$p = \rho g y + k. \quad (4.11)$$

Como $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ é assumido constante, integrando a equação (4.8) duas vezes com relação a y tem-se

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} y^2 + c_1 y + c_2. \quad (4.12)$$

Finalmente, aplicando a condição de "nenhum-deslize" (i.e., o fluido "adere" às placas, ou $v_x = 0$ quando $y = \pm h$) se determinam os coeficientes das equações

$$0 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} y^2 + c_1 h + c_2 \quad (4.13)$$

$$0 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} y^2 - c_1 h + c_2 . \quad (4.14)$$

De onde segue

$$c_1 = 0 \quad ; \quad c_2 = -\frac{h^2}{2\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} . \quad (4.15)$$

A equação de velocidade agora se torna

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} (y^2 - h^2) , \quad (4.16)$$

que é nada mais do que a equação de uma parábola, em que a velocidade v_x depende da profundidade y . A Figura 4.7 apresenta de forma esquemática solução (4.16) para o perfil da velocidade entre as placas paralelas infinitas.

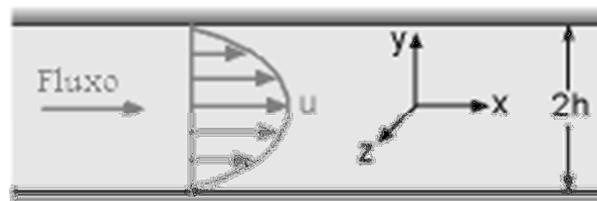


Figura 4.7: Perfil da velocidade para fluxo laminar entre duas placas planas infinitas.

4.6. Método de Monte Carlo

Os métodos de Monte Carlo têm sido utilizados há bastante tempo como forma de obter aproximações numéricas de funções complexas. Estes métodos tipicamente envolvem a geração de observações de alguma distribuição de probabilidades e o uso da amostra obtida para a aproximação da função de interesse [35].

4.6.1. Monte Carlo Simples

As aplicações mais comuns dos métodos de Monte Carlo em computação numérica são para avaliar integrais. A ideia do método é justamente escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Para introduzir o método considere o problema de calcular a integral de uma função $g(x)$ no intervalo $(a; b)$, i.e. [35]

$$I = \int_a^b g(x) dx . \quad (4.17)$$

Esta integral pode ser reescrita como

$$I = \int_a^b (b - a) g(x) \frac{1}{b-a} dx = (b - a)E[g(x)] . \quad (4.18)$$

Identificando X como uma variável aleatória com distribuição $U(a, b)$, transformamos o problema de avaliar a integral no problema estatístico de estimar uma média $E[g(x)]$. Se dispomos de uma amostra aleatória de tamanho n, x_1, \dots, x_n , da distribuição uniforme no intervalo (a, b) teremos também uma amostra de valores $g(x_1), \dots, g(x_n)$ da função $g(x)$ e a integral acima pode ser estimada pela média amostral, i.e. [35]

$$\hat{I} = (b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) . \quad (4.19)$$

4.6.2. Cadeias de Markov

Um processo estocástico é um processo cujo comportamento é não determinístico, no sentido em que cada estado desse processo não determina completamente qual será o seu estado seguinte. Matematicamente, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias, ou seja, se X é um processo estocástico então $X(t)$ é uma variável aleatória para cada valor de t pertencente ao conjunto índice T . Intuitivamente, se uma variável aleatória uni-dimensional é um número real que varia aleatoriamente, um processo estocástico é uma função que varia aleatoriamente [36].

A cadeia de Markov é um caso particular de processo estocástico com estados discretos (o parâmetro, em geral o tempo, pode ser discreto ou contínuo) e apresenta

propriedade markoviana. A definição desta propriedade, também chamada de memória markoviana, é que os estados anteriores são irrelevantes para a predição dos estados seguintes, desde que o estado atual seja conhecido.

Uma cadeia de Markov pode então ser definida como sendo uma sequência X_1, X_2, X_3, \dots de variáveis aleatórias. O escopo destas variáveis, isto é, o conjunto de valores que elas podem assumir, é chamado de espaço de estados, onde X_n denota o estado do processo no tempo n . Se a distribuição de probabilidade condicional X_{n+1} de estados passados é uma função apenas de X_n , então [36]

$$P_r(X_{n+1} = x | X_0, X_1, X_2, \dots, X_n) = P_r(X_{n+1} = x | X_n), \quad (4.20)$$

onde x é algum estado do processo. A identidade acima define a propriedade de Markov.

Uma maneira simples de visualizar um tipo específico de cadeia de Markov é através de uma máquina de estados finitos. Se você está no estado y no tempo n , então a probabilidade de que você se mova para o estado x no tempo $n + 1$ não depende de n , e somente depende do estado atual y . Assim em qualquer tempo n , uma cadeia de Markov finita pode ser caracterizada por uma matriz de probabilidades cujo elemento (x, y) é dado por $P_r(X_{n+1} = x | X_n = y)$ e é independente do tempo n . Estes tipos de cadeia de Markov finitas e discretas podem também ser descritas por meio de um grafo dirigido, onde cada aresta é rotulada com as probabilidades de transição de um estado a outro sendo estes estados representados como os nós conectados pelas arestas, conforme Figura 4.8 [37].

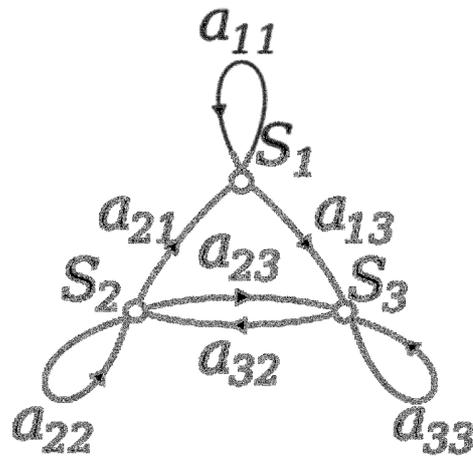


Figura 4.8: Cadeia de Markov simples

4.6.3. Monte Carlo Markov Chain (MCMC)

O *Monte Carlo Markov Chain* (MCMC) foi introduzido na área da física estatística [38] como uma ferramenta para encontrar a energia livre mínima dos sistemas de interação das partículas, e tem sido usada em muitas outras áreas de pesquisa para atacar diversos problemas [39].

A filosofia do MCMC consiste em criar um processo interativo dinâmico a partir de uma configuração inicial (arbitrária), que explore o espaço paramétrico em busca do mínimo global da função objetivo. Tal processo deve ser reversível, e isto é incorporado no *Detailed Balance Principle* (DBP)

$$P(A)W(A \rightarrow B) = P(B)W(B \rightarrow A), \quad (4.21)$$

onde $P(A)$ é a probabilidade de encontrar o sistema em uma configuração $A \in \Pi_k$, e $P(A)W(A \rightarrow B)$ é a probabilidade de transição de A para B . É interessante notar aqui que se a probabilidade de transição $W(A \rightarrow B)$ é identificada com probabilidade condicional $P(B/A)$ de encontrar o sistema em determinada configuração B dado que foi encontrado em A , o DBP (4.21) se enquadra na regra de Bayes [39].

Fazendo uma analogia com modelos de sistemas de mecânica estatística, a fim de garantir que as configurações de equilíbrio do processo dinâmico W correspondam ao mínimo da função objetivo, pode-se usar o fator de Boltzmann para $P(A)$ [39]

$$P(A) = \frac{e^{-\frac{E_A - E_0}{T}}}{Z}, \quad (4.22)$$

onde $T \in \mathcal{R}^+$ é o parâmetro (contínuo) de desordem (equivalente à temperatura), E_A (equivalente de energia) é o valor da função objetivo para a configuração A , E_0 é o mínimo global da função objetivo (o estado base), e

$$Z = \sum_{S \in \Pi_k} e^{-\frac{E_S - E_0}{T}} \quad (4.23)$$

é o fator de normalização (função de partição) que garante que a probabilidade da soma de todas de possível configuração não exceda uma unidade. Finalmente, para a probabilidade de transição entre duas formações pode-se adotar a (provavelmente o mais utilizado) escolha Metropolis [38].

$$W(A \rightarrow B) = \min\left(1, \frac{P(A)}{P(B)}\right) \quad (4.24)$$

Nota-se que para as atuais escolhas de (4.21) e (4.22), para um dado par de configurações A e B , em uma dada temperatura T , a probabilidade de transição é reduzida para

$$W(A \rightarrow B) = \min\left(1, e^{-\frac{E_A - E_B}{T}}\right). \quad (4.25)$$

Consequentemente não é preciso saber exatamente os valores de probabilidade, nem o estado base E_0 , nem o valor da função de partição (o que exigiria o cálculo de todos as K^N configurações possíveis). Mais precisamente, de (4.23) resulta que é suficiente saber a diferença entre os valores da função objetivo para as duas configurações. Pela construção do algoritmo Metropolis (outras escolhas que satisfaçam (4.21) também são possíveis), as transições para configurações com um menor valor da fun-

ção objetivo são sempre aceitas, enquanto as transições para configurações com valores mais altos são aceitas com uma probabilidade que decai exponencialmente com o incremento da função objetivo, de acordo com a escala definida por T . A sequência de configurações aceitas representa uma Cadeia de Markov com a probabilidade de transição entre duas configurações independente dos passos anteriores (por isso o método leva o nome de *Monte Carlo Markov Chain* - MCMC) [39].

A implementação desta dinâmica por um tempo suficientemente longo (possivelmente infinito) para um dado valor de T leva ao equilíbrio configurações que correspondem ao mínimo da quantidade (o equivalente da energia livre)

$$F = -T \log(Z), \quad (4.26)$$

em vez do estado base. Mais precisamente, quanto maior o valor de T , configurações com maiores valores de E podem ser realizadas, e apenas quando $T \rightarrow 0^+$ a energia livre se aproxima do estado base, e o mínimo global é encontrado.

Para implementar o algoritmo, começa-se com uma configuração arbitrária, em seguida muda-se a configuração do conjunto em um ou mais pontos (geralmente escolhidos aleatoriamente). A função objetivo é calculada para ambas as configurações (iniciais e de destino) e a nova configuração é aceita com probabilidade dada por (4.25). Este procedimento é repetido até que certo critério de convergência seja satisfeito. É importante notar aqui que a partir de uma determinada configuração A para a qual a função objetivo E_A já é conhecida, a alteração da configuração de um único ponto de x_i do estado k para o estado k' para formar configuração B , induz uma alteração da função objetivo dada por

$$E_B = E_A - \sum_{j \in \mu_k} d_{ij} + \sum_{j \in \mu_{k'}} d_{ij}, \quad (4.27)$$

Portanto, o esforço computacional necessário para cada passo do Monte Carlo (*Monte Carlo Step* - MCS) é proporcional à soma dos tamanhos de clusters k e k' , ou seja, $n_k + n_{k'} = \mathcal{O}(N)$, de modo que o esforço computacional total é de ordem $\mathcal{O}(NM)$, onde M é o número total de processos (MCS) necessário para encontrar o critério de

convergência escolhido. Além disso, as atualizações podem ser feitas de forma aleatória ou sequenciais, em observações únicas ou em grupos de pontos, a fim de acelerar a convergência para soluções mínimas globais, permanecendo inalterada a filosofia geral do processo.

Existem várias possibilidades quanto à escolha da temperatura T . Para a escolha de $T = 0$ (chamado “*quenching*”), a probabilidade de transição (4.25) adquire uma forma particularmente simples

$$W(AB) = \begin{cases} 1, & E_A \geq E_B \\ 0, & E_A < E_B \end{cases}, \quad (4.28)$$

gerando um algoritmo “guloso” que aceita apenas as alterações que reduzem a função objetivo, onde a maximização da velocidade do algoritmo é anteposta a possibilidade de convergência em um mínimo local. Outra opção é conhecida como *Simulated Annealing*, onde se inicia o algoritmo com um valor de T alto e segue reduzindo-o sucessivamente (geralmente por um fator multiplicativo < 1) em intervalos determinados (esta opção é mais lenta, mas garante encontrar o mínimo global).

Finalmente, a partir de uma configuração inicial arbitrária (supostamente distante do equilíbrio), e permitindo que o algoritmo MCMC amplie o tempo de equilíbrio com o uso do *quenching* ou *annealing*, então atingindo $T = 0$ (o que corresponde a um mínimo local ou global da função objetivo) pode-se realizar as medições com pequenos valores constantes de T . Para sobreposição dos estados a (razoavelmente) baixas temperaturas, os pontos de observação a partir da região de sobreposição (cujas realocação de um estado para outro não aumentará substancialmente o valor da função objetivo) deve ser a mudança do estado atual com uma frequência considerável, que podem ser usado para construir uma estimativa da probabilidade quantitativa (similar aos métodos *fuzzy*), ou simplesmente podem optar pela contagem da maioria para atribuir um estado final a um determinado ponto [39].

4.7. Gerador de Números Aleatórios

Qualquer processo realizado por computadores são determinísticos, logo eles não são capazes de gerar números aleatórios. Diversos algoritmos foram criados com o objetivo de superar este problema. O propósito dos geradores de números aleatórios é produzir uma sequência de números que aparentam ser gerados aleatoriamente de uma distribuição de probabilidade determinada. Esses algoritmos são chamados de geradores de números pseudoaleatórios [40,41].

Os geradores de números aleatórios são ingredientes cruciais para uma grande faixa de aplicações, tais como experimentos estatísticos, simulação de sistemas estocásticos, análises numéricas com métodos de Monte Carlo, algoritmos probabilísticos, jogos de computador e criptografia, entre outros [41].

Matematicamente, um gerador de números aleatórios pode ser definido como uma estrutura (S, μ, f, U, g) , onde S é um número finito de estados, μ é uma distribuição de probabilidade em S usada para selecionar o estado inicial (semente) $s_0 \in S$, o mapeamento $f: S \rightarrow S$ é uma função de transição, U é um conjunto finito de símbolos de saída e $g: S \rightarrow U$ é uma função de saída [42].

O gerador opera da seguinte maneira: inicia-se do estado inicial s_0 (semente) e faz-se $u_0 = g(s_0)$. Procede-se então de acordo com a recorrência $s_n = f(s_{n-1})$, para $n \geq 1$. A saída no passo n é $u_n = g(s_n) \in U$. Assume-se que existam procedimentos eficientes para calcular f e g para gerar a semente s_0 de acordo com μ . As variáveis u_n são os números aleatórios (ou observações) produzidos pelo gerador. Espera-se que as observações u_1, u_2, \dots, u_n comportem-se como variáveis aleatórias uniformemente distribuídas sobre o conjunto U . O conjunto U é frequentemente um conjunto de inteiros da forma $\{0, 1, \dots, m - 1\}$ ou um conjunto finito de valores entre 0 e 1 para aproximar a distribuição $U[0, 1]$ [41].

Como S é finito, o gerador eventualmente retornará a um estado já visitado (isto é, $s_{i+j} = s_i$ para algum $i, j \geq 0$). Então, $s_{n+j} = s_n$ e $u_{n+j} = u_n$ para todo $n \geq i$. O menor

$j > 0$ para o qual isso acontece é chamado de período ρ . O período não pode exceder a cardinalidade de S . Um gerador de números aleatórios bem projetado normalmente possui o período ρ próximo de $|S|$, isto é, $\rho \approx 2^b$ se cada estado é representado por b bits [41].

Os tipos de geradores de números aleatórios mais comumente utilizados são os geradores Congruentes Lineares, de Atraso de *Fibonacci*, de Registradores de Deslocamento e os Híbridos. No trabalho utilizamos um gerador uniforme MWC1616 de números aleatórios. Ele concatena resultados de dois 16-bit MWC (Multiple Com Carry) geradores para produzir um resultado de 32 bits, escrito em linguagem C como,

```
#define RMAX 4294967295UL /* 232 - 1 */
#define s1new (s1 = (18000 * (s1&0xFFFF) + (s1 >> 16)))
#define s2new (s2 = (30903 * (s2&0xFFFF) + (s2 >> 16)))
#define UNI (s1new << 16) + (s2new&0xFFFF)
```

onde a macro UNI é chamada em qualquer lugar do programa onde seja necessário um novo número aleatório 32bits aleatório. Em ambos os exemplos acima, os números são gerados entre 0 e $RMAX = 2^{32} - 1$ [43,44].

5. Resultados

O algoritmo foi escrito em linguagem C, onde foi utilizada a interface gráfica do software Microsoft Visual Studio 6.0 (Graphical User Interface). A plataforma utilizada foi a Microsoft Windows XP Professional x64 Version 2003. As máquinas utilizadas nas simulações possuem processadores Quad Core e memória RAM de 4G, e o tempo gasto nas simulações variou conforme o início do processo e o número de pontos utilizados, girando em torno de uma média de 12 horas gastas em cada processo.

Na implementação do algoritmo foi assumida como referência a seção vertical estimada por [18] utilizando todos os 27 pontos medidos por [19], conforme visto anteriormente na Figura 3.2. O objetivo do algoritmo consiste em se aproximar ao máximo desta seção vertical estimada, tanto em termos do valor absoluto da descarga estimada quanto da forma funcional do perfil. O nosso algoritmo buscou encontrar o local ótimo para a realização das medidas de velocidade no rio, de tal forma que o perfil de velocidade fosse o mais semelhante possível ao perfil apresentado na Figura 3.2. Para tal, realizamos a comparação *pixel*¹ a *pixel* nos perfis, onde cada um desses *pixels* agrega um valor de velocidade em uma determinada coordenada (i, j) do rio.

Denotando por $v_n(i, j)$ a velocidade no ponto $(i, j) \in S$, onde S representa a área da seção vertical. Definimos a função objetivo do algoritmo MCMC como

$$F_{n,N} = \sum_{(i,j) \in S} [v_n(i, j) - v_N(i, j)]^2, \quad (5.1)$$

onde $v_N(i, j)$ representa a velocidade no ponto (i, j) da seção vertical eleita como melhor e $v_n(i, j)$ é a velocidade no ponto (i, j) da seção vertical tida como referência no processo. A aceitação de novas configurações dá-se conforme a equação (4.30).

¹ *pixel*: (cs) *sm* (ingl) 1 *Telev* Bloco elementar ou célula para construção de imagens na tela. 2 *Inform* Menor unidade ou ponto de um monitor de vídeo cuja cor ou brilho podem ser controlados; elemento de imagem [46].

Avaliações preliminares mostraram que esta seria a melhor função objetivo. Realizaram-se testes utilizando a estimativa da descarga fluvial como função objetivo, porém os resultados obtidos apontavam para seções verticais bastantes distintas graficamente da referência, enquanto apresentavam diferenças mínimas entre as vazões estimadas. Logo, decidimos utilizar a comparação da imagem como função objetivo, esperando que os resultados apontassem não apenas para seções graficamente semelhantes, mas também para boas estimativas das descargas fluviais.

Foram realizadas 20 simulações, onde foram feitas estimativas de vazão fluvial utilizando-se de 2 a 11 pontos de medidas de velocidade sobre a seção vertical do rio ($2 < N < 11$) e, para cada um destes, foram utilizadas duas formas de inicialização do processo. A primeira partiu de uma escolha aleatória dos pontos iniciais do algoritmo sobre a toda a seção vertical, já a outra considerou as 27 medidas já existentes, onde destas foram escolhidas aquelas cujas combinações resultavam em um valor mínimo da função objetivo (5.1). A ideia de partir de valores já conhecidos consistiu em uma tentativa de acelerar o processo.

Uma vez iniciado o processo, seja de forma aleatória ou não, o algoritmo irá assumir este parâmetro inicial A como a melhor configuração do sistema. A partir deste ponto ele passará a fazer modificações em A , gerando assim uma nova configuração B . Por exemplo, seja um processo de início aleatório com 4 medições sobre o rio. A partir desta configuração inicial o algoritmo irá escolher aleatoriamente um dos 4 pontos sobre a seção vertical, e também de forma aleatória irá move-lo sobre a seção, gerando uma nova configuração B . Este movimento pode ser feito em quatro direções (horizontal, vertical e nas duas diagonais), logo há para cada processo $8 \times k$ possibilidades de configurações existentes entre o estado A e o B , onde k é o número de medidas sobre a seção vertical.

Uma vez definido B , calcula-se a função objetivo $F_{n,N}$ (5.1) para esta configuração, e avalia-se a transição de estados. Novas configurações serão aceitas se:

$$F_B < F_A \quad \text{ou} \quad r < e^{-\frac{F_A - F_B}{T}}, \quad (5.2)$$

onde r é um número aleatório uniformemente entre 0 e 1, ou seja, $r \in U[0,1]$. Uma melhor descrição deste número aleatório é dada na Seção 4.7.

Caso aceite a transição (5.2), B passará a ser a melhor configuração do sistema, e o algoritmo passará a buscar novas configurações a partir deste novo estado. Caso a transição não seja aceita A permanecerá inalterado, e o algoritmo continuará buscando novas configurações a partir deste mesmo estado. Este processo segue uma cadeia de Markov, logo as probabilidades de transição de um estado pra outro são invariantes. A temperatura T será responsável pela regulagem do processo permitindo que sejam aceitos valores maiores da função objetivo. Cada estado pode ser atingido a partir de outro qualquer em um número finito de interações, ou seja, o processo pode ir de b para a e após certo número de interações, retornar para b .

Desta forma o algoritmo fará com que os pontos de medidas de velocidade desloquem-se sob toda a seção vertical (tanto de forma horizontal, quanto vertical) com o objetivo de que eles “caminhem” para locais onde seja possível realizar a estimativa da descarga líquida através do método proposto em [18] com a maior precisão possível. Em outras palavras, uma vez iniciado o processo, sob qualquer uma das formas de inicialização, iremos mover os pontos sob a seção vertical, um a um, pixel a pixel e em todas as direções possíveis, de forma que eles sigam para locais em a função objetivo seja mínima, ou seja, até que a nossa seção vertical seja o mais semelhante possível daquela estimada em [18] utilizando 27 medidas de velocidade sob o rio. Cada pixel representa 0,973994 centímetros do rio em estudo.

Foi aplicada a técnica *annealing* na escolha da temperatura T em todas as simulações. Para os processos iniciados com escolha aleatória das medidas, utilizou-se $T = 100$ como parâmetro inicial. Este valor foi diminuído sistematicamente ao longo do processo conforme a diminuição da ordem de grandeza das diferenças entre as funções objetivo. Já para as simulações realizadas com o início do algoritmo a partir das medidas existentes, escolheu-se $T = 10$ como a temperatura inicial do processo, pois este algoritmo apresentava inicialmente ordens de grandeza menores na diferença entre as funções objetivo.

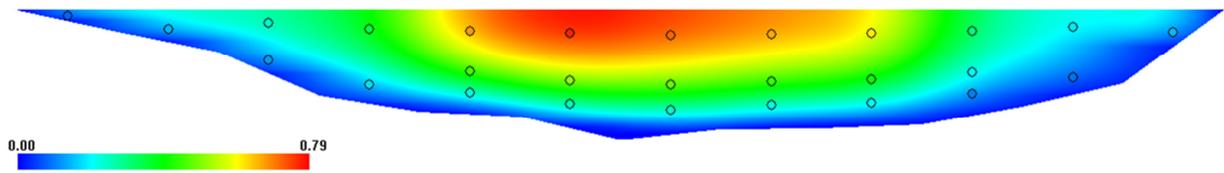
Os resultados das simulações são mostrados da Figura 5.1 à Figura 5.10. Nota-se que os melhores locais de medição apontados pelo algoritmo tendem a se localizar na superfície do rio. Através da teoria da dinâmica de fluidos a informação de velocidade no fundo do rio é facilmente definida, sendo assim é natural que o algoritmo apontasse pontos próximos a superfície, local onde não há conhecimento prévio acerca da velocidade do rio. Através de equações polinomiais e sua interpolação, a estimativa das demais áreas fica bem definida com essa composição.

Não houveram coincidências nos resultados obtidos, em outras palavras, a alocação das medidas consideradas ótimas sobre a seção do rio deu-se de forma distinta para as simulações com o mesmo N e com início distinto. Isso significa que os algoritmos não encontraram o mínimo global em seus processos e os valores encontrados são mínimos locais. Acreditamos que a escolha inicial dos pontos sob a curva é um fator preponderante no resultado do processo, e que o mínimo global seria encontrado utilizando a técnica *annealing* com redução infinitesimal de T .

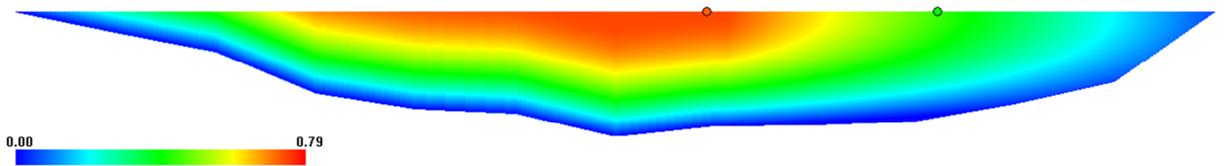
A fim de facilitar o entendimento das Figuras, iremos definir como “Início A” os resultados dos processos cujos algoritmos foram iniciados com escolhas aleatória dos locais de realização das medidas de velocidade, e definiremos como “Início B” os resultados dos processos cujos algoritmos iniciaram a partir da escolha dos locais de realização das medidas de velocidade através da avaliação da melhor combinação das 27 medidas existentes que minimize a função objetivo.

As Figuras apresentam uma escala de velocidade em m/s , representada por um gradiente de cores. Como nosso objetivo é se aproximar da seção vertical estimada por [18], adotamos a mesma escala de velocidade/cores adotada nesse trabalho, onde as velocidades representadas estão no intervalo de 0,00 a 0,79 m/s . Em alguns dos resultados apresentados a seguir veem-se pontos brancos nas seções verticais, isso ocorre quando a escala de velocidade é excedida e não há correspondência no gradiente de cores. Ou seja, os pontos brancos surgem quando a velocidade nesse determinado local da seção vertical é superior a 0,79 m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

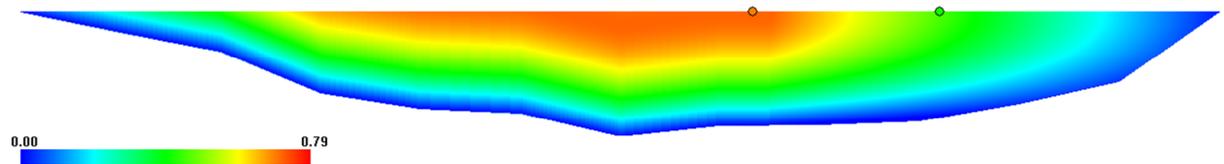
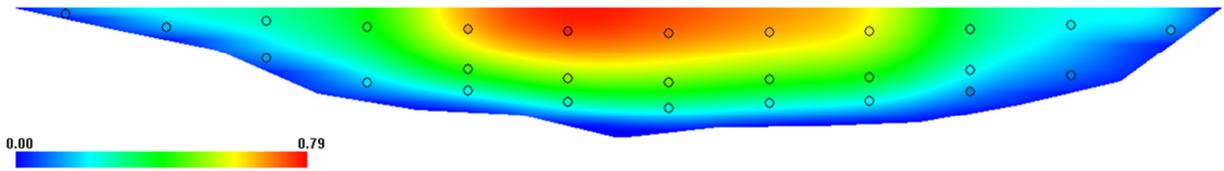
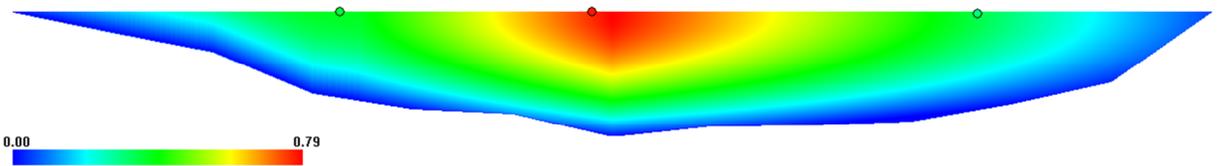


Figura 5.1: Resultados das simulações para $N=2$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

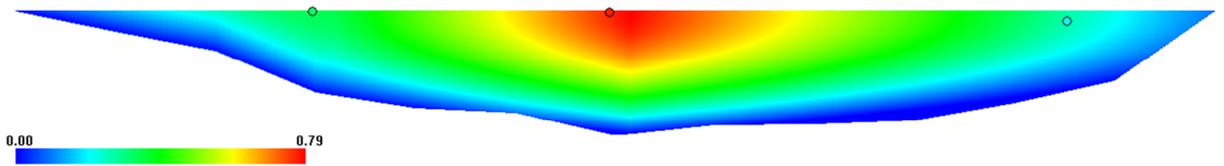
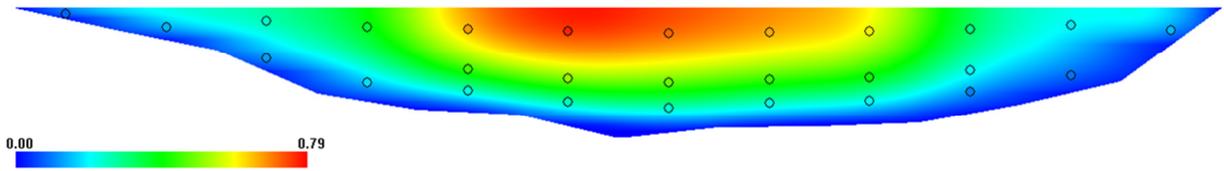
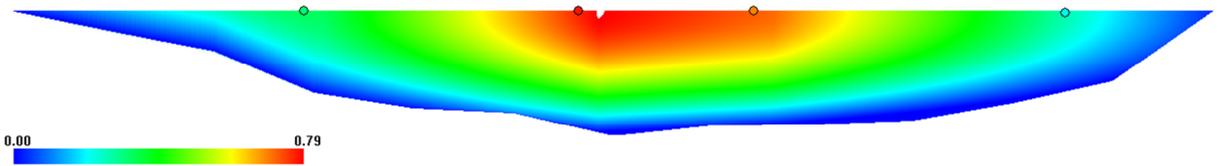


Figura 5.2: Resultados das simulações para $N=3$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

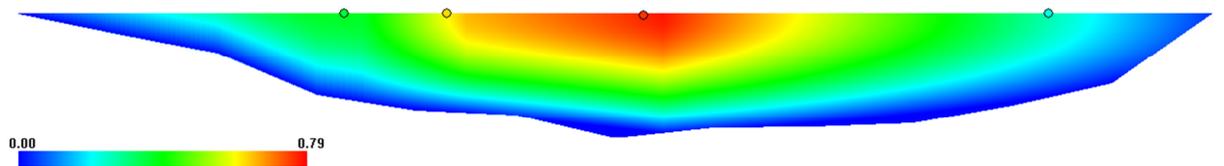
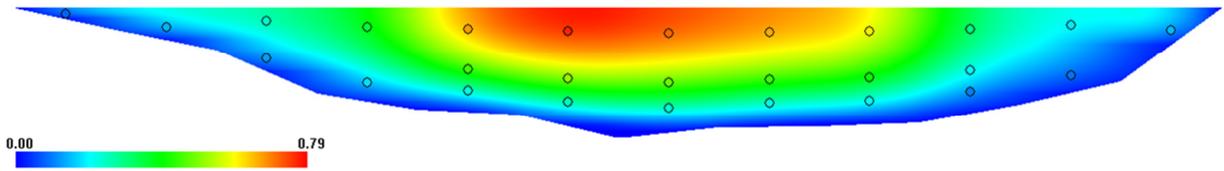
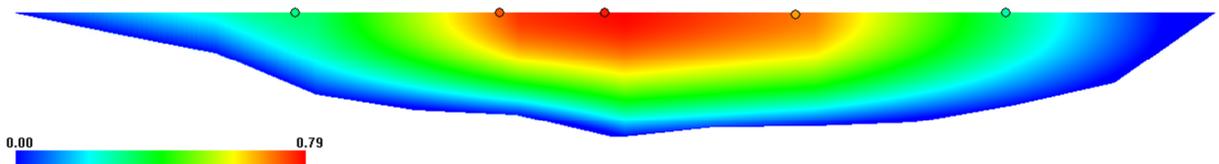


Figura 5.3: Resultados das simulações para $N=4$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

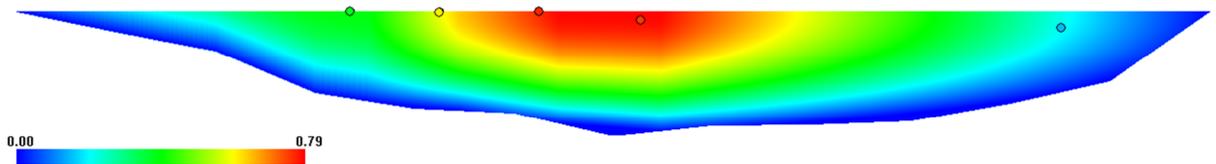
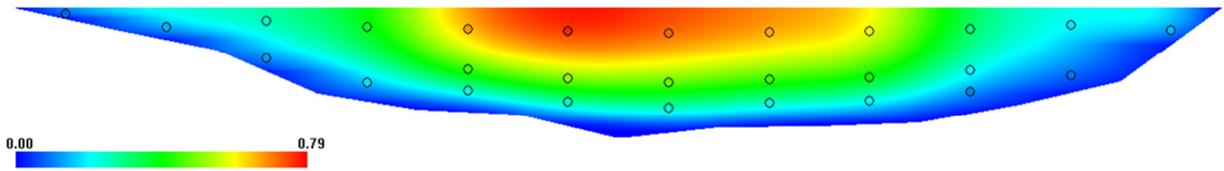
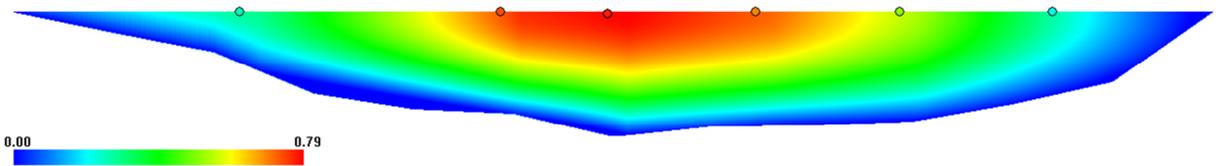


Figura 5.4: Resultados das simulações para $N=5$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

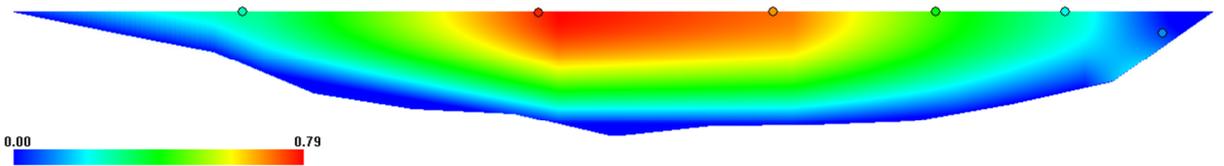
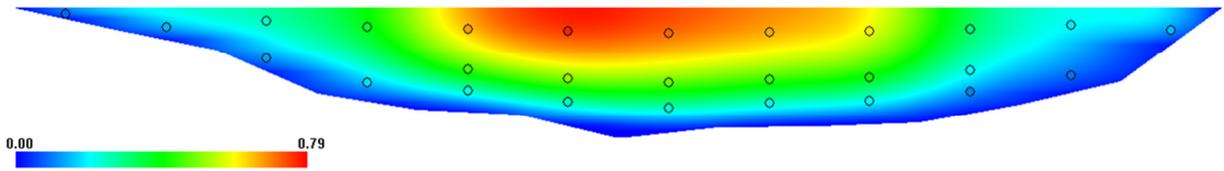
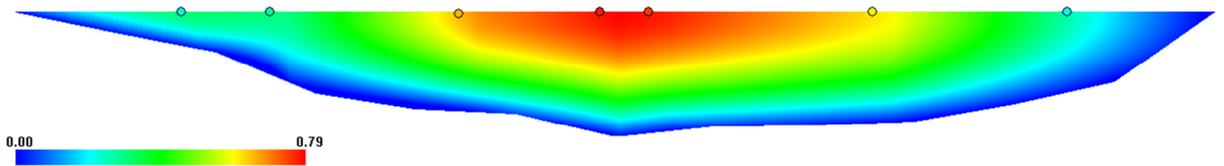


Figura 5.5: Resultados das simulações para $N=6$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

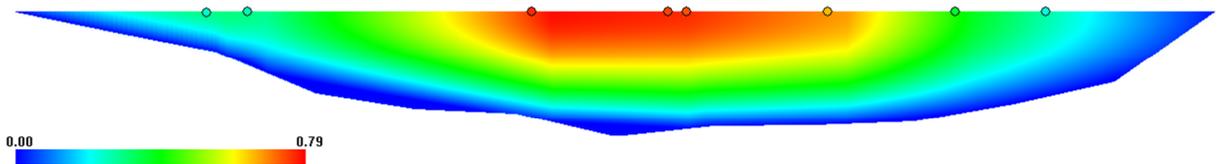
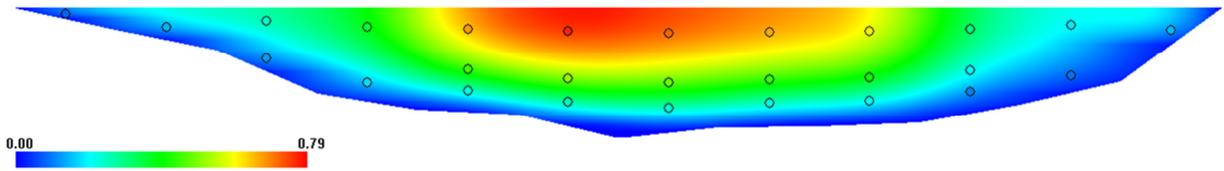
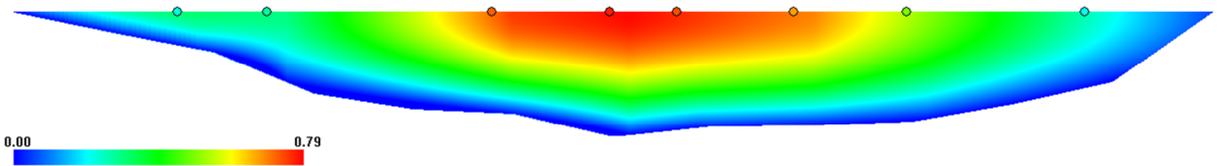


Figura 5.6: Resultados das simulações para $N=7$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

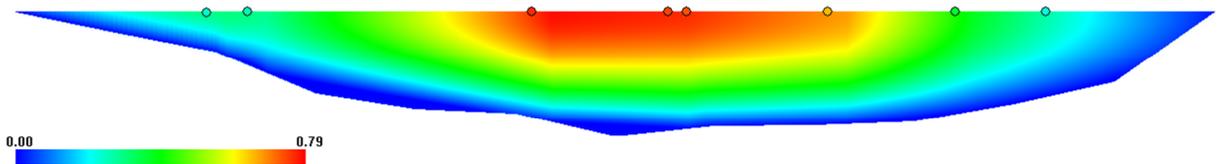
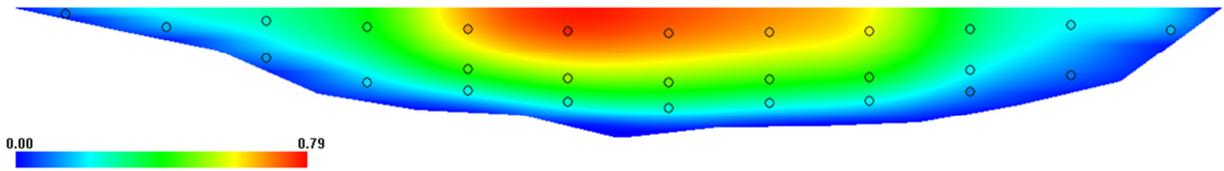
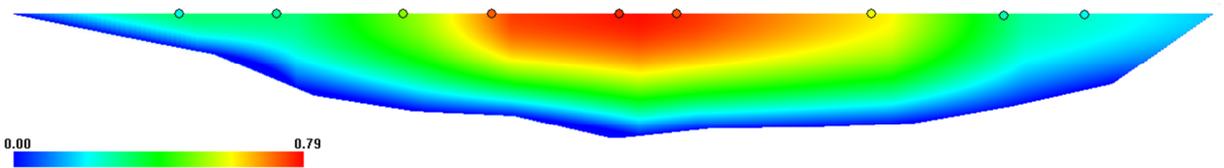


Figura 5.7: Resultados das simulações para $N=8$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

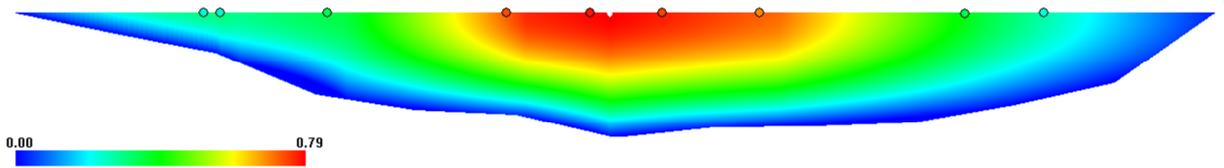
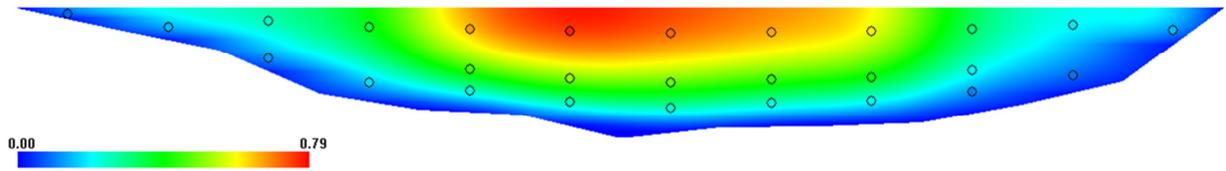
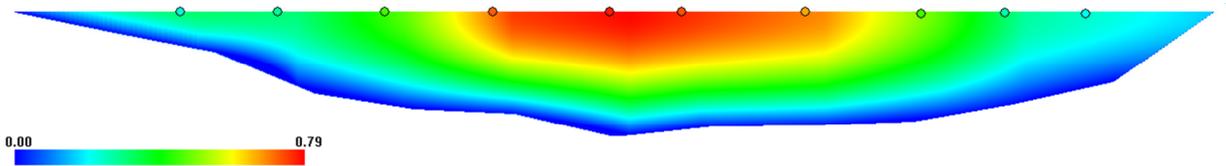


Figura 5.8: Resultados das simulações para $N=9$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

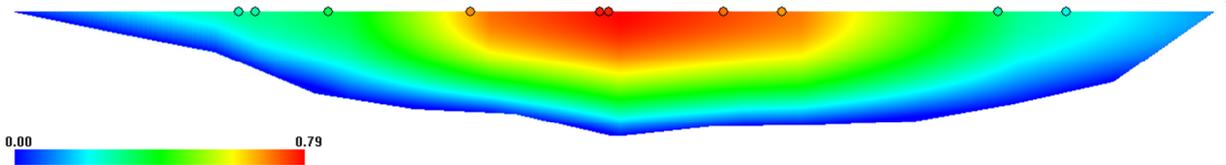
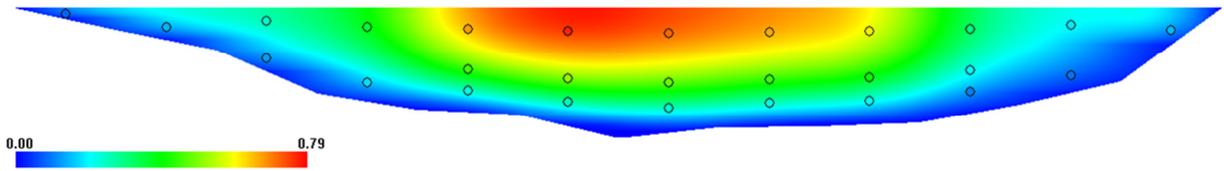
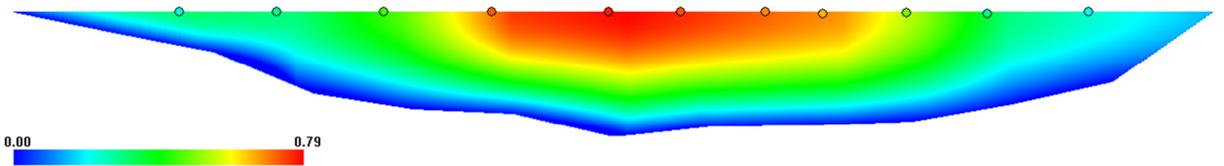


Figura 5.9: Resultados das simulações para $N=10$. Gradiente de velocidade em m/s .

a) Seção Vertical utilizada como referência pelo MCMC



b) Início A



c) Início B

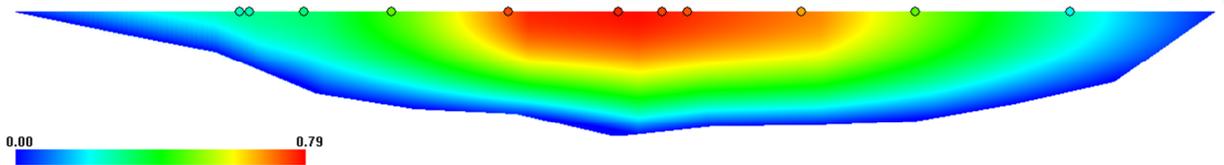


Figura 5.10: Resultados das simulações para $N=11$. Gradiente de velocidade em m/s .

A Tabela 5.1 mostra o resumo dos resultados das simulações realizadas com início a partir das 27 amostras existentes. A incerteza obtida por [18] segundo o padrão ISO 1008:2007 [32] foi de 8,9%. As estimativas realizadas a partir de 3 medidas sobre a seção do rio se enquadraram dentro deste intervalo. Em média, a diferença percentual entre os resultados obtidos e a seção vertical de referência foi de 3,70%. Isto mostra a robustez do método proposto e a eficiência do algoritmo. As incertezas associadas às estimativas realizadas também são vistas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Resumo dos resultados das simulações com Início B

N	Vazão (m^3/s)		Função Objeto	Diferença (m^3/s)		Incerteza (%)
	Referência	Estimada		Absoluta	Percentual (%)	
2	3,3057	3,6148	589,8064	-0,3090	9,35	12,91
3	3,3057	3,1691	262,2047	0,1366	4,13	9,81
4	3,3057	3,1905	146,0336	0,1153	3,49	9,56
5	3,3057	3,2577	126,4465	0,0480	1,45	9,02
6	3,3057	3,3554	129,6440	-0,0496	1,50	9,03
7	3,3057	3,3777	96,3673	-0,0719	2,18	9,16
8	3,3057	3,4268	94,7542	-0,1211	3,66	9,62
9	3,3057	3,3939	84,3839	-0,0882	2,67	9,29
10	3,3057	3,4240	69,1429	-0,1183	3,58	9,59
11	3,3057	3,4707	122,3357	-0,1650	4,99	10,20

Os melhores valores da função objetivo não coincidiram com as melhores vazões fluviais estimadas. Vê-se que os valores de $F_{n,N}$ tendem a diminuir a medida que aumenta a quantidade de medidas sobre o rio, já o percentual da diferença entre as vazões base e estimada decresce até $N = 5$, após ele segue uma ascendente neste percentual.

Em hidrometria não é comum tamanha “precisão” na estimativa de vazões, não é habitual ver valores com mais de duas casas decimais. Porém o método que utilizamos para a realização das estimativas são métodos computacionais, onde é natural a utilização de um maior número de casas decimais.

Na Tabela 5.2 está o resumo dos resultados das simulações realizadas com início aleatório, além das incertezas associadas às estimativas. Em média, a diferença percentual entre os resultados obtidos e a seção vertical base foi de 5,55%. Este valor é superior ao observado anteriormente nas simulações realizadas com o outro tipo de inicialização, porém ainda são valores considerados muito bons. Assim como ocorrido nas outras simulações, apenas a seção vertical estimada com duas medições apresentou um erro percentual superior à incerteza do método área-velocidade padrão.

Tabela 5.2: Resumo dos resultados das simulações com Início A

N	Vazão (m^3/s)		Função Objeto	Diferença (m^3/s)		Incerteza (%)
	Referência	Estimada		Absoluta	Percentual (%)	
2	3,3057	3,6557	668,4271	-0,3500	10,59	13,83
3	3,3057	3,1931	257,8379	0,1127	3,41	9,53
4	3,3057	3,3570	147,1184	-0,0513	1,55	9,03
5	3,3057	3,3994	115,2061	-0,0937	2,83	9,34
6	3,3057	3,4750	169,6102	-0,1693	5,12	10,27
7	3,3057	3,5526	191,4789	-0,2469	7,47	11,62
8	3,3057	3,5466	174,2782	-0,2409	7,29	11,50
9	3,3057	3,4917	126,5102	-0,1860	5,63	10,53
10	3,3057	3,4891	117,0319	-0,1833	5,55	10,49
11	3,3057	3,5066	128,6690	-0,2009	6,08	10,78

Assim como nos outros resultados, nestes os melhores valores da função objetivo não coincidiram com as melhores vazões fluviais estimadas. Os valores de $F_{n,N}$ não apresentaram correlação com o crescimento de N , assim como o percentual da diferença entre as vazões base. Este apresenta como melhor resultado a estimativa realizada com $N = 4$.

Pelas simulações foi possível detectar que os melhores locais na seção vertical para a realização das amostragens se encontram na superfície do rio. Notamos ainda que o acréscimo de pontos não contribui de forma significativa em uma melhor estimativa da descarga líquida, onde é possível realizá-las de forma consistente com um número igual ou superior a três e igual ou inferior a cinco pontos de amostragem de velocidade.

Baseado nas informações observadas nos experimentos realizados, em que os melhores pontos de amostragem estão situados na superfície, que um pequeno número de amostras é suficiente para uma boa estimativa da vazão fluvial e reprodução da seção vertical, e que a locação destes ganha em importância a medida que se aproximam da faixa central do rio (entre as margens), delineamos uma seção vertical com apenas 5 pontos de medições (Figura 5.11), todos situados na superfície e distribuídos da seguinte forma em relação à distância das margens: um ponto no centro do rio, dois pontos distantes 10% do centro do rio (ou a 40% de cada margem) e outros dois pontos distantes 30% do centro do rio (ou a 20% de cada margem). Estes percentuais referem-se à distância total entre as margens.

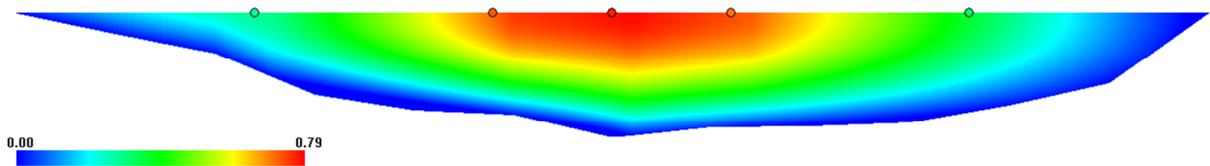


Figura 5.11: Seção vertical com 5 medidas de vazão, localizadas na superfície e distantes 20, 40 e 50% das margens do rio (percentual referente à distância total entre as margens). Gradiente de velocidade em m/s .

O resultado observado para esta seção foi muito eficiente, conforme observamos na Tabela 5.3. A diferença percentual entre as vazões estimadas foi de somente 0,45%, essa pequena diferença fez com que o valor da incerteza atribuída à esta estimativa pouco diferisse daquela observada para a estimativa realizada através do método tradicional e com 27 medidas de velocidade.

Tabela 5.3: Resumo dos resultados do experimento realizado com 5 medidas de vazão, localizadas na superfície e distantes 20, 40 e 50% das margens do rio (percentual referente à distância total entre as margens). Gradiente de velocidade em m/s .

N	Vazão (m^3/s)		Função Objeto	Diferença (m^3/s)		Incerteza (%)
	Referência	Estimada		Absoluta	Percentual (%)	
5	3,3057	3,2908	108,2777	-0,0148	0,45	8,91

6. Conclusões

O objetivo deste estudo foi otimizar o método proposto por [18], buscando minimizar o número de medidas necessárias para a realização do procedimento, além de encontrar os locais ótimos dentro da seção vertical do rio para a realização da amostragem, sem perda significativa da precisão. Para tal utilizamos a técnica de *Monte Carlo Markov Chain* (MCMC), desenvolvida em linguagem C e aplicada a medidas de velocidade colhidas por [19] no riacho Exu em abril de 2008.

Foram feitas simulações para $2 \leq N \leq 11$, onde observamos que o acréscimo no número de medições sob a seção vertical do rio não significou uma melhor na estimativa da descarga, ao contrário do método área-velocidade tradicional definido pelo padrão ISO 748:2007 [11], que recomenda o maior número possível de medições para a estimativa da vazão. Em todas as simulações obtivemos uma estimativa eficiente da descarga fluvial, com um número reduzido de medições. Além da robustez do método, observamos que os melhores locais de medição da velocidade sob a seção vertical situaram-se na superfície do rio.

Esses resultados demonstram um nível surpreendentemente elevado de capacidade de reprodução da seção vertical base, sugerindo que uma economia significativa no custo e no trabalho pode ser conseguida através posicionamento dos pontos de medição em locais estratégicos. Ressalta-se aqui que a incerteza da seção vertical estimada com 27 pontos através do método área-velocidade tradicional é de 8,9% (calculado utilizando a recomendações da ISO 1088:2007 [32]), sendo que todas as estimativas realizadas a partir de $N = 3$ são inferiores a este valor.

Concluimos que o método de interpolação proposto através das simulações MCMC possibilita uma redução significativa do número de medições, mantendo a preci-

são compatível com o erro de estimativa do método padrão. Diferentes escolhas na inicialização do algoritmo podem resultar em diferentes pontos de convergência do processo, uma vez que a geomorfologia do leito do rio afetou a localização e o número mínimo de pontos de medição necessária para a estimativa de vazão fluvial, sob um determinado nível (desejado) de precisão.

O modelo estimado na Figura 5.11 pode servir como modelo, ou uma “receita de bolo” para a aplicação deste método em campo, no riacho Exu (objeto de nosso estudo) em outros rios ou riacho que apresentem geomorfologia do leito do rio similar ao do riacho Exu.

É importante que em trabalhos futuros sejam avaliados rios com geomorfologia diferente deste que estudamos, para que assim se busque uma validação e futura normalização deste método proposto. E sendo este um método que requer aplicações computacionais, também se faz necessário que, juntamente com a validação do método, seja criado um software que realize estes cálculos e trace as seções verticais.

Bibliografia

1. SANTOS, I. et al. **Hidrometria Aplicada**. Curitiba, p. 372. 2001.
2. CHOW, V. T. **Handbook of Applied Hydrology: A Compendium of Water-resources Technology**. Illinois: McGraw-Hill Book Company, 1964.
3. IBIAPINA, A. V. E. A. **Evolução da Hidrometria no Brasil**. Brasília - DF. 2007.
4. WEST, K.; WOESIK, R. V. Spatial and Temporal Variance of River Discharge on Okinawa (Japan): Inferring the Temporal Impact on Adjacent Coral Reefs. **Marine Pollution Bulletin**, n. 42, p. 864-872, 2001.
5. MULLER-WOHLFEIL, D. et al. Estimating annual river discharge and nitrogen loadings to Danish coastal waters. **International journal of environ-mental studies**, n. 60, p. 179-197, 2003.
6. HOROWITZ, A. J. An evaluation of sediment rating curves for estimating suspended sediment concentration for subsequent flux calculation. **Hydrol. Process.**, n. 17, p. 3387-3409, 2003.
7. EDWARDS, T. K.; GLUSSON, G. D. **Field Methods for Measurement of Fluvial Sediment. Techniques of Water-Resources Investigations of the U.S.** Reston, Virginia: Geological Survey (USGS), 1999.
8. AGÊNCIA NACIONAL DA ÁGUAS. **ATLAS - Abastecimento Urbano de Água**. ANA. Brasília - DF. 2009.
9. IDE, C. N.; OLIVEIRA, K. R. F.; BEZERRA, L. P. **Sistema de Esgotamento Sanitário - Coleta de amostras de água e esgoto. Guia do profissional em treinamento**. Campo Grande - MS: Recesa, 2011.
10. AGÊNCIA NACIONAL DAS ÁGUAS. **Medição de Descarga Líquida em Grandes Rios - Manual Técnico**. ANA, Brasília - DF, 2009.
11. INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION. **Measurement of liquid flow in open channels - Velocity-area methods. Hydrometry - ISO-748:2007**, 2007. Disponível em:

- <http://www.iso.org/iso/catalogue_detail.htm?csnumber=5003>. Acesso em: Abril 2010.
12. PITON, C. L. **Evolução Tecnológica nas Medições de Vazões em Rios**. Foz do Iguaçu - PR: Monografia: UDC, 2007.
 13. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS E TÉCNICAS. Medição de vazão em efluentes líquidos e corpos receptores - Escoamento Livre. **ABNT - NBR-13403**, 1995.
 14. MIAO, C.; NI, J.; ALISTAIR, G. L. B. Recent changes of water discharge and sediment load in the Yellow River basin, China. **Progress in Physical Geography**, v. 34 Issue 4, n. 21, p. 541-561, Agosto 2010.
 15. SCHULZE, K.; HUNGER, M.; DÖLL, P. Simulating river flow velocity on global scale. **Advances in Geosciences**, v. 5, p. 133-136, 2005.
 16. KRYSANOVA, V.; BRONSTERTA, A.; MLLER-WOHLFEILB, D. I. Modelling river discharge for large drainage basins: from lumped to distributed approach. **Hydrological Sciences Journal**, v. 44 Issue 2, p. 313-331, Abril 1999.
 17. FAEH, R. Numerical Modeling of Breach Erosion of River Embankments. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 133 Issue 9, n. 10, p. 1000-1009, Setembro 2007.
 18. SACRAMENTO, V. P. **Otimização do Método Área-Velocidade para Estimação de Vazão Fluvial**. Dissertação: PGBEA - UFRPE, 2010.
 19. FILHO, M. C. **Estudo da Produção de Sedimentos na Bacia Hidrográfica e da Resistência Aluvial do Riacho Exu, no Semi-árido do Nordeste do Brasil**. Recife: Tese: UFRPE, 2008.
 20. MOLISANI, M. M.; CRUZ, A. L. V. **Estimativa da Descarga Fluvial Para os Principais Estuários do Estado do Ceará**. Fortaleza-CE. 2005.
 21. YORKE, T. H.; OBERG, K. A. Measuring river velocity and discharge with acoustic Doppler profilers. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 13 Issues 5-6, p. 191-195, Dezembro 2002.
 22. SMITH, L. C. Satellite remote sensing of river inundation area, stage, and discharge: a review. **Hydrological Processes**, v. 11 Issue 10, p. 1427-1439, Agosto 1997.
 23. CHIU, C. L.; HSU, S. M.; TUNG, N. C. Efficient methods of discharge measurements in rivers and streams based on the probability concept. **Hydrological Processes**, v. 19 Issue 20, p. 3935-3946, Dezembro 2005.
 24. MELCHER, N. B. et al. River discharge measurements by using helicopter-mounted radar.

- Geophysical Research Letters**, v. 29, n. 4, p. 2084, 2002.
25. COSTA, J. E. et al. Measuring stream discharge by non-contact methods: A Proof-of-Concept Experiment. **Geophysical Research Letters**, v. 27, n. 4, p. 553-556, 2000.
 26. SIMONIVIC, S. P.; SHRESTHA, R. R. Fuzzy set theory based methodology for the analysis of measurement uncertainties in river discharge and stage. **Canadian Journal of Civil Engineering**, n. 37, p. 429-439, 2010.
 27. BJERKLIEA, D. M. et al. Evaluating the potential for measuring river discharge from space. **Journal of Hydrology**, v. 278 Issue 1-4, p. 17-38, Julho 2003.
 28. CHEN, Y. C.; CHIUB, C. L. An efficient method of discharge measurement in tidal streams. **Journal of Hydrology**, v. 265 Issue 1-4, p. 212-224, ago. 2002.
 29. BELTRÃO, B. A. et al. **Projeto Cadastro de Fontes de Abastecimento por Água Subterrânea, Estado de Pernambuco - Diagnóstico do Município de Serra Talhada**. CPRM - Serviço Geológico do Brasil. Recife. 2005.
 30. BUCHANN, T. J.; SOMERS, W. P. Discharge measurement at gaging stations - Book 3. **U.S. Geological Survey**, USGS-TWRI, n. A8, 1969.
 31. RANTZ, S. E. Measurement of stage and discharge. **In: Measurement and Computation of Streamflow. U.S. Geological Survey Water-Supply**, n. 1:2175, p. 284, 1982.
 32. INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION. Velocity-area methods using current-meters – Collection and processing of data for determination of uncertainties in flow measurement. **Hydrometry - ISO 1088:2007**, 2007.
 33. WANG, C. Y. Exact solutions of the steady-state Navier-Stokes equations. **Annual Review Fluid Mechanics**, p. v. 23, pp. 159-177, 1991.
 34. LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Fluid Mechanics (Course in Theoretical Physics)**. 2. ed. [S.l.]: Pergamon Press, v. 6, 1987.
 35. EHLERS, R. S. **Métodos Computacionalmente Intensivos em Estatística**. Curitiba. 2004.
 36. CHIB, S.; GREENBERG, E. **Marcov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics**. 3. ed. St. Louis: Washington University, 1995.
 37. LIU, J. S. **Monte Carlo Strategies In Scientific Computing**. Cambridge: Harvard University, 2001.
 38. METROPOLIS, N. . E. A. Equations of state calculations by fast computing machines.

- Journal of Chemical Physics**, v. 6, n. 21, p. 1087-1092, 1953.
39. STOSIC, B. D. Pairwise clustering using a Monte Carlo Markov Chain. **Physica A**, n. 388, p. 2373-2382, 2009.
 40. STOSIC, B. D. **MES-902 Estatística Computacional e FIS-810 Métodos Computacionais em Física - Notas de Aula II**. UFPE. Recife. 1999.
 41. VIEIRA, C. E. C.; RIBEIRO, C. C.; SOUZA, R. D. C. E. **Gerador de Números Aleatórios**. PUC - Rio Inf. Rio de Janeiro. 2004.
 42. L'ECUYER, P. Uniform Random Number Generation. **Annals of Operations Research**, v. 53, p. 77-120, 1994.
 43. MARSAGLIA, G. Keynote address: a current view of random number generators, proceedings, computer science and statistics. **16th Symp. Interface**, Atlanta: Elsevier, GA, 1985.
 44. MARSAGLIA, G. The Marsaglia random number CDROM, with the DIEHARD Battery of tests of randomness., 1996. Disponível em: <[http://stat.fsu.edu/ geo/diehard.html](http://stat.fsu.edu/geo/diehard.html)>. Acesso em: Outubro 2006.
 45. FISHMAN, G. S. **Monte Carlo - Concepts, Algorithms and Applications**. Stanford: Springer, 1995.
 46. FERREIRA, A. B. D. H. **Dicionário Aurélio**. 3. ed. São Paulo - SP: Positivo, 2004.

Apêndice

Tabela com as medições das velocidades do riacho Exu, realizadas na manhã do dia 14/04/2008 por [19], seguindo o padrão apresentado na seção 4.2.

Riacho Exu 14/04/2008							
Pontos de Medição							
Profundidade Lateral (cm)	Profundidade Central (cm)	S	0.2P	0.4P	0.6P	0.8P	Velocidade Média (m/s)
0							
20	10	*	*	*	0.08	*	0.078
40	30	*	*	*	0.14	*	0.140
82	61	*	0.24	*	*	0.12	0.182
97	89.5	*	0.35	*	*	0.17	0.259
102	99.5	*	0.67	*	0.45	0.22	0.446
125	113.5	*	0.76	*	0.51	0.25	0.508
115	120	*	0.71	*	0.47	0.24	0.474
114	114.5	*	0.66	*	0.44	0.22	0.439
110	112	*	0.61	*	0.40	0.20	0.404
92	101	*	0.30	*	0.20	0.10	0.197
70	81	*	0.18	*	*	0.09	0.135
0	35	*	*	*	0.15	*	0.145