

Gabriela Isabel Limoeiro Alves

Análise Envoltória de Dados para avaliação da eficiência de funções de fitness
em algoritmos genéticos

RECIFE-PE

JULHO/2013



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Análise Envoltória de Dados para avaliação da eficiência de funções de fitness
em algoritmos genéticos

Dissertação apresentada ao Programa
de Pós-Graduação em Biometria e
Estatística Aplicada como exigência
parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Biometria e
Estatística Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Tiago Alessan-
dro Espínola Ferreira

RECIFE-PE
JULHO/2013

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Análise Envoltória de Dados para avaliação da eficiência de funções de fitness
em algoritmos genéticos

Gabriela Isabel Limoeiro Alves

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 31/07/2013 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wilson Rosa de Oliveira Junior
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Paulo Salgado Gomes de Mattos Neto
Universidade de Pernambuco

Prof. Dr. Paulo Renato Alves Firmino
Universidade Federal Rural de Pernambuco

*Dedico,
a minha Família.*

Agradecimentos

Escrever uma dissertação de Mestrado é uma experiência enriquecedora e de plena superação. Nos modificamos a cada tentativa de buscar respostas às nossas aflições de pesquisador. Para aqueles que compartilham conosco desse momento, parece uma tarefa interminável e enigmática que só se torna realizável graças a muitas pessoas que participam, direta ou indiretamente. E é a essas pessoas que gostaria de agradecer.

Primeiramente, quero agradecer a Deus pelo dom da vida.

Aos meus pais, que acreditaram em mim e sempre me deram apoio, meu infinito agradecimento.

Aos meus irmãos, pela torcida e energia.

Ao meu querido esposo, Dâmocles, pela ajuda e paciência nos momentos de inquietação e cansaço. Sempre ao meu lado, me pondo para cima e me fazendo acreditar que posso mais do que imagino.

A minha amada filha, Geovanna, que mesmo tão pequenina e sem ter noção da grandiosidade do trabalho me traz felicidade com seu sorriso cativante. Revigorando minhas energias nos momentos de cansaço mental.

Ao meu orientador, psicólogo e incentivador, Tiago Alessandro, que confiou na minha capacidade e me acalmava nos momentos de desespero.

Agradecimento especial a Emeson, que me deu suporte nas questões computacionais. E a David, que me apresentou o caminho das trevas.

Ninguém vence sozinho... OBRIGADA A TODOS!

“A alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria.”

Paulo Freire

Resumo

O estudo do comportamento de séries de temporais, visando obter previsões acerca de determinado fenômeno, evoluiu bastante com o passar dos anos. A utilização de recursos computacionais aliados as técnicas estatísticas incorporaram mais precisão aos resultados e mais rapidez na definição dos mesmos.

O uso de técnicas utilizando Redes Neurais Artificiais (RNAs) e Algoritmos Evolutivos (AEs) incrementaram benefícios à área de séries temporais, com seus modelos inspirados nas estruturas neurais de organismos inteligentes, permitiu a redução do custo em tempo, sendo este um fator primordial. As RNAs constituem uma ferramenta bastante atraente devido as suas características intrínsecas de mapeamento de entradas e saídas. Este trabalho é um estudo da análise da função de *fitness* utilizando como metodologia um sistema híbrido inteligente, composto pela combinação entre as RNAs e Algoritmo Genético (AG).

A suposição básica de qualquer técnica de previsão de séries temporais é que o valor observado na série fica determinado por um padrão que se repete no tempo e por alguma influência aleatória. Isto significa dizer que mesmo quando o padrão exato que caracteriza o comportamento da série temporal tenha sido isolado, algum desvio ainda existirá entre os valores da previsão e os valores realmente observados. Essa aleatoriedade não pode ser prevista; entretanto, se isolada, sua magnitude pode ser estimada e usada para determinar a variação ou erro entre as observações e previsões realizadas.

Com o interesse em comparar as funções de *fitness*, a Análise Envoltória de Dados define uma curva de eficiência onde as medidas de erros de previsão são minimizadas e/ou maximizadas de forma que cada função de desempenho represente uma unidade de avaliação a ser analisada, comparando-as em termos de eficiências e análises estatísticas, com o uso de teste de hipóteses.

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de séries históricas econômicas/financeiras, como *Dow Jones* e S&P500, e, fenômenos naturais, como a série *Sunspot*, obtidos em diferentes órgãos específicos de cada área. Quanto à questão operacional, a implementação do sistema híbrido foi realizada na linguagem de programação C e, as análises dos dados através da Análise Envoltória de Dados foi utilizado o ambiente R versão 2.14.

O uso da Análise Envoltória de Dados, mostrou-se uma técnica consistente na identificação das melhores funções de *fitness* em relação ao Sistema Híbrido Inteligente (AG + RNA). Fica a critério do pesquisador, avaliar os resultados sob diferentes perspectivas, seja sob a questão do custo computacional ao realizar simulações com uma determinada função de *fitness* que foi mais eficiente ou sob o aspecto de avaliar quais combinações não são desejadas poupando tempo e recursos na hora de avaliar uma determinada série.

Palavras-chave: Previsão de Séries Temporais, Redes Neurais Artificiais, Algoritmo Genético, Análise Envoltória de Dados, Função de *Fitness*.

Abstract

The study of the temporal series behavior, to obtain predictions about a given phenomena, evolved enough over the years. The utilization of computational resource combined with statistical techniques improved the accuracy of the experimental results, as well as decrement the time of processing to reach these results.

The use of intelligent techniques based on Artificial Neural Networks (ANN) and evolutionary algorithms (EAs) introduced benefits to of time series branch. The ANN is inspired in biologic neural structures of intelligent organisms and is a very attractive tool to analyze times series, or problems with an intrinsic inputs and outputs mapping. In addition, the ANN can be combined with EAs, where the main idea is create a hybrid system capable of defines and training an ANN to solve the problem of time series forecasting base on a fitness function. This work is a study about the fitness function definition in a Genetic Algorithm(GA) combined with ANN.

The basic assumption of any technique of time series forecasting is that the observed value in the series is given by a time pattern incorporating a random influence or chock. This means that even when the exact pattern that characterizes the behavior of the time series has been isolated, there will still be some deviation between the forecast values and the values actually observed. This randomness can not be predicted, however, if isolated, its magnitude can be estimated and used to determine the variation or error between the observations and predictions made.

To comper the fitness functions efficiencies in the GA, the Data Envelopment Analysis (DEA) was applied. The DEA defines an efficiency curve, where here each fitness function represents an evaluation unit to be analyzed. This efficiency analysis is based on the measures of prediction error and statistical analysis with hypothesis tests.

The data used in this work come from historical economic/financial time series, such as, Dow Jones and S&P500, and natural phenomena, such as ,the Sunspot time series. As a matter of practicality, the computational simulations were divided in two steps: first, the implementation of the hybrid system was performed in the C programming language and the experimental results about the times series forecasting were reached. After that, the data analysis by DEA was executed in the environment of R software, version 2.14.

The use of DEA proved a consistent approach in identifying the more efficient fitness functions for the Hybrid Intelligent System (AG + RNA) in the time series forecasting problem. It is up to the researcher to evaluate the results from different perspectives. Whether in the matter of the computational cost to perform simulations with a specific fitness function which was more efficient, or under aspect of assessing which combinations are unwanted saving time and resources when evaluating a particular series.

Keywords: Time Series Forecasting, Neural Networks, Genetic Algorithms, Data envelopment analysis, Function Fitness.

Lista de Figuras

1	Número de greves no Brasil no período de 01/1991 até 04/2000, dados do Dieese.	p. 6
2	Exemplo de série temporal estacionária.	p. 8
3	Exemplo de série temporal não-estacionária.	p. 8
4	Estágios da metodologia de Box-Jenkins	p. 11
5	Rede MLP de três camadas totalmente conectada	p. 15
6	Esquema do processo de aprendizagem supervisionada.	p. 16
7	Função de sigmóide com parâmetro de inclinação $\lambda = 0,8$	p. 17
8	Esquema geral de algoritmos evolutivos.	p. 18
9	Ilustração de uma superfície adaptativa com duas variáveis genotípicas.	p. 20
10	Operadores genéticos aplicados nos AGs binários.	p. 22
11	Fronteira de eficiência com um único insumo e um único produto.	p. 23
12	Gráfico do Índice de <i>Dow Jones</i> (série normalizada de 0 a 1).	p. 31
13	Projeção do sol com manchas solares.	p. 32
14	Gráfico anual das manchas solares, (série normalizada de 0 a 1).	p. 33
15	Gráfico da série mensal S&P500, (série normalizada de 0 a 1).	p. 33
16	Comparação entre os grupos G1 (sem a métrica POCID) e G2 (com a métrica POCID) para as Séries: (a) <i>sunspot</i> , (b) S&P500 e (c) <i>Dow Jones</i>	p. 36
17	Gráfico do Índice de <i>Dow Jones</i> (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.	p. 38
18	Fronteira de eficiência para série <i>Dow Jones</i> (Caso Geral).	p. 39
19	Distribuição de eficiência das DMUs para a série <i>Dow Jones</i> (Caso Geral).	p. 40

20	Comparação entre valores reais da série <i>Dow Jones</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU mais eficientes (Caso Geral).	p. 41
21	Comparação entre valores reais da série <i>Dow Jones</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficientes (Caso Geral).	p. 41
22	Gráfico dos resíduos para as funções de <i>fitness</i> mais eficientes para a Série <i>Dow Jones</i> (Caso Geral).	p. 42
23	Fronteira de eficiência para a série <i>Dow Jones</i> (Caso Específico). . . .	p. 43
24	Distribuição de eficiência das DMUs para a <i>Dow Jones</i> (Caso Específico)	p. 44
25	Comparação entre valores reais da série <i>Dow Jones</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU mais eficientes (Caso Específico, <i>Inputs: ARV, MSE, THEIL, MAPE</i>).	p. 45
26	Comparação entre valores reais da série <i>Dow Jones</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficientes (Caso Específico, <i>Inputs: ARV, MSE, THEIL</i>).	p. 45
27	Comparação entre valores reais da série <i>Dow Jones</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Específico, <i>Input:MAPE</i>).	p. 46
28	Gráfico anual das manchas solares, (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.	p. 46
29	Fronteira de eficiência para a <i>sunspot</i> (Caso Geral).	p. 48
30	Distribuição da eficiência das DMUs para série <i>sunspot</i> (Caso Geral). . .	p. 49
31	Comparação entre a série real <i>sunspot</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Geral).	p. 50
32	Gráfico dos resíduos para as funções de <i>fitness</i> mais eficientes para a Série <i>sunspot</i> (Caso Geral).	p. 51
33	Comparação entre valores reais da série <i>sunspot</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Geral).	p. 52

34	Fronteira de eficiência para a Série <i>Sunspot</i> (Caso Específico)	p. 54
35	Distribuição de eficiência das DMUs para a Série <i>Sunspot</i> (Caso Específico)	p. 55
36	Comparação entre valores reais da série <i>sunspot</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, <i>Inputs: ARV, MSE, THEIL</i>).	p. 56
37	Comparação entre valores reais da série <i>sunspot</i> (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, <i>Input: MAPE</i>).	p. 57
38	Gráfico da série mensal S&P500, (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.	p. 57
39	Fronteira de eficiência para série S&P500 (Caso Geral).	p. 58
40	Distribuição de frequência da eficiência das DMUs para série S&P500 (Caso Geral).	p. 58
41	Comparação entre valores reais da série S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Geral).	p. 59
42	Gráfico dos resíduos para as funções de <i>fitness</i> mais eficientes para a Série S&P500 (Caso Geral).	p. 59
43	Comparação entre a série real S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Geral).	p. 60
44	Fronteira de eficiência para a Série S&P500 (Caso Específico).	p. 60
45	Distribuição de eficiência das DMUs para a Série S&P500 (Caso Específico)	p. 62
46	Comparação entre valores reais da série S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, <i>Inputs: ARV, MAPE, MSE, THEIL</i>). . . .	p. 62

Lista de Tabelas

1	Funções de <i>fitness</i>	p. 29
2	Resultado do Teste de Hipóteses para diferença entre os grupos.	p. 35
3	Resultado do Teste de <i>Kruskal-Wallis</i> para diferenças entre funções.	p. 37
4	Resultado do Teste de Hipóteses para a escolha do modelo DEA.	p. 37
5	Resumo estatístico da série <i>Dow Jones</i>	p. 38
6	Resultado do modelo DEA, caso geral, série <i>Dow Jones</i>	p. 39
7	Resultado do modelo DEA, caso específico, série <i>Dow Jones</i>	p. 42
8	Resumo estatístico da série <i>sunspot</i>	p. 46
9	Resultado do modelo DEA, caso geral, série <i>sunspot</i>	p. 47
10	Valores dos critérios AIC e BIC para as nove DMUs mais eficientes na série <i>sunspot</i> (Caso Geral).	p. 49
11	Resultado do modelo DEA, caso específico, série <i>sunspot</i>	p. 53
12	Resumo estatístico da série S&P 500.	p. 55
13	Resultado do modelo DEA, caso geral, série S&P500	p. 56
14	Resultado do modelo DEA, caso específico, série S&P500	p. 61
15	Resultado das métricas para as séries estudadas.	p. 80
16	Estimativa Fitness classificada por grupos, da série Sunspot.	p. 81
17	Estimativa Fitness classificada por grupos, da série S&P 500.	p. 82
18	Estimativa Fitness classificada por grupos, da série Dow Jones	p. 83
19	Resultado do Teste de Tukey para as séries estudadas	p. 87

Sumário

1	Introdução	p. 1
2	Objetivo	p. 4
2.1	Objetivo Geral	p. 4
2.2	Objetivos específicos	p. 4
3	Fundamentação Teórica	p. 5
3.1	Séries Temporais	p. 5
3.1.1	Processos Estocásticos	p. 6
3.1.2	Estacionariedade	p. 7
3.1.3	Decomposição clássica da série temporal	p. 8
3.1.4	Passeio aleatório	p. 9
3.1.5	O Problema de Previsão	p. 10
3.2	Métricas de Análise de Previsão	p. 11
3.2.1	MSE	p. 12
3.2.2	MAPE	p. 12
3.2.3	Estatística U de THEIL	p. 12
3.2.4	ARV	p. 13
3.2.5	POCID	p. 13
3.3	Rede Neural Artificial	p. 13
3.3.1	Função de Ativação	p. 15
3.3.2	Rede Neural e Previsão de Séries Temporais	p. 16

3.4	Algoritmo Genético	p. 18
3.4.1	Introdução	p. 18
3.4.2	Indivíduos	p. 20
3.4.3	Seleção	p. 20
3.4.4	Operadores Genéticos	p. 21
3.5	Análise Envoltória de Dados	p. 22
3.5.1	Modelos do DEA	p. 24
4	Metodologia	p. 27
4.1	Introdução	p. 27
4.2	Procedimento para as simulações	p. 27
4.3	Procedimento para o DEA	p. 29
4.4	Procedimento para o AG	p. 30
4.5	Descrição das Séries Temporais	p. 31
4.5.1	<i>Dow Jones</i>	p. 31
4.5.2	<i>Sunspot</i>	p. 32
4.5.3	S&P 500	p. 32
5	Resultados	p. 34
5.1	Comparação entre os grupos de DMUs	p. 34
5.1.1	Caso 1: Inclusão ou não inclusão da métrica POCID	p. 34
5.1.2	Caso 2: Comparação das funções de <i>fitness</i> em termos de eficiência	p. 35
5.2	Escolha do modelo DEA	p. 37
5.3	Análise dos resultados para série <i>Dow Jones</i>	p. 38
5.3.1	Resultados Modelo DEA, Caso Geral.	p. 38
5.3.2	Resultados do Modelo DEA, Caso Específico.	p. 40
5.4	Análise dos resultados para a série <i>sunspot</i>	p. 44

5.4.1	Resultados Modelo DEA, Caso Geral	p. 45
5.4.2	Resultados do Modelo DEA, Caso Específico	p. 51
5.5	Análise dos resultados para a série S&P500	p. 54
5.5.1	Resultados do Modelo DEA, Caso Geral	p. 55
5.5.2	Resultados do Modelo DEA, Caso Específico	p. 59
6	Conclusão	p. 63
6.1	Considerações Finais	p. 63
6.2	Trabalhos Futuros	p. 64
	Referências	p. 65
	Anexo	p. 68
	Teste de <i>Kruskal – Wallis</i>	p. 68
	Método <i>Bootstrap</i>	p. 69
	Apêndice	p. 70

1 Introdução

O estudo do comportamento de séries de temporais, visando obter previsões acerca de determinado fenômeno, evoluiu bastante com o passar dos anos. A utilização de recursos computacionais aliados às técnicas estatísticas incorporaram mais precisão aos resultados e mais rapidez na definição dos mesmos. O uso de técnicas utilizando redes neurais artificiais e algoritmos evolutivos incrementaram benefícios à área de séries temporais, com seus modelos inspirados nas estruturas neurais de organismos inteligentes, permitiu a redução do custo em tempo, sendo este um fator primordial.

Para o problema de previsão de séries temporais, um segundo fator primordial é a correta escolha das variáveis que irão descrever o comportamento do fenômeno analisado. Tais variáveis, quando no domínio temporal, são chamadas comumente de retardos temporais relevantes ou simplesmente *lags*. Outro aspecto importante na previsão de uma série temporal é a utilização de um método preditivo com a melhor acurácia possível, sendo esta acurácia analisada através de medidas dos erros de previsão. Entretanto, não existe um critério universal para identificar qual a melhor medida de desempenho a ser utilizada para a caracterização da previsão. No intuito de se verificar quais critérios são mais eficientes na escolha do melhor modelo preditivo é proposto a utilização da Análise Envoltória de Dados para fornecer a melhor combinação de variáveis visando a otimização do modelo.

O trabalho segue uma linha de pesquisa, que utiliza como metodologia sistemas híbridos inteligentes, usando o procedimento evolutivo por meio de uma função de *fitness* em busca do ajuste ótimo dos modelos preditivos. Pesquisas anteriores utilizaram a combinação entre Rede Neurais Artificiais (RNAs) e outros procedimentos evolutivos, aplicado ao problema de previsão de séries temporais (LEUNG et al., 2003), (RODRIGUES; NETO; FERREIRA, 2009) e (SILVA, 2011).

A Análise Envoltória de Dados é uma técnica não-paramétrica que emprega programação matemática para construir fronteiras de produção de unidades produtivas -

DMUs (*Decision Making Units*) que empregam processos tecnológicos semelhantes para transformar múltiplos insumos em múltiplos produtos. Tais fronteiras são empregadas para avaliar a eficiência relativa dos planos de operação executados pelas DMUs e servem, também, como referência para o estabelecimento de metas eficientes para cada unidade produtiva (MEZA et al., 2003).

Esta metodologia, está sendo empregada para auxiliar em diversas pesquisa, como por exemplo na área de segurança, dando suporte na medição de desempenho para fornecer uma perspectiva global sobre a situação da segurança rodoviária e no desenvolvimento de políticas públicas (SHEN et al., 2012) e (YUN et al., 1999).

A motivação pelo estudo parte do fato que o uso da Análise Envoltória de Dados é algo que pode ajudar a entender o processo de acoplamento das medidas de desempenho em relação as séries estudadas através da observação das eficiência para otimização das funções de *fitness*.

A metodologia da Análise Envoltória de Dados (DEA) é utilizada pensando em responder a questionamentos de como determinar qual a função de *fitness* é mais eficiente para o adequado ajuste do modelo, gerando uma melhor relação custo/precisão na previsão (YUN; ARAKAWA; NAKAYAMA, 2004). Com esta técnica é possível definir uma curva de eficiência onde as medidas de erros de previsão são minimizadas e/ou maximizadas de forma que cada função de desempenho represente uma unidade de avaliação a ser analisada. Dessa forma, essas funções de *fitness* podem ser comparadas em termos de eficiência e análises estatísticas, e com o uso de testes de hipóteses, pode-se auxiliar no aumento da acurácia dos resultados.

Este trabalho tem com objetivo principal o estudo e análise de séries temporais com particular interesse na seleção da função de *fitness* utilizada no processo computacional evolutivo para o ajuste do modelo de previsão das séries temporais. As massas de dados utilizadas foram obtidas em repositórios de séries históricas econômico-financeiras e fenômenos naturais.

A dissertação está organizada da seguinte forma:

O Capítulo 1, descreve o problema em estudo, expõe a motivação para o trabalho e apresenta a estrutura da dissertação. No Capítulo 2 são mostrados os Objetivos Gerais e Específicos. O Capítulo 3 apresenta a Fundamentação Teórica das metodologias utilizadas no trabalho. O Capítulo 4 descreve a Metodologia proposta, bem como os procedimentos utilizados para as simulações, para análise envoltória de dados, para o algoritmo genético

e a descrição das séries utilizadas.

Os resultados são apresentados no Capítulo 5, separados em seções para cada série temporal: Seção 5.1, índice de *Dow Jones*; Seção 5.2, Manchas solares (*Sunspot*); Seção 5.3, S&P500 (*Standard & Poor 500*). Por fim, as Conclusões são discutidas no Capítulo 6.

2 Objetivo

2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo o estudo e análise de séries temporais com particular interesse na seleção da função de *fitness* utilizada no processo computacional evolutivo para o ajuste do modelo de previsão das séries temporais. Com a coleta de dados de séries temporais, pretende-se aplicar técnicas de computação evolutiva e redes neurais artificiais para a modelagem e previsão. Uma vez que uma metodologia seja construída, também deseja-se realizar a sua caracterização em desempenho e eficiência tanto na qualidade da previsão como a correta escolha e ajuste dos parâmetros.

2.2 Objetivos específicos

1. Modelar as séries temporais com técnicas não-lineares da Inteligência Artificial, em particular as Redes Neurais Artificiais do tipo MLP;
2. Estabelecer procedimento evolutivo para a busca do ajuste ótimo dos modelos preditivos eleitos, em particular, algoritmos genéticos;
3. Determinar possíveis formas de guiar a evolução dos modelos preditivos, ou seja, determinação e análise de funções de *fitness*;
4. Executar simulações com sistemas evolutivos computacionais;
5. Analisar a eficiência da metodologia proposta com o uso das técnicas da DEA (*Data Envelopment Analysis*);
6. Comparar os resultados encontrados com trabalhos anteriores, os quais apresentam metodologias semelhantes;
7. Gerar artigos científicos em periódicos nacionais e internacionais de grande impacto na área.

3 Fundamentação Teórica

Nesse capítulo é apresentada uma revisão sobre as metodologias utilizadas nessa dissertação. As seções estão divididas da seguinte forma: Séries Temporais, Métricas da Análise de Previsão, Redes Neurais Artificiais, Algoritmo Genético e Análise Envoltória de Dados.

3.1 Séries Temporais

Uma série temporal é uma sequência de dados obtidos comumente em intervalos regulares de tempo durante um período específico. A característica mais importante deste tipo de dados é que as observações vizinhas são dependentes e o interesse é em analisar e modelar esta dependência (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Na análise de séries temporais, há uma preocupação na modelagem dos fenômenos geradores dos processos que vêm a descrever o comportamento da série, podendo inclusive obter previsões a respeito do fenômeno estudado. De forma geral, deseja-se um modelo parcimonioso com a maior precisão possível. Para tanto, dado um modelo, é de suma relevância a correta determinação dos seus parâmetros.

Tipicamente, uma série temporal pode ser definida como,

$$Z_t = \{z_t \in R | t = 1, 2, 3, \dots, N\},$$

onde t é um índice cronológico (geralmente o tempo, mas não obrigatoriamente) e N é o número total de observações. Desta forma, estará sendo considerado que uma série temporal Z_t é uma sequência de observações pontuais, igualmente espaçadas, ordenadas segundo um índice cronológico t , que será chamado de tempo e definirá a granularidade das observações, como pode ser visto na Figura 1.

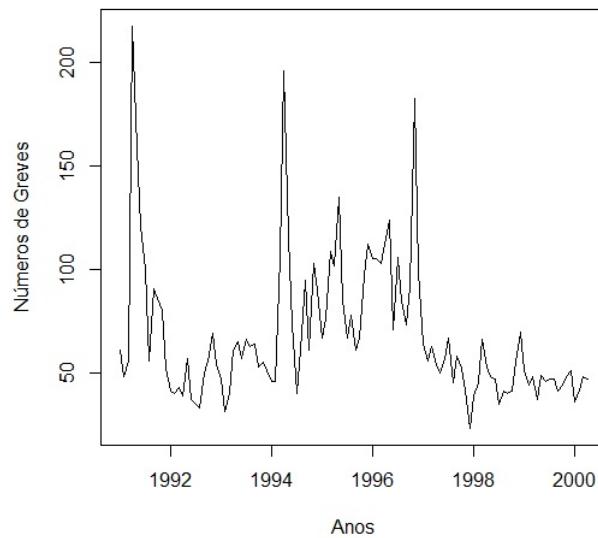


Figura 1: Número de greves no Brasil no período de 01/1991 até 04/2000, dados do Dieese.

3.1.1 Processos Estocásticos

Os processos estocásticos são processos aleatórios que dependem do tempo, onde os seus valores futuros podem ser descritos em termos de uma distribuição de probabilidades. Formalmente, pode-se dizer que um processo estocástico é constituído por uma família de variáveis aleatórias $\{Z_t, t \in T\}$, em que T representa um conjunto arbitrário, normalmente tomado como um conjunto dos inteiros.

A especificação de um processo estocástico é dada da seguinte forma: sejam $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ elementos quaisquer de T (um conjunto arbitrário, normalmente tomado como um conjunto dos inteiros) considerando

$$F(Z_1, \dots, Z_n; t_1, \dots, t_n) = P\{Z(t_1) \leq z_1, \dots, Z(t_n) \leq z_n\} \quad (3.1)$$

então o processo estocástico $Z = Z(t), t \in T$ estará especificado se as distribuições finito-dimensionais da Equação 3.1, são definidas para todo $n \geq 1$.

Contudo, em termos práticos, não se conhece todas essas distribuições finito-dimensionais. Será apresentado então, certas características associadas à Equação 3.1 e que sejam simples de calcular e interpretar. Uma maneira de especificar o processo Z seria determinar todos os produtos dos momentos. Porém o interesse são os momentos de baixa ordem, ou seja, os chamados processos estacionários de segunda ordem (BOX; JENKINS; REINSEL, 2013).

Para um processo estocástico $Z_t : t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ a função média é definida por:

$$\mu = E(Z_t), \quad (3.2)$$

onde $E(\cdot)$ representa o valor esperado e a função de autocovariância (*facv*) como,

$$\gamma_{t,s} = Cov(Z_t, Z_s) = E[(Z_t - \mu_t)(Z_s - \mu_s)] \quad (3.3)$$

para $t, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, onde $E[(Z_t - \mu_t)(Z_s - \mu_s)] = E(Z_t Z_s) - \mu_t \mu_s$.

A função de autocorrelação (*fac*), que representa a razão entre a autocovariância e a raiz do produto das variâncias de Z no instante t e s , é expressa da seguinte maneira:

$$\rho_{t,s} = Corr(Z_t, Z_s) = \frac{\gamma_{t,s}}{\sqrt{\gamma_{t,t}\gamma_{s,s}}}, \quad (3.4)$$

onde $\gamma_{t,t} = Var(Z_t)$ e $\gamma_{s,s} = Var(Z_s)$.

3.1.2 Estacionariedade

Uma das suposições mais frequentes que se faz a respeito de uma série temporal é a de que ela é estacionária, ou seja, ela se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável, (MORETTIN; TOLOI, 2006). Ou seja, dado uma série Z_t , esta será fracamente estacionária se atender as seguintes condições:

1. $E(Z_t) = \mu$, constante para todo t .
2. $Cov[Z_t, Z_{t+k}] = \gamma_k$ for a mesma para qualquer k , onde γ_k é a covariância do lag k .

Muitas séries encontradas no mundo real, normalmente não apresentam essa característica de estacionariedade. Por exemplo, as séries econômicas e financeiras apresentam em geral tendências, sendo o caso mais simples aquele em que a série flutua ao redor de uma reta, com inclinação positiva ou negativa, conhecida como tendência linear. Em alguns casos, pode ocorrer a não-estacionariedade explosiva, como por exemplo a série temporal que descreve o crescimento de uma colônia de bactérias (MORETTIN; TOLOI, 2006). As Figuras 2 e 3, apresentam exemplos deste comportamento da série temporal.

Entretanto, as análises estatísticas clássicas são baseadas na suposição de estacionariedade da série temporal. Desta forma, para se utilizar a base estatística clássica para

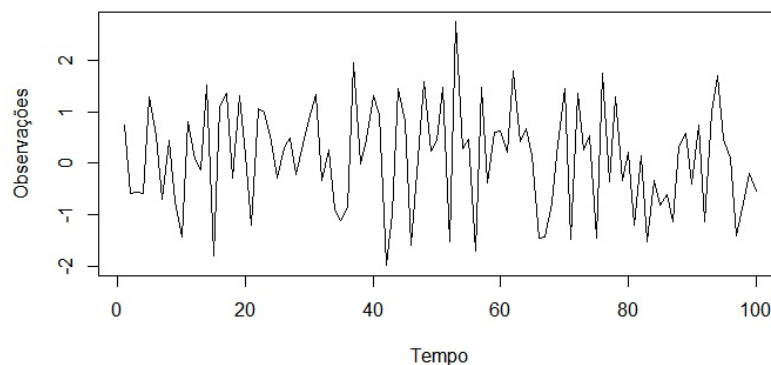


Figura 2: Exemplo de série temporal estacionária.

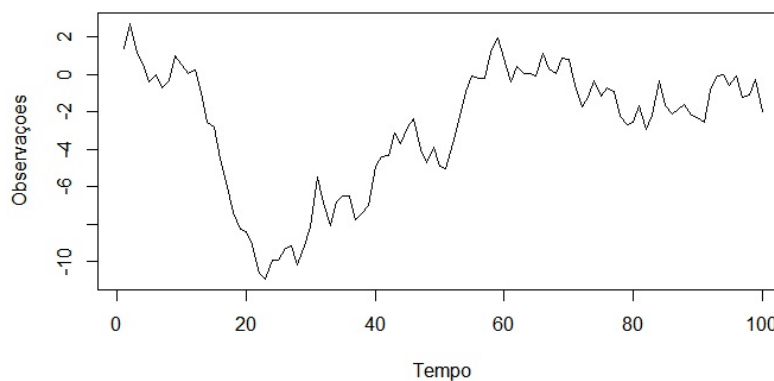


Figura 3: Exemplo de série temporal não-estacionária.

modelar tais séries, é necessário torná-las estacionárias. Um dos métodos mais comuns são as diferenças sucessivas dos dados originais até obter uma série estacionária. De forma geral as diferenças são realizadas da seguinte maneira:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}, \quad (3.5)$$

onde generalizando temos,

$$\Delta^n Z_t = \Delta[\Delta^{n-1} Z_t]. \quad (3.6)$$

3.1.3 Decomposição clássica da série temporal

Os métodos de decomposição assumem que uma série temporal é constituída por um conjunto de componentes não-observáveis. Dessa forma, pela identificação das componentes individuais presentes no padrão básico da série histórica de dados (tendência, ciclo, sazonalidade e aleatoriedade), conforme a Equação 3.7.

$$Z_t = f(T_t, C_t, S_t, a_t), \quad (3.7)$$

onde S_t corresponde à componente sazonal para o período t ; T_t é a componente de tendência no período t ; C_t é a componente de ciclo no período t e a_t é a componente aleatória no período t .

Tendência: A tendência representa o aumento ou declínio gradual nos valores das observações de uma série temporal.

Sazonalidade: A sazonalidade representa as flutuações da série de acordo com algum fator de sazonal.

Ciclo: O ciclo apresenta um comportamento similar à componente sazonal, embora tenha normalmente presente comprimento maior. Justamente pelo fato de não apresentar duração uniforme, a identificação da componente ciclo é mais problemática.

Aleatoriedade: A aleatoriedade representa as variações que não ocorrem com regularidade podendo alterar o comportamento da série.

3.1.4 Passeio aleatório

O passeio aleatório (*random walk*) é uma formalização matemática de um caminho que consiste numa sucessão de passos aleatórios. É um exemplo simples que representa em geral séries não estacionárias, como o movimento comum de preços e títulos. O passeio aleatório pode apresentar dois comportamentos:

1. Sem deslocamento: Quando não existe um termo constante ou intercepto $Z_t = Z_{t-1} + u_t$, em que u_t representa o choque aleatório ou o termo do ruído branco, com média zero e variância constante.
2. Com deslocamento: Existe um termo constante, $Z_t = \delta + Z_{t-1} + u_t$,
se $\delta > 1$, Z_t se desloca para cima
se $\delta < 1$, Z_t se desloca para baixo.

A variância do processo, seja ele com deslocamento ou não, cresce linearmente com o tempo, ou seja $Var(Z_t) = t\sigma^2$ (GUJARATI, 2006).

3.1.5 O Problema de Previsão

A idéia de se aplicar técnicas de previsão na análise de series temporais tem como intuito a identificação de estruturas e padrões existentes em seus dados históricos e a construção de um determinado modelo capaz de prever os próximos padrões temporais da série. Analisando uma certa janela temporal do passado e presente para a previsão dos pontos no futuro. Essa janela temporal é formada por um conjunto de pontos da série que trazem consigo informação suficiente para a previsão dos acontecimentos futuros. Estes pontos que compõem a janela temporal são chamados de retardos temporais (*ou lags*), podendo ser quaisquer pontos já observados na série.

Neste contexto, um fator primordial para um bom desempenho na previsão é a correta escolha dos retardos temporais. Desta forma, tais retardos temporais, quando relevantes à série, darão suporte à geração de estruturas de relacionamento entre os dados históricos de tal maneira a tornar possível a modelagem das leis que governam o fenômeno gerador da série, (TAKENS, 1981).

A habilidade de executar uma boa previsão dependerá da metodologia utilizada aliada ao fenômeno estudado pelo pesquisador. A escolha do melhor modelo ou técnica para previsão, dentre muitos fatores, depende do grau de precisão desejado, o horizonte de previsão, o custo tolerado e qual tipo de dados utilizados (ABRAHAM; LEDOLTER, 2009).

Diversos modelos lineares são encontrados na literatura, como o alisamento exponencial (ABRAHAM; LEDOLTER, 2009), a metodologia de Box & Jenkins (BOX; JENKINS; REINSEL, 2013) e os modelos de médias móveis (MORETTIN; TOLOI, 2006). Tratando de modelos não-lineares podemos citar: ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) ou GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). Para tais, existem modelagens alternativas como é caso das técnicas utilizando Redes Neurais Artificiais.

A metodologia de Box & Jenkins corresponde a três estágios principais: (1) identificação de modelos tentativos (e de seus parâmetros), (2) estimação, e (3) teste de adequação, aos quais se segue a aplicação do modelo para a previsão ou controle do sistema de geração dos valores observados (GUJARATI, 2006). Esses estágios podem ser observados conforme esquema da Figura 4.

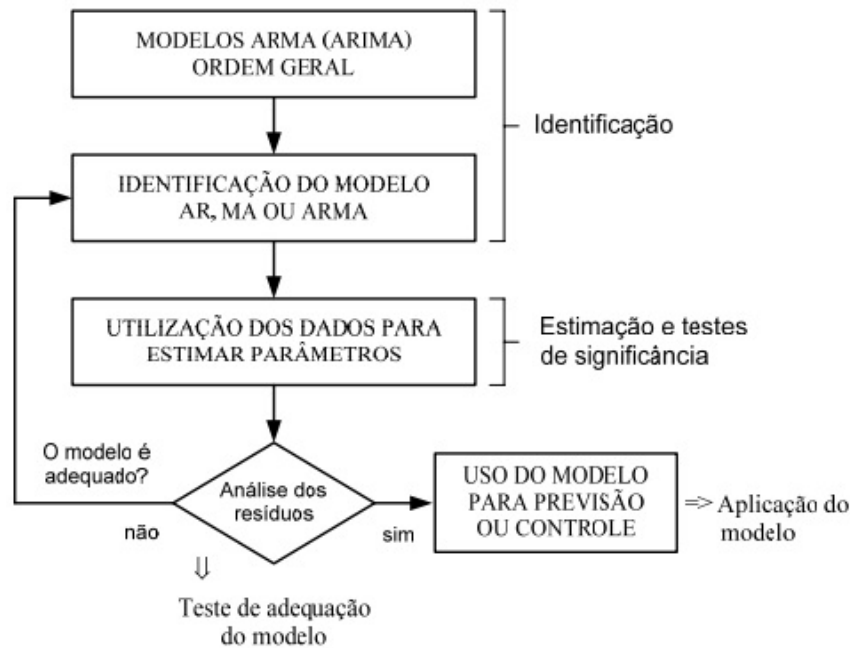


Figura 4: Estágios da metodologia de Box-Jenkins

3.2 Métricas de Análise de Previsão

A suposição básica de qualquer técnica de previsão de séries temporais é que o valor observado na série fica determinado por um padrão que se repete no tempo e por alguma influência aleatória. Isto significa dizer que mesmo quando o padrão que caracteriza o comportamento da série temporal tenha sido captado, algum desvio ainda existirá entre os valores da previsão e os valores realmente observados. Essa aleatoriedade não pode ser prevista; entretanto, se isolada, sua magnitude pode ser estimada e usada para determinar a variação ou erro entre as observações e previsões realizadas. A acurácia de um método de previsão pode ser mensurada através de muitas medidas de erro, tais como:

$$\epsilon_t = Z_t - \hat{Z}_t, \quad (3.8)$$

em que ϵ_t representa o erro de previsão, a diferença entre o valor real da série temporal no tempo t (Z_t) e o valor previsto no tempo t (\hat{Z}_t). Como não há apenas uma maneira universal adotada (pela literatura do ramo) para avaliar a predição, diferentes critérios de desempenho devem ser considerados para tornar robusta a avaliação dos resultados, (TASHMAN, 2000).

Serão apresentadas as medidas de avaliação de previsão mais usuais na literatura (FERREIRA; VASCONCELOS; ADEODATO, 2005).

3.2.1 MSE

O erro quadrático médio (MSE - *Mean Squared Error*) é expresso da seguinte forma:

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^N (Z_t - \hat{Z}_t)^2}{N}, \quad (3.9)$$

onde Z_t representa o valor da série no instante t , \hat{Z}_t é o valor previsto no instante t e N corresponde ao número de previsões efetuadas. Deseja-se que essa métrica seja a menor possível, em uma previsão perfeita o MSE será zero.

3.2.2 MAPE

O erro médio percentual absoluto (MAPE - *Mean Absolute Percent Error*).

$$MAPE = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=1}^N \frac{(Z_t - \hat{Z}_t)}{Z_t} \right|, \quad (3.10)$$

Para esta métrica quanto menor o valor, melhor são as previsões geradas pelo modelo. Na previsão perfeita irá assumir valor zero.

3.2.3 Estatística U de THEIL

O coeficiente de desigualdade U de Theil é uma métrica interessante para avaliar a acurácia preditiva do modelo. Esta medida é representada da seguinte forma:

$$THEIL = \frac{\sum_{t=1}^N (Z_t - \hat{Z}_t)^2}{\sum_{t=1}^N (Z_t - Z_{t+1})^2}. \quad (3.11)$$

Esta métrica mede o quanto os resultados estão melhores que uma previsão ingênua ou trivial, isto é, a melhor estimativa do próximo valor é o valor atual. Através desse coeficiente pode-se analisar a qualidade de uma previsão da seguinte maneira:

- Quando $THEIL = 1$, representa um passeio aleatório.
- Quando $THEIL > 1$, o erro do modelo é maior que o erro do passeio aleatório.
- Quando $THEIL < 1$, o erro do modelo é menor que o erro do passeio aleatório (boas previsões).

No modelo é ideal o valor desta estatística deve tender a zero.

3.2.4 ARV

Variância Relativa Média (ARV - *Average Relative Variance*)

$$ARV = \frac{\sum_{t=1}^N (Z_t - \hat{Z}_t)^2}{\sigma_z^2}, \quad (3.12)$$

onde σ_z^2 representa a variância da série temporal, sendo expressa da seguinte forma:

$$\sigma_z^2 = \sum_{t=1}^N (Z_t - \bar{Z})^2, \quad (3.13)$$

em que \bar{Z} representa o valor médio da série temporal.

Este índice pode ser visto como uma das medidas universais de qualidade de predição. Por exemplo, a predição perfeita é indicado por $ARV = 0$, enquanto que nos rendimentos médios de desempenho apresentam $ARV = 1$.

3.2.5 POCID

O POCID (*Prediction of Forecast the Alterations of Direction*) mede a porcentagem de acerto com a tendência da série, se o valor futuro irá subir ou ir cair em relação ao valor atual.

$$POCID = 100 \frac{\sum_{t=1}^N D_t}{N}, \quad (3.14)$$

$$D_t = \begin{cases} 1, & \text{Se } (Z_t - Z_{t-1})(\hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-1}) > 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.15)$$

No modelo ideal o valor do *POCID* é de 100% de acerto com relação às previsões.

3.3 Rede Neural Artificial

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são algoritmos originalmente baseados no funcionamento de sistemas neurais biológicos e, em particular, o cérebro humano (PERUS, 2001). As RNAs são sistemas paralelos distribuídos compostos por unidades de processamento simples, chamadas de neurônios ou nodos, que calculam funções matemáticas, normalmente não-lineares. Tais nodos são dispostos em um arranjo espacial composto geral-

mente por uma ou mais camadas e interligados por um grande número de conexões. Estas conexões, na maioria dos modelos estão associadas a pesos, os quais armazenam o conhecimento representado no modelo e servem como ponderadores para os sinais de entrada dos neurônios da rede.

Cada uma das unidades de uma RNA é condicionada a receber um sinal. Este sinal, ponderado pelos respectivos pesos das conexões de entrada da unidade, é processado por uma função matemática, chamada de função de ativação ou função de transferência, produzindo um novo sinal de saída que é propagado pela rede.

As RNAs possuem a capacidade de aprender através de exemplos, realizam interpolações dos dados e extrapolações das informações aprendidas. No processo de aprendizado de uma RNA a principal tarefa é a determinação da intensidade das conexões entre os neurônios, sendo os algoritmos de aprendizado utilizados para a adaptação destes parâmetros. Este algoritmo tem a finalidade de realizar o ajuste dos pesos das conexões para a melhor generalização possível da informação contida nos exemplos expostos (WHITE, 1989) .

Quanto ao problema de previsão as RNAs constituem uma ferramenta bastante atrativa devido as suas características intrínsecas de mapeamento de entradas e saídas. De forma contrária aos métodos baseados em modelos analíticos, as RNAs são métodos adaptativos baseados em dados, com nenhuma (ou quase nenhuma) suposição a priori do fenômeno em estudo (WAKUYA; SHIDA, 2001). As redes aprendem exclusivamente a partir de exemplos e capturam os relacionamentos e estruturas que possam vir a existir nos dados, mesmo que tais relações e estruturas sejam desconhecidas e/ou de difícil observação para especialistas humanos. Desta forma, as RNAs são adequadas para problemas cujas soluções requerem um conhecimento que não pode ser adquirido de forma simples, mas para os quais há quantidade de dados estatisticamente representativa, contendo a informação desejada. Neste sentido, as RNAs são tidas como um método estatístico não paramétrico não-linear multivariado (WHITE, 1989) e (CHENG; TITTERINGTON, 1994).

Existem diversos tipos de modelos de RNAs, e neste trabalho utilizou-se Redes Multi-Layer Perceptron (MLP), devido a sua praticidade e eficiência. Essas redes são compostas tipicamente por algumas camadas de neurônios. A primeira camada é conhecida como camada de entrada, onde a informação é apresentada à rede. A última camada é chamada de camada de saída, onde respostas finais do modelo são produzidas. A camada de entrada e a camada de saída são separadas por uma ou mais camadas, chamadas de camadas intermediárias, camadas escondidas ou camadas ocultas (HAYKIN, 2001).

Os neurônios de uma camada são conectados a outros neurônios da camada adjacente. Se cada neurônio de uma determinada camada for conectado a todos os neurônios da próxima camada tem-se uma rede MLP totalmente conectada, como ilustra a Figura 5.

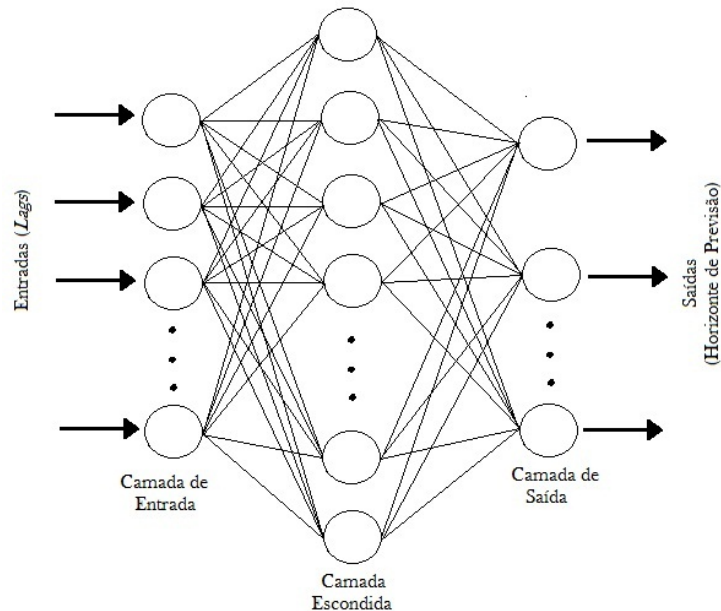


Figura 5: Rede MLP de três camadas totalmente conectada

Antes da RNA desempenhar qualquer tarefa, esta deve passar por um processo de aprendizagem. Uma rede MLP é treinada de forma supervisionada, para cada padrão de entrada exibido à rede é exibido um padrão de saída, forçando a rede a ajustar seus pesos (aprendizado) de forma a conseguir realizar o mapeamento entre o padrão de entrada e o padrão de saída, através da minimização do erro entre a saída da rede e a resposta desejada (ou o padrão de saída), como esquematizada na Figura 6.

As redes podem ser treinadas pelo Aprendizado Supervisionado, quando é utilizado um agente externo que indica à rede a resposta desejada para o padrão de entrada; Aprendizado Não Supervisionado (auto-organização), quando não existe um agente externo indicando a resposta desejada para os padrões de entrada.

3.3.1 Função de Ativação

A função de ativação determina o relacionamento entre as entradas e saída de um neurônio e, em geral, introduz um grau de não linearidade na maioria das redes. A função de ativação, definida por $f(\cdot)$, pode ter diversos formatos, dependendo do tipo de saída do problema em estudo. Destacam-se três tipos básicos: Função de Limiar, Linear por

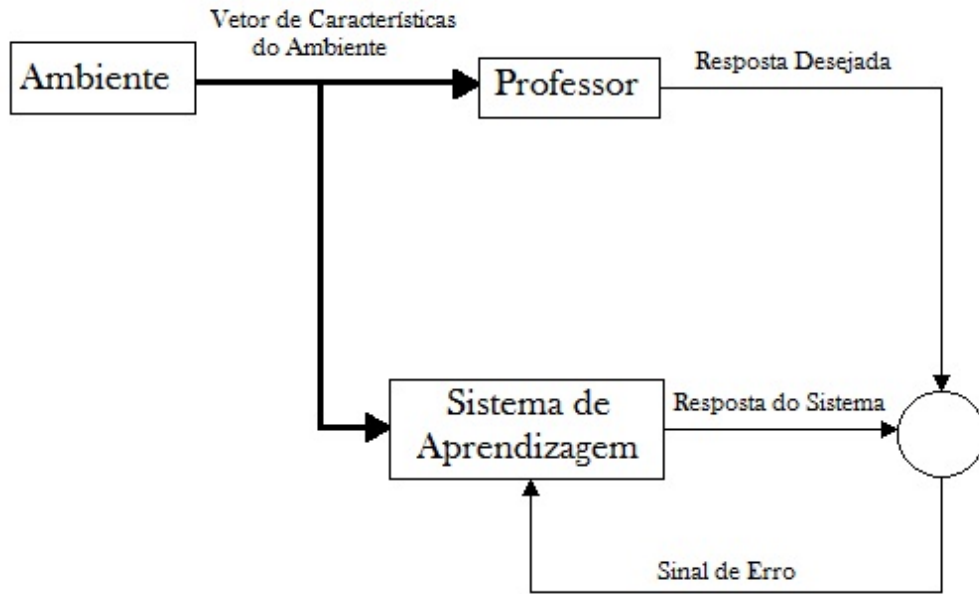


Figura 6: Esquema do processo de aprendizagem supervisionada.

Partes e Sigmóide. A descrição das funções de ativação será direcionada apenas à função sigmóide que será usada na dissertação.

A função sigmóide é a forma mais comum de função utilizada na construção de RNAs, é caracterizada por ser uma função estritamente crescente e definida como:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda x)}, \quad (3.16)$$

em que λ é o parâmetro de inclinação da função. Esta função possui o intervalo contínuo variando entre 0 e 1, como pode ser visto na Figura 7.

3.3.2 Rede Neural e Previsão de Séries Temporais

Uma das técnicas de inteligência computacional comumente usadas na tentativa de prever séries temporais é o treinamento de redes neurais. Estas são baseadas na arquitetura e aprendizagem do cérebro humano. Segundo Zhang et. al. (1998), além de considerarem as linearidades presentes entre as entradas e as saídas, as Redes Neurais Artificiais (RNAs) possuem características muito interessantes:

1. Não requerem, a priori, informações sobre o modelo, pois aprendem a partir de exemplos e, assim capturam relações funcionais entre os dados mesmo se tais relações

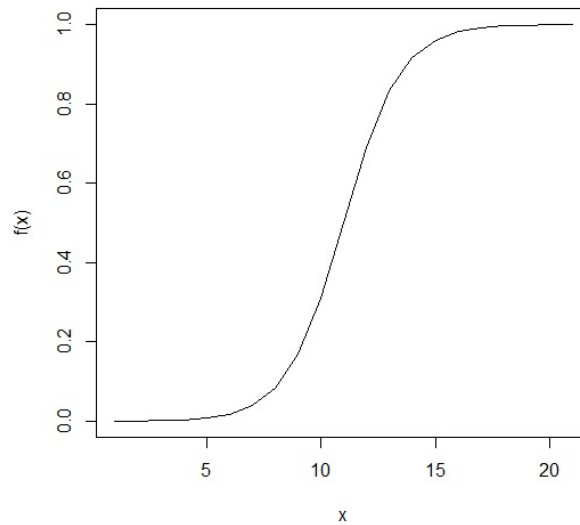


Figura 7: Função de sigmóide com parâmetro de inclinação $\lambda = 0,8$

forem dificilmente descritíveis. Para que uma RNA possa aprender e garantir um bom desempenho no resultado, o conjunto de dados disponíveis deve ser suficientemente diverso. Nesse sentido, esses modelos podem ser tratados como um método estatístico multivariado não-paramétrico e não-linear.

2. Têm a capacidade de generalizar. Após a fase de aprendizagem, quando já possuem algum conhecimento sobre as características do conjunto de dados, as RNAs conseguem inferir na população restante mesmo se os dados amostrais contêm ruído nas informações.
3. As MLP são aproximadores universais, isto é, podem aproximar uma função contínua, definida sob um domínio compacto, com a precisão desejada.

Estudos comparando o desempenho dos modelos de RNAs e das clássicas abordagens de Box & Jenkins para previsão de séries temporais foram realizados como pode ser encontrado em (ZHANG; PATUWO; HU, 1998).

3.4 Algoritmo Genético

3.4.1 Introdução

A idéia principal comum por trás de todas essas técnicas da computação evolutiva é basicamente a mesma: dada uma população de indivíduos, a pressão ambiental faz com que a seleção natural (sobrevivência do mais apto) selecionando indivíduos mais adaptados ao ambiente, o que provoca um aumento na aptidão da população.

Cria-se aleatoriamente um conjunto de soluções candidatas. Cada uma dessas possíveis soluções são chamadas de indivíduos, e o grupo de indivíduos de população. Os indivíduos serão avaliados quanto à sua adaptação ao meio através de uma medida abstrata, a função de *fitness* - quanto maior melhor. Com base no *fitness*, alguns dos melhores candidatos são escolhidos como sementes para a próxima geração, onde são aplicados os operadores de recombinação e/ou mutações para a formação da nova geração.

A recombinação é um operador aplicado a dois ou mais candidatos selecionados (os chamados pais) e os resultados são um ou mais novos candidatos (os filhos). A mutação é aplicada a um único candidato e o resultado é um novo candidato. A realização de recombinação e mutação leva a um conjunto de novos candidatos (prole) que irão competir - com base em seu *fitness*, com os antigos indivíduos da população por um lugar na geração seguinte (seleção dos sobreviventes). Este processo pode ter iterações até que um candidato com qualidade suficiente (uma solução) ou quando o processo atinge ao limite computacional previamente definido (critério de parada), (Figura 8).

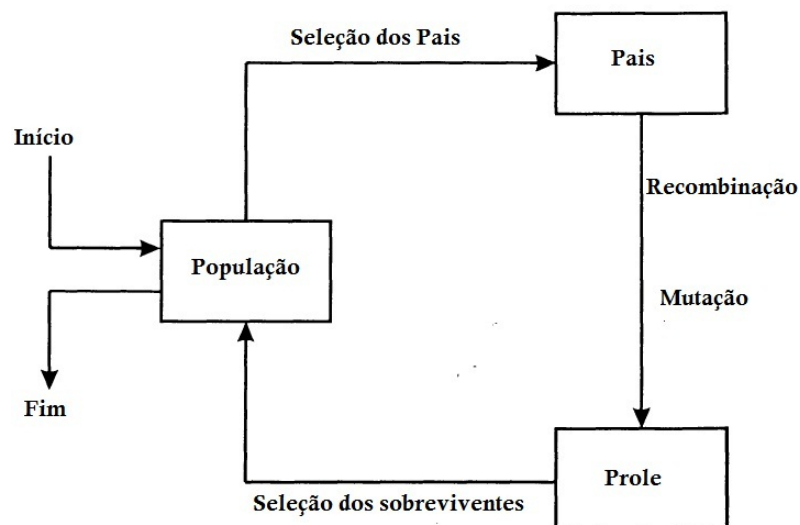


Figura 8: Esquema geral de algoritmos evolutivos.

Neste processo existem duas forças fundamentais que formam a base dos sistemas evolutivos: Os operadores de variação (recombinação e mutação), criam a necessária diversidade e facilita o surgimento de características novas na população; Os atos de seleção como uma força melhorando a qualidade dos indivíduos. O operador de recombinação, combina gens de diferentes pais, buscando a melhor combinação dentre as características encontradas na população e a mutação é utilizada para criar a diversidade na população, mas principalmente para obter novos espaços de busca.

Em particular, os Algoritmos Genéticos (AGs) são uma classe de algoritmos evolutivos que utilizam idéias inspiradas na Teoria da Evolução de Charles Darwin. Seguindo esta teoria, dado um ambiente finito e limitado, uma população de uma espécie será constituída por um número finito de indivíduos (unidades de seleção). Cada um destes indivíduos têm duas metas básicas, alimentação e reprodução, sendo o sucesso de cada um proporcional as suas respectivas adaptações ao ambiente (EIBEN; SMITH, 2003). Como os indivíduos mais bem sucedidos têm maiores chances de reproduzirem, haverá uma tendência de estagnação do genótipo da população, ocasionando perda de generalidade. Sabiamente, a natureza mantém a diversidade em uma população de indivíduos através de algum mecanismo de mutação, que de forma casual dá origem a novos indivíduos, não restringindo a população ao subespaço genótipo dos melhores membros da espécie. Assim, com o passar do tempo, há uma mudança na constituição da população e, devido à pressão evolutiva, o sistema tende a se adaptar ao meio.

Este processo é bem observado pela noção de uma superfície adaptativa. Nesta superfície sua altura representa o *fitness*, onde quanto maior a altura maior a aptidão. As outras dimensões correspondem às características biológicas (genótipo), como se observa na Figura 9.

Na Figura 9, o plano x-y retém todas as possíveis combinações das variáveis. Os valores do eixo z mostram seus *fitness*. Desta forma, uma dada população pode ser representada como um conjunto de pontos desta superfície, sendo cada ponto um indivíduo realizando uma possível configuração destas variáveis. A evolução é então o processo de avanços graduais da população para altas altitudes, movidas pela variação e seleção natural. Existem problemas nos quais há um número de pontos que são melhores do que todas suas soluções vizinhas. Cada um desses pontos constituem um ótimo local (soluções sub-ótimas). Se este ponto for o de maior altitude de toda a superfície, este ponto é chamado de ótimo global (solução ótima), (EIBEN; SMITH, 2003).

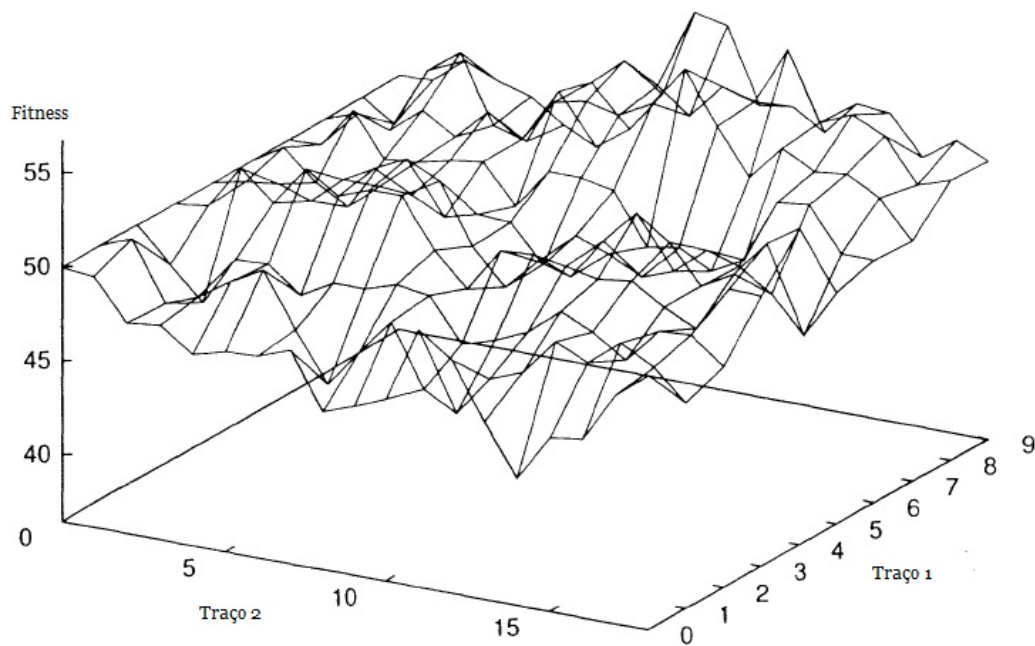


Figura 9: Ilustração de uma superfície adaptativa com duas variáveis genóticas.

3.4.2 Indivíduos

Os AGs são inicializados com uma população de indivíduos, onde cada um desses indivíduos é uma possível solução para o problema em estudo. O indivíduo é formado basicamente por um *cromossomo*, pois fazendo analogia à biologia, contém todas as informações necessárias para representar um indivíduo.

Em algumas situações os cromossomos podem assumir estruturas complexas contendo várias hierarquias, mas na maioria das vezes, o cromossomo é apenas um vetor, onde cada um de seus elementos é um *gen*. O *gen* é tipicamente expresso como um caractere, ou uma string de caracteres, escrito em um alfabeto, que codifica uma determinada característica o indivíduo, ou seja, um parâmetro da solução (FERREIRA, 2006).

3.4.3 Seleção

Dentre os procedimentos para a seleção de indivíduos, existem dois métodos que merecem uma maior atenção: seleção por torneio e seleção por roleta (FERREIRA, 2006).

No método de seleção por torneio, são escolhidos aleatoriamente uma certa quantidade de indivíduos da população, e a partir destes escolhe-se o mais apto (maior valor de *fitness*). Tal procedimento é repetido para a seleção de um par de indivíduos (os pais) que gerem novos indivíduos (os filhos).

No método por roleta, tem-se um procedimento de seleção por amostragem estocástica, onde o indivíduo mais apto terá uma maior chance de sobreviver. Desta forma, para uma população com P indivíduos, a probabilidade de um indivíduo i ser selecionado é,

$$Pr(ind_i) = \frac{f(ind_i)}{\sum_{j=1}^P f(ind_j)}. \quad (3.17)$$

onde ind_i está representando o indivíduo i , P é a quantidade de indivíduos e o $f(.)$ é a função de custo ou *fitness*.

De acordo com Equação 3.17 a probabilidade de um certo indivíduo ser selecionado é diretamente proporcional ao seu valor de *fitness* e inversamente proporcional ao somatório dos valores de *fitness* de todos os indivíduos da população.

3.4.4 Operadores Genéticos

Os operadores utilizados pelo AG correspondem a versões abstratas dos operadores encontrados na evolução de um sistema biológico. Os dois operadores mais comuns são os operadores de cruzamento (*crossover*) e os operadores de mutação.

Os operadores de cruzamento são responsáveis pela geração dos cromossomos filhos a partir dos cromossomos pais, misturando os genes dos indivíduos pais para a obtenção dos novos cromossomos. Por exemplo, o *bit* na posição i do cromossomo filho é gerado a partir de uma cópia do *bit* da posição i do cromossomo do pai_1 ou do cromossomo do pai_2 . A escolha de qual pai irá ser o doador de um certo gene é determinada por uma string adicional chamada máscara de cruzamento, escrita em binário e de mesmo comprimento dos cromossomos da população. Se o *bit* da máscara na posição i for 1, então o gene na posição i do pai_1 será repassado para o filho, e caso o valor do *bit* seja 0, então é o pai_2 que irá repassar o *gene* (e vice e versa). Neste tipo de cruzamento são gerados dois filhos para cada par de pais, como também é o caso para o cruzamento de um ponto, dois pontos ou múltiplos pontos (FERREIRA, 2006).

O operador mutação é considerado um operador secundário e consiste em inverter cada *bit* do cromossomo com uma probabilidade de mutação, geralmente muito baixa. É aplicado depois do cruzamento a todos os descendentes, nos quais cada *bit* será modificado. Portanto, a mutação é necessária para a introdução e manutenção da diversidade genética da população. Fornece assim, meios para introdução de novos elementos na população. Desta forma, a mutação assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do

espaço de busca nunca será zero, além de contornar o problema de mínimos locais, pois com este mecanismo, altera-se levemente a direção da busca.

Os cruzamentos, bem como as mutações podem ocorrer em um único ponto, em dois pontos ou em múltiplos pontos, como pode ser visto na Figura 10.

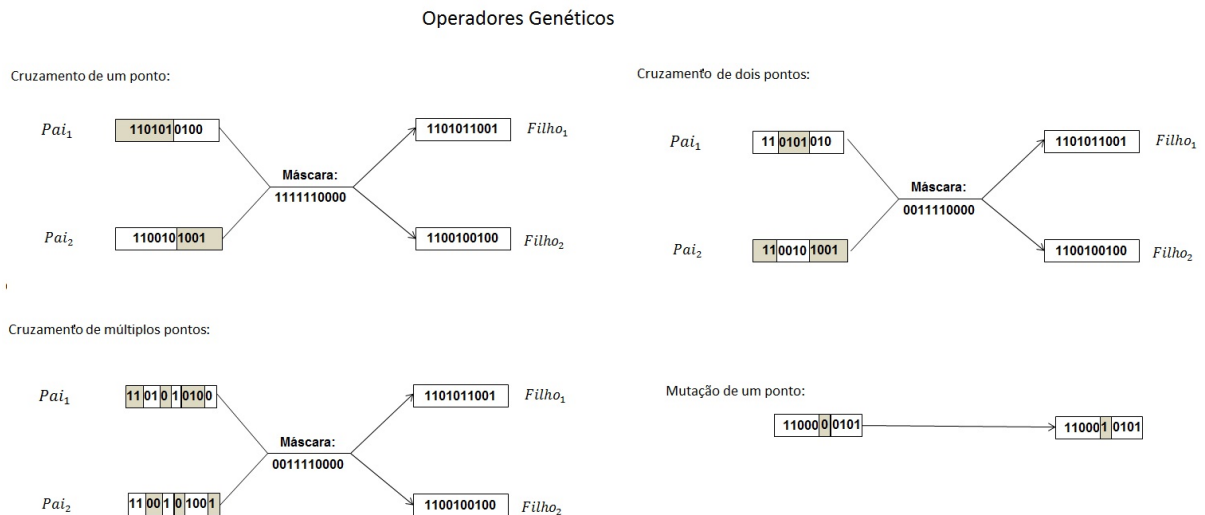


Figura 10: Operadores genéticos aplicados nos AGs binários.

3.5 Análise Envoltória de Dados

O histórico do método de Análise Envoltória de Dados (DEA) inicia com a tese de doutorado de Edward Rhodes, apresentada à Carnegie Mellow University, em 1978, sob orientação de W. W. Cooper. A tentativa de estimação da eficiência técnica de escolas com múltiplos insumos e produtos, resultou na formulação do modelo CCR (abreviatura dos sobrenomes dos autores Charnes, Cooper e Rhodes) e com a publicação do primeiro artigo no *European Journal of Operations Research*, no mesmo ano (COOPER; SEIFORD; TONE, 2007).

Esta é uma técnica não-paramétrica que emprega programação matemática para construir fronteiras de produção de unidades produtivas - DMUs (*Decision Making Units*) que empregam processos tecnológicos semelhantes para transformar múltiplos insumos em múltiplos produtos. Tais fronteiras são empregadas para avaliar a eficiência relativa dos planos de operação executados pelas DMUs e servem, também, como referência para o estabelecimento de metas eficientes para cada unidade produtiva (MEZA et al., 2003).

As unidades analisadas no processo - DMUs - seguem alguns procedimentos:

- i) as unidades em análise devem ser comparáveis;
- ii) devem atuar sob as mesmas condições;
- iii) os fatores (insumos e produtos) devem ser os mesmos para cada unidade, diferindo na intensidade ou na magnitude.

A Análise por Envoltória de Dados define a curva de eficiência (ou de máxima produtividade), considerando a relação ótima insumo/produto (Figura 11). Assim, são identificadas as unidades que obtiveram a alocação ótima entre insumos e produtos, que são, então, chamadas de eficientes e estão posicionadas na curva de máxima eficiência relativa.

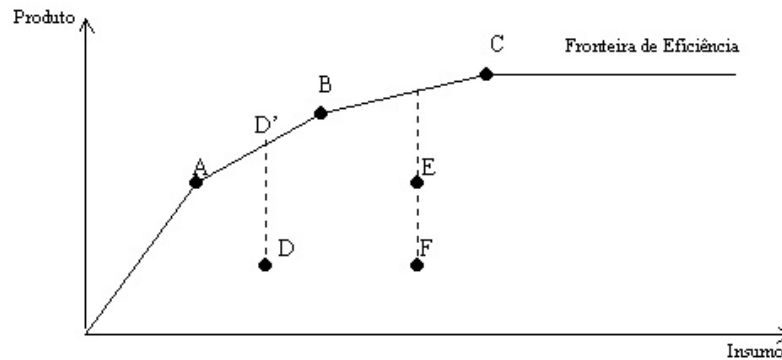


Figura 11: Fronteira de eficiência com um único insumo e um único produto.

De acordo com a Figura 11, pode-se dizer que:

- Os planos de operação observados A, B e C estão na fronteira de eficiência: portanto são eficientes;
- Os planos D, E e F são ineficientes, pois estão sob a fronteira;

Qualquer plano de operação pertencente a fronteira é eficiente, assim, qualquer um deles pode ser meta para as DMUs ineficientes; Na hipótese de ser desejado o aumento da produção mantendo-se o nível de consumo observado, pode se dizer que:

- Os planos A e B são referência para a DMU que executou o plano D; o plano D', combinação dos planos eficientes A e B, pode ser tomado como meta para essa DMU;

- Os planos B e C são referência para as DMUs que executaram os planos E e F; o plano F é mais ineficiente que o plano E visto estar mais distante da fronteira (região BC).

3.5.1 Modelos do DEA

Em sua essência, os diferentes modelos DEA procuram estabelecer qual subconjunto das J DMUs determina a fronteira de eficiência empírica para certas hipóteses sobre a tecnologia e para dada medida de eficiência. Tais modelos diferem, fundamentalmente, quanto ao tipo de orientação da medida de eficiência (direção da projeção do plano ineficiente à fronteira) e quanto às suposições sobre o retorno de escala exibido pela tecnologia de produção.

Existem duas classes de modelos DEA mais tradicionais. O CCR, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978, 1979), é o modelo que aponta as diferenças de desempenho entre as DMUs de forma mais crítica, pois assume retornos de escala constantes. O outro modelo é o BCC, introduzido por Banker, Charnes e Cooper em 1984, que assume retornos de escalas variáveis. Portanto, esses modelos trabalham com diferentes tipos de tecnologias e, conseqüentemente, geram fronteiras de eficiência diferentes e medidas de eficiência diferentes.

1. **Modelo CCR:** Este modelo trabalha com retorno constante de escala (CRS), isto é, qualquer variação nas entradas (*inputs*) produz variação proporcional nas saídas (*outputs*). Assim deseja-se,

$$\max h_0 = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}}$$

sujeito a

$$\frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{ik}} \leq 1, k = 1, \dots, n$$

$$u_j, v_i \geq 0 \quad \forall i, j.$$

Mediante alguns artifícios matemáticos, esse modelo pode ser linearizado, transformando-se em um Problema de Programação Linear (PPL), conforme apresentado a seguir:

$$\max h_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, k = 1, 2, \dots, n \\ u_j, v_i &\geq 0 \forall i, j. \end{aligned}$$

É resolvido um modelo de programação linear por cada *DMU*. Logo, para n *DMUs*, são resolvidos n PPLs, com $r+s$ variáveis de decisão. O modelo apresentado é a base de todos os outros modelos desenvolvidos em DEA. Além do índice de eficiência, os modelos DEA fornecem, para cada *DMU*, os pesos das variáveis, os *benchmarks* e os alvos para as *DMUs* ineficientes (esses dois últimos são determinados a partir dos valores das variáveis duais, ou seja, com a resolução dos PPLs duais).

Onde: h_0 = eficiência da *DMU* 0 (zero).

r = quantidade total de *inputs*

s = quantidade total de *outputs*

n = quantidade total de *DMU*.

y_{jk} = valor do *output* j para a *DMU* $_k$.

x_{ik} = valor do *input* i para a *DMU* $_k$.

u_j = peso referente ao *output* j .

v_i = peso referente ao *input* i .

y_{j0} = valor do *output* j para a *DMU* $_0$ (*DMU* observada).

x_{i0} = valor do *input* i para a *DMU* $_0$ (*DMU* observada).

2. **Modelo BCC:** Utiliza o retorno variável de escala (VRS), procurando, assim, evitar problemas existentes em situações de competição imperfeita. O BCC (VRS) é usado quando ocorrem Retornos Variáveis de Escala, sejam eles crescentes ou decrescentes ou mesmo constantes. No modelo BCC (VRS), os escores de eficiência dependem da orientação escolhida (MEZA et al., 2003). Caso se pretenda maximizar h , a formulação do modelo BCC é a seguinte:

$$\text{Maximize: } h_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - w$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 1 \quad (3.18)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + w \leq 0, \forall j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (3.19)$$

Portanto, esses modelos trabalham com diferentes tipos de tecnologias e, consequentemente, geram fronteiras de eficiência diferentes e medidas de eficiência diferentes.

4 Metodologia

Neste capítulo é apresentado os procedimentos adotados para realização das simulações, para o DEA, para o AG e descrição das séries temporais.

4.1 Introdução

Esta dissertação é um estudo do impacto do uso da função de *fitness* no processo evolucionário de definição dos parâmetros de uma Rede Neural Artificial (RNA). Utilizou-se um sistema híbrido inteligente, composto pela combinação entre as RNAs e Algoritmo Genético (AG), aplicado ao problema de previsão de séries temporais.

O algoritmo para a implementação do sistema híbrido foi utilizada a linguagem de programação C. As análises dos dados através do DEA foi utilizado o ambiente R versão 2.14, com o suporte dos pacotes FEAR (WILSON, 2008) e Benchmarking (BOGETOFT; OTTO, 2011).

4.2 Procedimento para as simulações

As funções de *fitness* desempenham um papel importante no ajuste dos parâmetros no processo de busca de solução em uma RNA, sua função é servir como “guia” para encontrar a solução. Elas são representadas em dois grupos:

$$G1 : fitness = \frac{1}{1 + erro}, \quad (4.1)$$

$$G2 : fitness = \frac{POCID}{1 + erro} \quad (4.2)$$

onde o *erro* representa as métricas de desempenho de previsão da série temporal, que devem ser minimizadas, e suas combinações duas a duas.

As funções de ativações requerem valores normalizados para os dados de entrada das redes neurais, visando não ultrapassar os limites de saturação. A função de ativação utilizada foi a função sigmóide. A normalização linear consiste em considerar os valores mínimo e máximo de cada atributo no ajuste da escala, mapeando esse atributo no intervalo fechado $[A, B]$, onde para o caso aqui abordado de 0 (zero) até 1 (um) (GOLDSCHMIDT; PASSOS, 2008). A equação que define a normalização linear é descrita como:

$$x_n = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}(B - A) \quad (4.3)$$

x_n = valor normalizado

x_i = valor do atributo a ser normalizado

x_{min} = valor mínimo do atributo a ser normalizado

x_{max} = valor máximo do atributo a ser normalizado

A = Limite inferior do intervalo desejado

B = Limite superior do intervalo desejado

Após normalizar os dados, a série é dividida em três partes:

1. Conjunto de treinamento (50% da massa total de dados)
2. Conjunto de validação (25% da massa total de dados)
3. Conjunto de teste (25 % da massa total dos dados)

O conjunto de treinamento foi utilizado na fase de ajuste dos pesos da RNA (fase treinamento). O conjunto validação para a verificação da generalização do processo de treinamento. E o conjunto de teste na avaliação do desempenho final.

A arquitetura da rede neural foi disposta da seguinte maneira: camada de entrada com 3 nós (representando os *lags* de previsão), camada escondida com 5 nós e 1 nó na camada de saída (representando o horizonte de previsão).

Nessa dissertação foram utilizadas 20 funções de *fitness* diferentes, baseadas nas métricas de análise de previsão apresentadas no Capítulo 2. A Tabela 1 define o conjunto de funções de *fitness* que foram analisadas.

Tabela 1: Funções de *fitness*

Código	Função de <i>fitness</i>	Código	Função de <i>fitness</i>
F1	$\frac{1}{1+ARV}$	F11	$\frac{POCID}{1+ARV}$
F2	$\frac{1}{1+MSE}$	F12	$\frac{POCID}{1+MSE}$
F3	$\frac{1}{1+MAPE}$	F13	$\frac{POCID}{1+MAPE}$
F4	$\frac{1}{1+THEIL}$	F14	$\frac{POCID}{1+THEIL}$
F5	$\frac{1}{1+MSE+ARV}$	F15	$\frac{POCID}{1+MSE+ARV}$
F6	$\frac{1}{1+MSE+MAPE}$	F16	$\frac{POCID}{1+MSE+MAPE}$
F7	$\frac{1}{1+MSE+THEIL}$	F17	$\frac{POCID}{1+MSE+THEIL}$
F8	$\frac{1}{1+ARV+MAPE}$	F18	$\frac{POCID}{1+ARV+MAPE}$
F9	$\frac{1}{1+ARV+THEIL}$	F19	$\frac{POCID}{1+ARV+THEIL}$
F10	$\frac{1}{1+MAPE+THEIL}$	F20	$\frac{POCID}{1+MAPE+THEIL}$

4.3 Procedimento para o DEA

A idéia para introduzir o conceito de análise da eficiência nos interesses desse trabalho está em considerar os insumos (*inputs*) como sendo a arquitetura da rede que será treinada (OLANREWAJU; JIMOH; KHOLOPANE, 2011) e (YUN; ARAKAWA; NAKAYAMA, 2004). Os produtos (*outputs*) serão considerados como as medidas de qualidade na previsão, baseado nos erros. Todas essas entradas e saídas serão baseadas de modo que se possam comparar as DMUs, que no nosso caso serão as funções de *fitness*. Cada DMU será uma função de *fitness* diferente e irá indicar quais as melhores combinações de modelos irão gerar as melhores previsões.

Para o DEA analisou-se o caso geral, em que todos os *inputs* são minimizados conjuntamente em relação ao *output* e, o caso específico, onde cada *input* é minimizado separadamente em relação ao *output*. Em cada série, as simulações foram feitas para cada função de *fitness* (20 funções de *fitness*) e repetida 30 vezes, gerando um total de 600 melhores indivíduos, que são as DMUs. Para o melhor indivíduo encontrado calculou-se as métricas de desempenho de previsão, ver em apêndice Tabela 15.

Foi utilizado o teste de hipóteses para decidir qual metodologia DEA cada série utilizaria, se o modelo CRS (*Constant Return of Scale*) ou VRS (*Variable Return of Scale*) baseado num teste de hipótese aplicado a DEA (BOGETOFT; OTTO, 2011). O intuito do teste aplicado é verificar se o conjunto de K *DMUs* apresenta retorno constante de escala (hipótese nula - H_0), contra a hipótese de que apresenta retorno variáveis de escala (hipótese alternativa). A estatística de teste é dada pela razão entre a eficiência das K *DMUs* considerando retorno de escala constante e as eficiências considerando retornos de escala variável, ou seja,

$$W = \frac{\sum_{k=1}^K E_{CRS}^k}{\sum_{k=1}^K E_{VRS}^k} \quad (4.4)$$

onde E_{CRS}^k e E_{VRS}^k , representam a estimativa da eficiente da *DMU* k , considerando retorno de escala constante e variável, respectivamente. Rejeita-se a hipótese nula se $W < c_\alpha$, em que representa o valor crítico. Como não se sabe a distribuição de W sob H_0 , então não se pode calcular c_α diretamente, o método *bootstrap* (ver anexo) estima a distribuição de W sob H_0 . Para tal realizou-se 2000 repetições e utilizou α de 5%, em que α é o nível de significância do teste de hipótese.

Dado que foi escolhido o modelo mais adequado para a série temporal (retorno de escala constante ou retorno de escala variável). Utiliza-se os resultados os valores gerados pelo método de *bootstrap*, eficiência, estimativa com correção de viés e intervalo de confiança para análise dos resultados. A estimativa da correção do viés tem o objetivo de obter estimativas mais seguras para as eficiências calculadas através da aplicação do método *bootstrap* que aproxima assintoticamente a distribuição dos estimadores das eficiências (SIMAR; WILSON, 1998). A rotina do software R através do pacote FEAR e aplicação da função *boot.sw98* que calcula as estimativas das eficiências utilizando o método *bootstrap* (BOGETOFT; OTTO, 2011)

4.4 Procedimento para o AG

No algoritmo genético iniciou-se uma população com dez indivíduos, gerados aleatoriamente. Para realização dos procedimentos, adotou-se os seguintes critérios:

- Tamanho da população: 10 indivíduos;
- Seleção dos indivíduos: Método da roleta;

- Probabilidade de mutação = 10%.

4.5 Descrição das Séries Temporais

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de séries históricas econômicas/financeiras, como como *Dow Jones* e S&P500, e fenômenos naturais, como a série *Sunspot*, obtidos em diferentes órgãos específicos de cada área.

4.5.1 *Dow Jones*

O índice de *Dow Jones* utiliza 30 ações que representam todos os importantes fatores industriais, consolidando um índice capaz de refletir o comportamento médio das ações relativas ao parque industrial relativo às grandes empresas multi-nacionais, que segue a tendência de uma economia globalizada.

A série do índice de *Dow Jones Industrial Average* (DJIA) é constituída por observações diárias do índice a partir de 17 de novembro de 1994 até 26 de agosto de 2003, totalizando 3205 observações. A Figura 12 apresenta os valores normalizados da série.

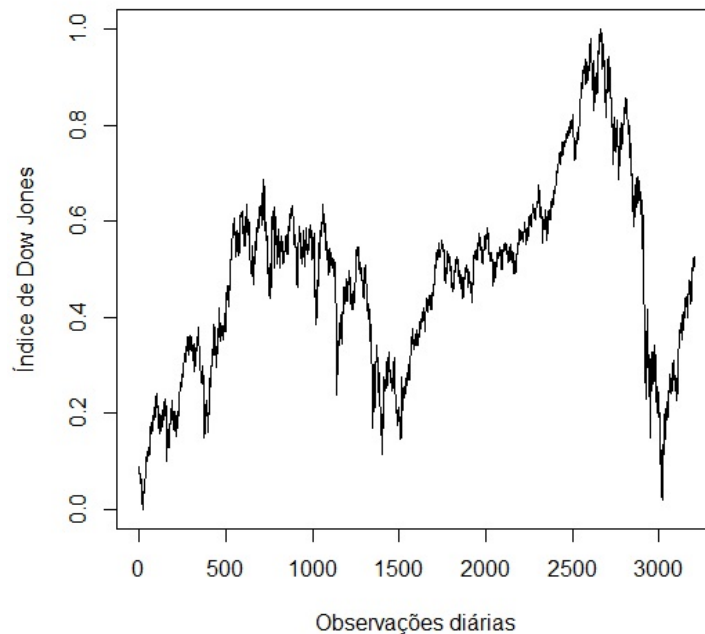


Figura 12: Gráfico do Índice de *Dow Jones* (série normalizada de 0 a 1).

4.5.2 *Sunspot*

As manchas solares são regiões na superfície do sol com campos magnéticos de magnitude de vezes maior do que o campo magnético da Terra, geralmente apresentando-se em grupos. O número de manchas solares varia de maneira irregular ao longo de um ciclo de aproximadamente 11 anos (LYRA, 2008). A quantidade de manchas são resultados do cálculo pela contagem do número de grupos e o número de manchas individuais, seguindo a seguinte expressão:

$$R = k(10G + Q), \quad (4.5)$$

onde Q é o número de manchas individuais, G é o número de manchas em grupo e k é um fator de qualidade (usualmente menor que 1). A Figura 13 apresenta uma ilustração das manchas solares.

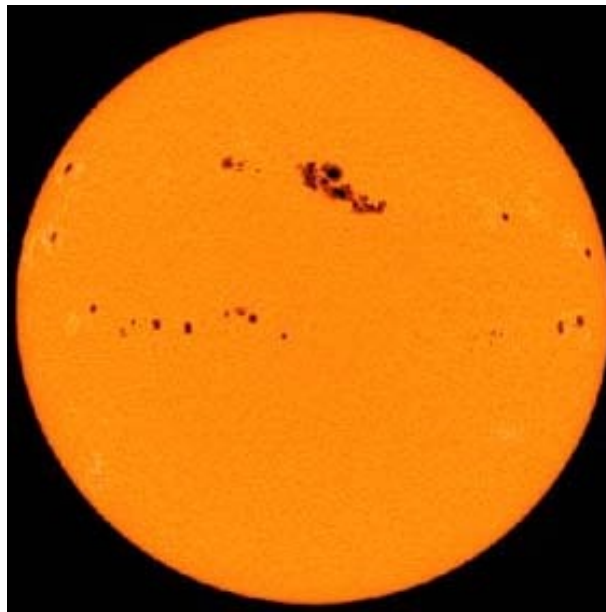


Figura 13: Projeção do sol com manchas solares.

A série de manchas solares (*sunspot*) utilizada constitui das medidas totais anuais das manchas de sol do ano 1700 até 1988, totalizando 289 observações. Na Figura 14 pode ser observado o comportamento periódico desta série.

4.5.3 S&P 500

O S&P500 (*Standard & Poor 500*) é um índice ponderado de mercado valores das ações mais negociadas na *New York Stock Exchange* (NYSE), *American Stock Exchange*

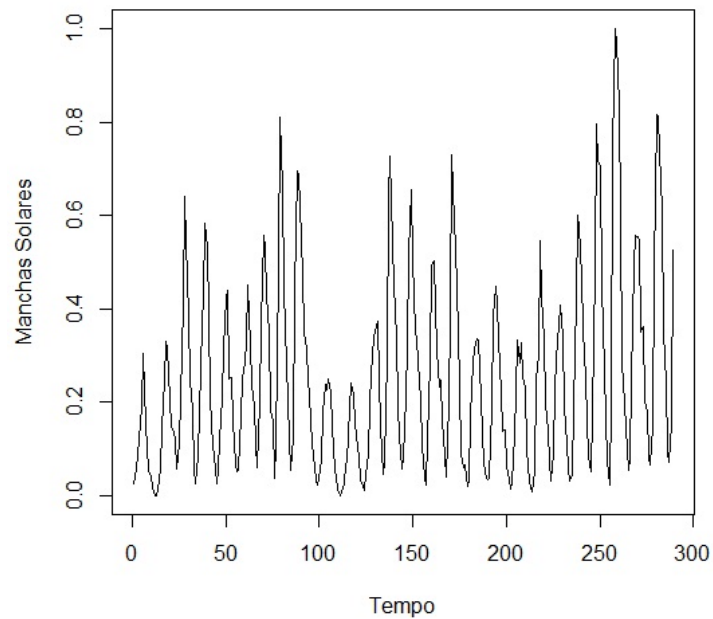


Figura 14: Gráfico anual das manchas solares, (série normalizada de 0 a 1).

(AMEX) e Nasdaq Sistema Nacional de Mercado. A série S&P500 corresponde com observações mensais, de janeiro de 1970 a agosto 2003, constituindo um banco de dados de 369 pontos. A Figura 15, mostra o comportamento com tendência crescente da série.

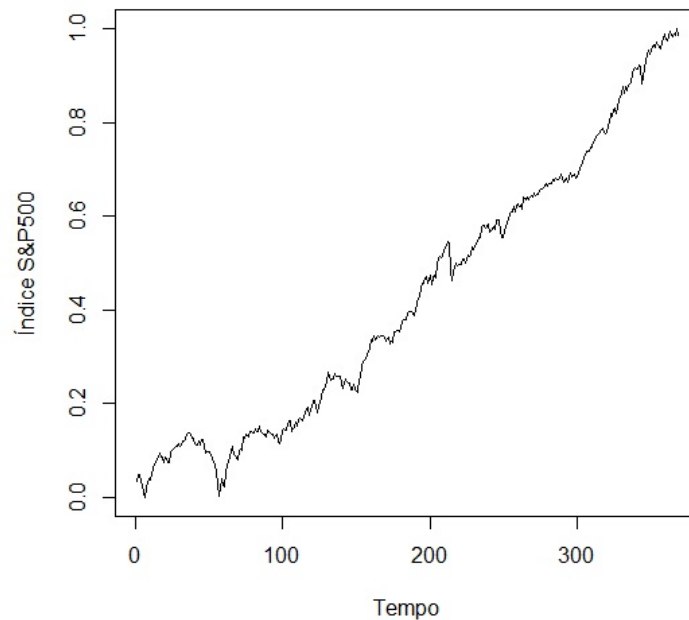


Figura 15: Gráfico da série mensal S&P500, (série normalizada de 0 a 1).

5 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos das análises efetuadas nas três séries temporais apresentadas no Capítulo 4. As discussões envolvem o processo de otimização das funções de *fitness* utilizando a DEA e a contribuição para o entendimento do comportamento das métricas de desempenho em relação a cada série temporal.

5.1 Comparação entre os grupos de DMUs

Cada função de *fitness* utilizada nesta dissertação é considerada como uma DMU. Colocando em termos econômicos, as unidades que foram mais produtivas que outras são aquelas que geram mais produtividades, considerando o menor custo possível. Desta forma, as DMUs mais eficientes são aquelas que conseguem otimizar a relação entre recursos e produtos. Analogamente, para o problema de previsão de séries temporais quando uma DMU é considerada eficiente, ela apresenta previsões melhores do que as demais.

5.1.1 Caso 1: Inclusão ou não inclusão da métrica POCID

Os grupos das DMUs utilizadas nesta dissertação são formadas por combinações entre as métricas de análise de previsão. As DMUs podem ser divididas em dois grupos: Um grupo com a métrica POCID no numerador e o outro grupo sem essa métrica no numerador. Nesta seção é utilizado teste de hipótese e análise gráfica para avaliar se a eficiência é dependente da inclusão do *POCID*.

Seja G_1 , o grupo de funções de *fitness* sem o *POCID* e G_2 o grupo com o *POCID* incluso no numerador da função de *fitness*, tendo então 300 DMUs para cada grupo. Utilizou-se os teste de *Kruskal-Wallis* (SIEGEL, 1975), ver anexo, para avaliar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : G_1 = G_2, \\ H_a : G_1 \neq G_2, \end{cases}$$

onde H_0 representa a hipótese nula e H_a representa a hipótese alternativa.

De acordo com a Tabela 2, considerando o nível de significância ($\alpha = 5\%$) todas as séries estudadas não rejeitaram a hipótese nula para o teste de *Kruskal-Wallis*, pois o p -valor foi maior do que α . Este resultado é um indicativo de que não existe diferença na inclusão da métrica *POCID*. Como pode ser observado na Figura 16.

Tabela 2: Resultado do Teste de Hipóteses para diferença entre os grupos.

Série Temporal	p -valor
<i>Dow Jones</i>	0,4569
<i>sunspot</i>	0,4386
S&P500	0,4891

Através dos gráficos *box-plot* e dos gráficos de dispersão entre os grupos mostrados na Figura 16, visualmente não são apresentadas diferenças expressivas entre os grupos em relação à eficiência. Na Série de Manchas Solares, Figura 16 (a), as diferenças são moderadas. No gráfico de dispersão, os dados estão distribuídos de maneira proporcional em ambos os lados da linha reta, mas a concentração das eficiências estão acima de 0,60.

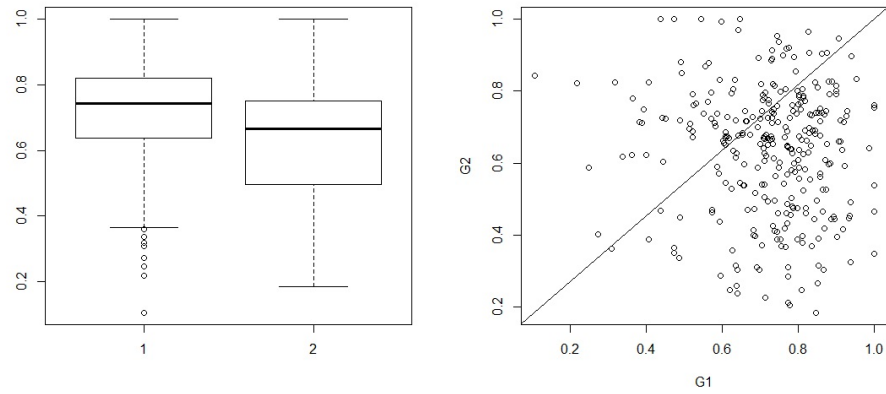
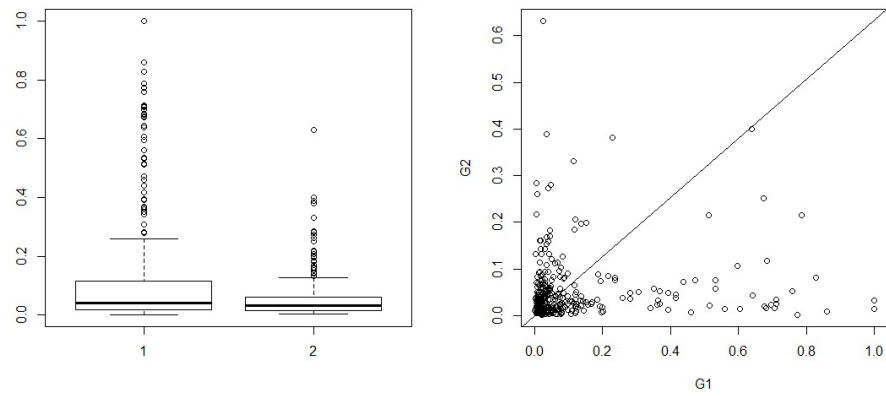
Na série S&P500, Figura 16 (b), não existe diferença aparente entre mediana das eficiências do grupo G2 em relação ao grupo G1. No diagrama de dispersão boa parte das eficiências são inferiores a 0,30.

Para a série *Dow Jones*, Figura 16 (c), a diferença entre mediana das eficiências do grupo G2 em relação ao grupo G1 é pequena. No diagrama de dispersão a maioria das eficiências concentram-se abaixo de 0,60.

5.1.2 Caso 2: Comparação das funções de *fitness* em termos de eficiência

Considerando os resultados das eficiências das vinte funções de *fitness*, o interesse agora é testar se existe diferenças significativas entre essas funções. Para tal, é realizado um teste de *Kruskal-Wallis* (SIEGEL, 1975) que consiste de um método não-paramétrico aplicado na comparação grupos independentes e o resultado do experimento pode ser ordenado. Detalhes do teste encontram-se em anexo.

Para problema em questão a hipótese a ser testada é expressa por:

(a) Série *sunspot*

(b) Série S&P500

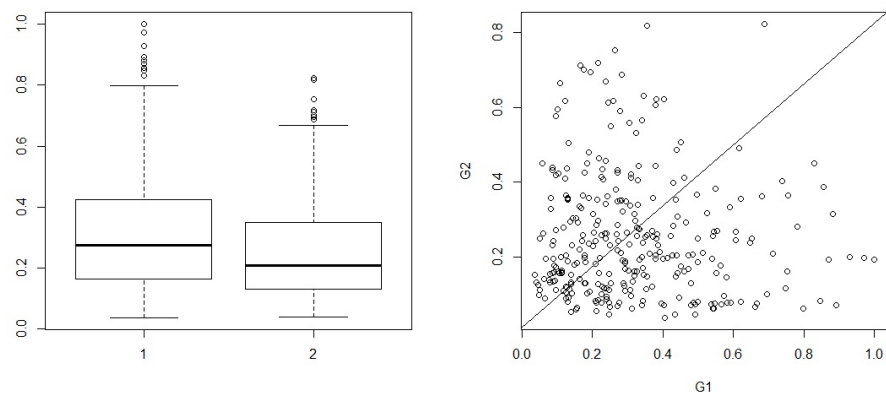
(c) Série *Dow Jones*

Figura 16: Comparação entre os grupos G1 (sem a métrica POCID) e G2 (com a métrica POCID) para as Séries: (a) *sunspot*, (b) S&P500 e (c) *Dow Jones*.

$$\begin{cases} H_0 : F_1 = F_2 = F_3 = \dots = F_{20}, \\ H_a : \text{pelo menos umas das funções diferem entre si.} \end{cases}$$

onde H_0 representa a hipótese nula, H_a representa a hipótese alternativa.

O teste de *Kruskal-Wallis* (SIEGEL, 1975) foi realizado para as três séries e os resultados são apresentados na Tabela 3. Verifica-se que o teste foi significativo ($p\text{-valor} < \alpha$) para as três séries, ao nível de significância de 5%. Indicando que existe ao menos uma diferença entre o grupo de funções de *fitness*. No Apêndice são mostrados as eficiências classificadas por grupos, para cada série nas Tabelas 16,17 e 18.

Existindo diferenças, o próximo passo é aplicar um Teste de Tukey para identificar em quais grupos houveram diferenças significativas. No Apêndice encontra-se a Tabela 19 com os resultados das comparações entre as funções de *fitness* duas a duas, mostrando o resultado do teste de Tukey.

Tabela 3: Resultado do Teste de *Kruskal-Wallis* para diferenças entre funções.

Série Temporal	χ^2	$p\text{-valor}$
<i>Dow Jones</i>	93,1571	9,105e-12
<i>sunspot</i>	83,0561	5,498e-10
S&P500	108,3759	1,587e-14

5.2 Escolha do modelo DEA

De acordo com a Tabela 4, pode-se concluir que para a séries *sunspot* é mais adequado utilizar o DEA considerando retorno variável de escala, pois o valor de W foi menor do que o valor crítico. Já a série S&P500 e *Dow Jones*, deve-se usar o retorno constante de escala. Os resultados encontrados são iguais aos obtidos em trabalhos anteriores ver em (SILVA, 2011).

Tabela 4: Resultado do Teste de Hipóteses para a escolha do modelo DEA.

Série Temporal	W	c_α
<i>Dow Jones</i>	0,89654739	0,8412903
<i>sunspot</i>	0,90814045	0,9239582
S&P500	0,75459969	0,6428388

5.3 Análise dos resultados para série *Dow Jones*

A série do índice de *Dow Jones* utiliza 30 ações que representam todos os importantes fatores industriais, consolidando um índice capaz de refletir o comportamento médio das ações relativas ao parque industrial relativo às grandes empresas multi-nacionais, a Figura 17 apresenta seus valores observados e a função de autocorrelação, indicando ser uma série com comportamento não estacionário. A Tabela 5 apresenta um resumo estatístico deste conjunto de dados.

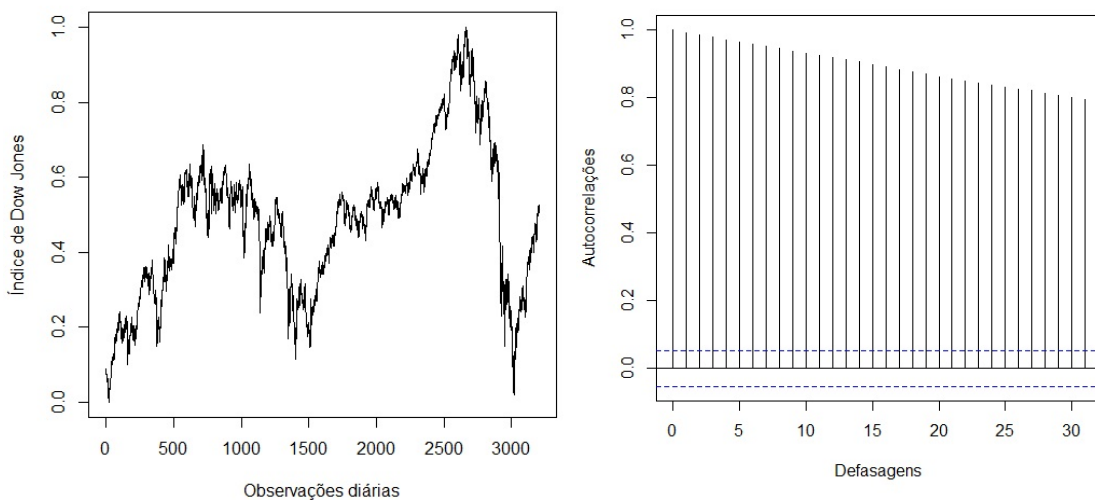


Figura 17: Gráfico do Índice de *Dow Jones* (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.

Tabela 5: Resumo estatístico da série *Dow Jones*.

Medidas	Estatística
Mínimo	7286,30
Máximo	11723,0
Média	9708,30
Desvio-padrão	1047,26
Variância	1096753,51

5.3.1 Resultados Modelo DEA, Caso Geral.

O modelo escolhido para a série *Dow Jones* foi o modelo com retorno de escala constante ($W < c_\alpha$) com orientação a *input*. Para o Caso Geral utilizou-se as métricas: *MSE*, *ARV*, *MAPE*, *THEIL* como *inputs* e como *output* a métrica *POCID*.

A Tabela 6 apresenta as eficiências, a estimativa da eficiência com correção de viés e o intervalo de confiança das estimativas para a DMU mais e menos eficiente. Pode-se dizer que o DEA apresentou um bom poder de discriminação, pois dentre as 600 DMUs apenas uma obteve eficiência máxima. A DMU considerada eficiente foi a $F5_{rep10} = 1/(1 + ARV + MSE)$ e como menos eficiente a função $F1_{rep5} = 1/(1 + ARV)$.

Tabela 6: Resultado do modelo DEA, caso geral, série *Dow Jones*

	DMUs	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1 ^o	$F5_{rep10}$	1	0,78465060	(0,67694110; 0,93761800)
600 ^o	$F1_{rep5}$	0,05968510	0,05889188	(0,05692406; 0,0596655800)

Na Figura 18 é mostrado o gráfico contendo a fronteira de eficiência (linha sólida), a estimativa da fronteira com correção do viés (linha tracejada) e o intervalo de confiança superior com $\alpha = 5\%$ (linha pontilhada). A estimativa foi obtida utilizando o método *bootstrap* (BOGETOFT; OTTO, 2011) com o número de réplicas $n_{rep} = 2000$ para todas as 600 combinações de Funções de *fitness*. Somente os pontos mais eficientes se encontram ao longo da fronteira de eficiência. Um dos interesses principais é verificar, se o modelo DEA conseguiu encontrar uma Função de *fitness* ótima (ou a melhor dentre as apresentadas) que ao comparar os dados originais da série com os valores previstos obtenha um bom ajuste. De forma geral poucas DMUs são consideradas eficientes (sobre a curva da fronteira) e a maioria são ineficientes (abaixo da curva da fronteira).

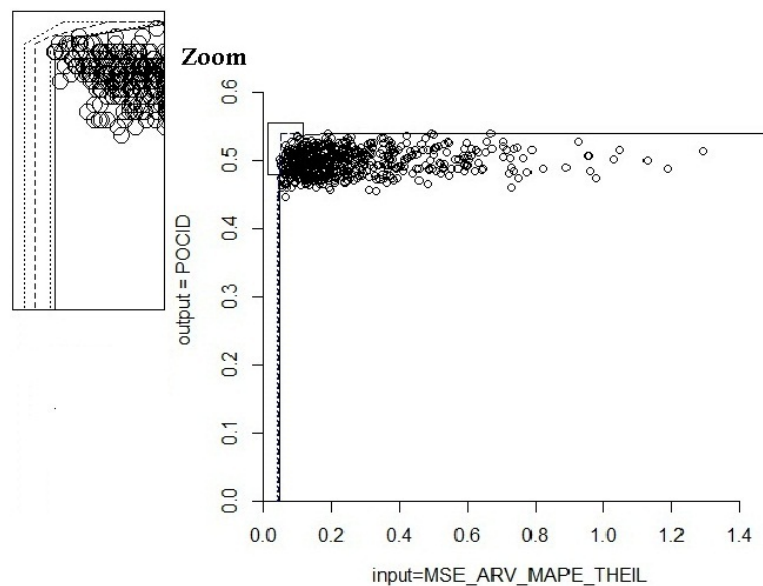


Figura 18: Fronteira de eficiência para série *Dow Jones* (Caso Geral).

A distribuição de frequência da eficiência das DMUs para a série em estudo é a-

presentada na Figura 19. Pode-se observar que a minoria das funções de *fitness* foram consideradas eficientes, apenas 1,333% das DMUs obtiveram eficiência igual ou superior a 0,70. Boa parte do conjunto são inferiores a 0,30, correspondendo a cerca de 91,8333% das DMUs.

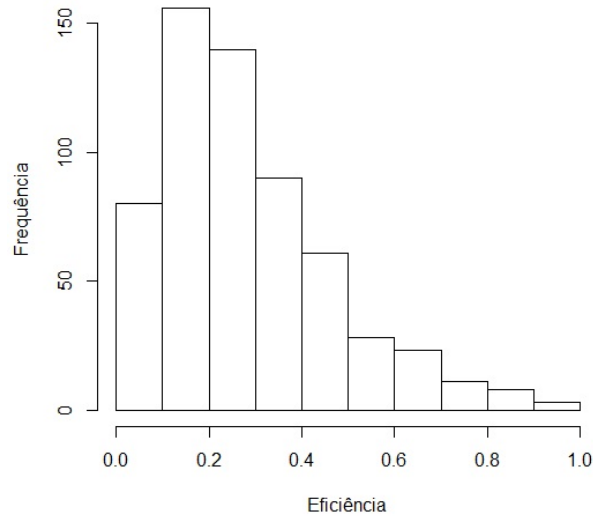


Figura 19: Distribuição de eficiência das DMUs para a série *Dow Jones* (Caso Geral).

Na Figura 20 é apresentado os valores previstos para a série *Dow Jones*, baseado na DMU mais eficiente ($F5_{rep10}$). Os valores previstos não obtiveram um bom ajuste com a série real. Entretanto, comparando com os valores previstos pela DMU menos eficiente ($F1_{rep5}$), Figura 21, pode-se concluir que apesar da DMU considerada mais eficiente não apresentar boas previsões, o DEA consegue identificar a DMU mais eficiente dentre as 600 analisadas.

Uma das formas de avaliação da qualidade do ajuste do modelo é a análise gráfica dos resíduos. Quando o modelo está bem ajustado seus resíduos são aleatórios em torno do zero. Caso contrário, os resíduos podem estar considerando um padrão levando em conta o fator tendência, cíclico ou sazonal.

A Figura 22 apresenta os gráficos dos resíduos para a DMU considerada mais eficiente. Verifica-se que o modelo não consegue ajustar ao comportamento da série temporal, dado que os seus resíduos apresentam o comportamento característico da série.

5.3.2 Resultados do Modelo DEA, Caso Específico.

Analisando os resultados para o caso específico, onde cada métrica é considerada como *input* separadamente os resultados obtidos com as 600 DMUs encontram-se na Tabela 7.

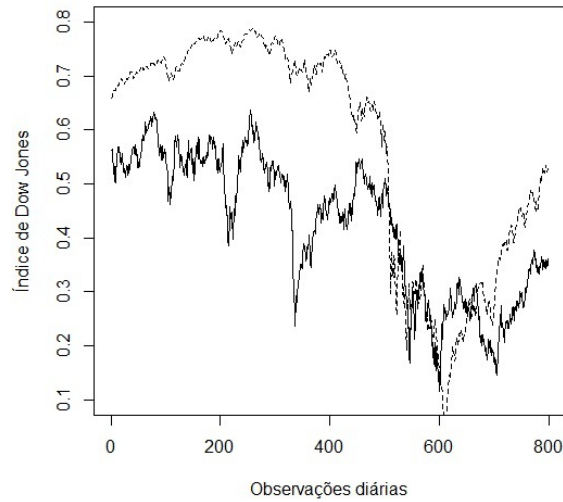


Figura 20: Comparação entre valores reais da série *Dow Jones* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU mais eficiente (Caso Geral).

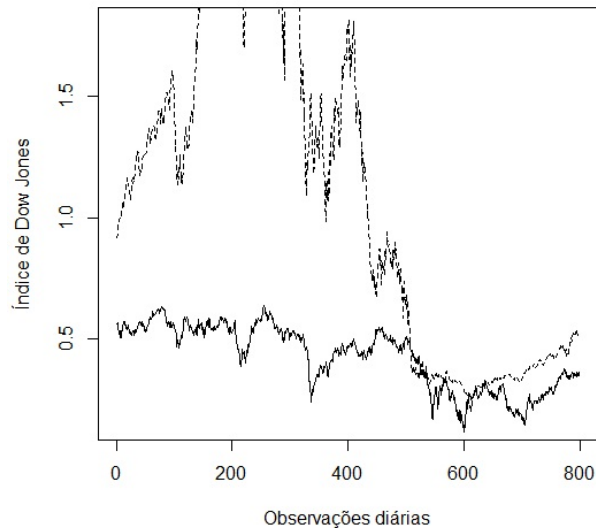


Figura 21: Comparação entre valores reais da série *Dow Jones* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Geral).

Pode-se observar que a função $F5_{rep10}$ foi considerada eficiente em todas as situações. O mesmo se pode dizer para a DMU menos eficiente, $F5_{rep14}$, exceto quando utilizou-se a métrica $MAPE$ como *input*, que indicou a DMU $F3_{rep12}$.

Nesses resultados, as DMUs consideradas como melhor e pior, dentre as 600, em ambos os casos a função $F5 = 1/(1 + MSE + ARV)$ está contida em sua formação. Ou seja, apesar de estar sendo utilizada a mesma função de *fitness*, ela foi a melhor e a pior de acordo com cada repetição. Mostrando indícios de que essa função tem alta variabilidade,

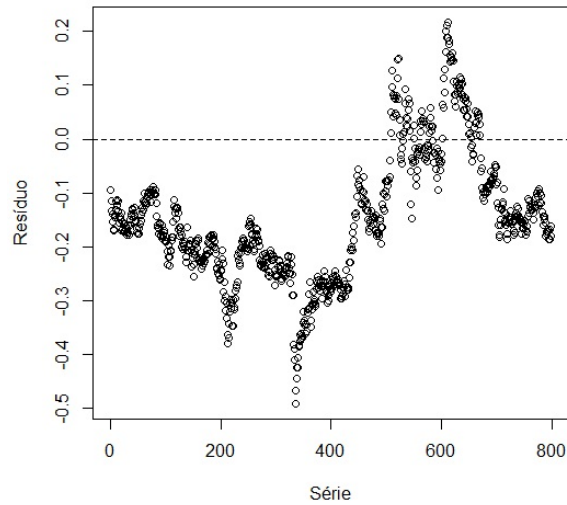


Figura 22: Gráfico dos resíduos para as funções de *fitness* mais eficientes para a Série *Dow Jones* (Caso Geral).

gerando populações com grande diversidade,. Essa característica é importante para a população no processo evolutivo, pois garante a evolução e dos indivíduos e dificulta a sua extinção.

Em média, essa função pode não apresentar bons resultados, mas como o interesse é em encontrar o melhor indivíduo ela é mais indicada do que quando comparada com funções de *fitness* com baixa variabilidade. Visto que a probabilidade de encontrar o melhor indivíduo é maior do funções com baixa variabilidade.

Tabela 7: Resultado do modelo DEA, caso específico, série *Dow Jones*

<i>Input: ARV</i>				
	DMU	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1°	$F5_{rep10}$	1	0,953211318	(0,857827834; 0,998670054)
600°	$F5_{rep14}$	0,000347161	0,000330361	(0,000297448; 0,000346641)
<i>Input: MAPE</i>				
1°	$F5_{rep10}$	1	0,98687973	(0,95401483; 0,9995384)
600°	$F3_{rep12}$	0,03762878	0,03713518	(0,03589853; 0,03761155)
<i>Input: MSE</i>				
1°	$F5_{rep10}$	1	0,955500183	(0,864668975; 0,99845824)
600°	$F5_{rep14}$	0,000347161	0,000331232	(0,000299016; 0,000346505)
<i>Input: THEIL</i>				
1°	$F5_{rep10}$	1	0,955073961	(0,86316302; 0,998577982)
600°	$F5_{rep14}$	0,000347161	0,000331071	(0,000299574; 0,000346635)

Na Figura 23 é apresentada as fronteiras de eficiência, utilizando retorno variável de escala orientado a *input* (BCC-I), para cada uma das quatro métricas consideradas como *inputs*.

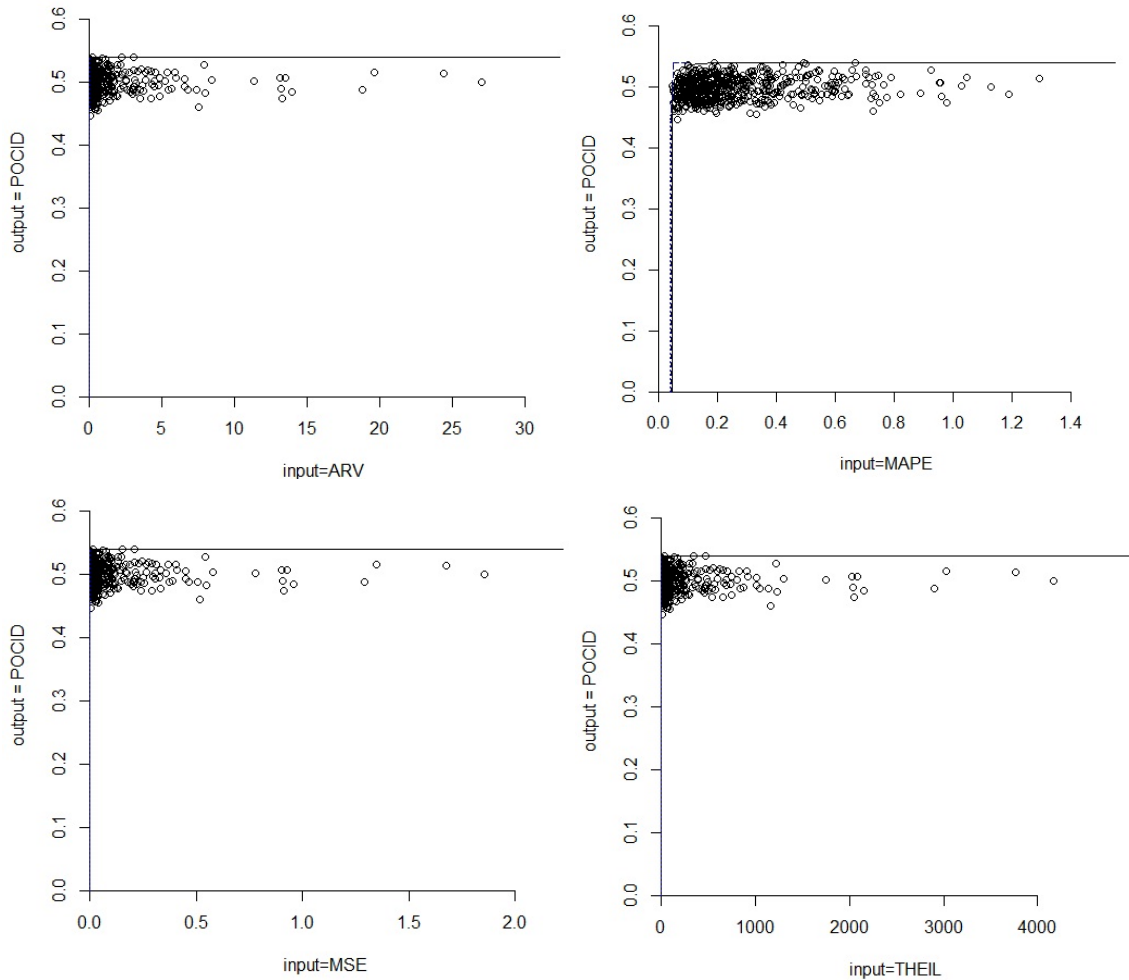


Figura 23: Fronteira de eficiência para a série *Dow Jones* (Caso Específico).

A Figura 24 apresenta distribuição de frequência das eficiências das DMUs para o caso específico. Verifica-se que com a utilização das métricas *ARV*, *MSE* e *THEIL*, o comportamento do histograma é semelhante, mais de 90% das DMUs tem eficiência inferior a 0,30. Para o *input MAPE* esta proporção, das eficiências inferiores a 0,30, reduz para 62,6667%.

De acordo com a Tabela 7, em todas as situações do caso específico, a DMU $F5_{rep10}$ foi considerada a mais eficiente, resultado igual ao obtido no caso geral. A comparação entre os valores reais e o valor previsto obtido pela rede neural, utilizando a função de

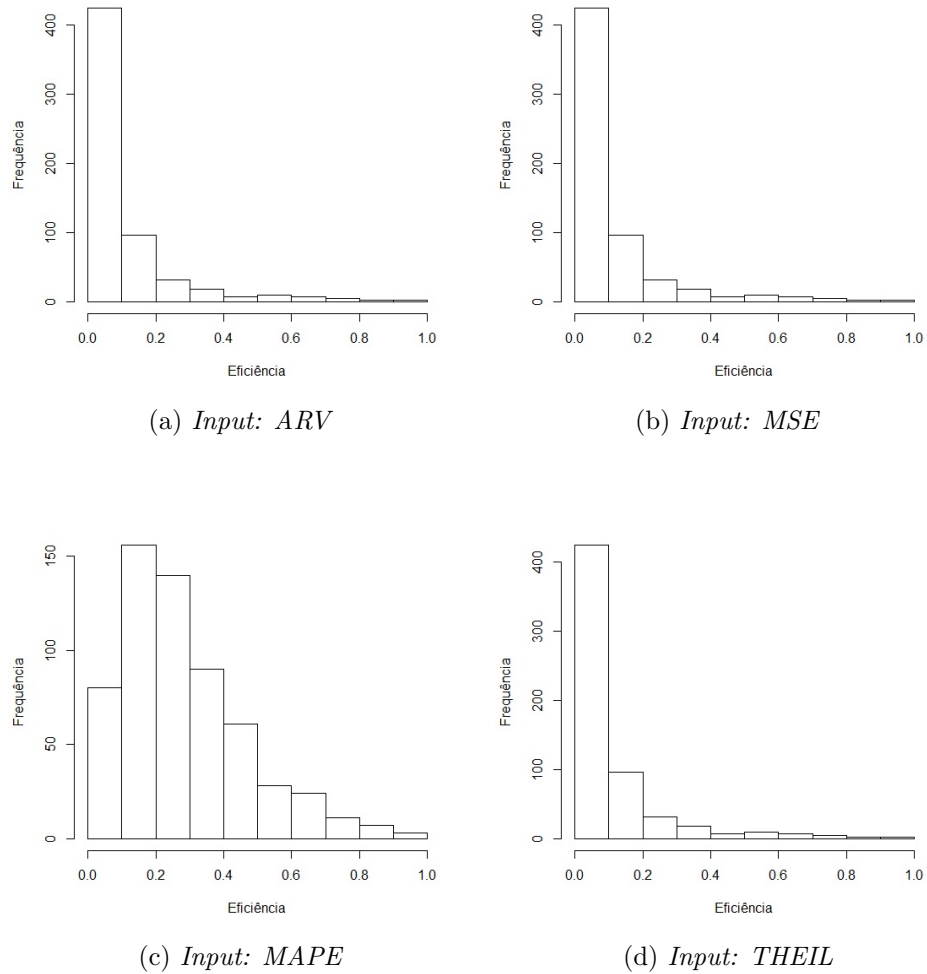


Figura 24: Distribuição de eficiência das DMUs para a *Dow Jones* (Caso Específico)

fitness mais eficiente indicada, pode ser observada na Figura 25. É notável que os valores previstos pela função não consegue mostrar bom ajuste com os valores reais da série. Mas, o desempenho é melhor do que as previsões realizadas pelos valores obtidos da função de *fitness* menos eficiente, como pode ser visto na Figura 26 e 27.

5.4 Análise dos resultados para a série *sunspot*

A série *sunspot* (manchas solares) apresenta um comportamento periódico ao longo do tempo, como pode ser observado na Figura 28.

A Tabela 8 apresenta as principais medidas descritivas desta série.

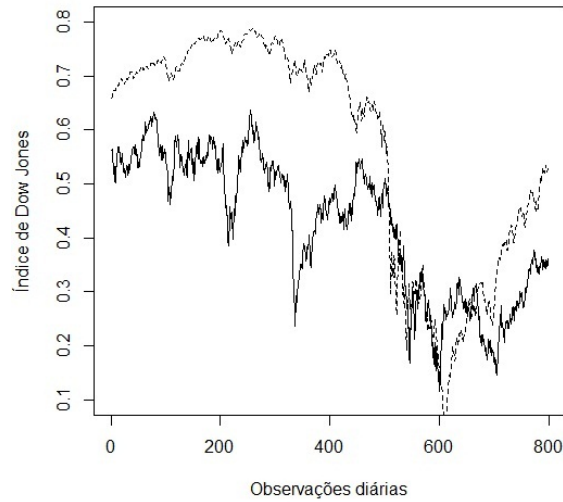


Figura 25: Comparação entre valores reais da série *Dow Jones* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU mais eficientes (Caso Específico, *Inputs: ARV, MSE, THEIL, MAPE*).

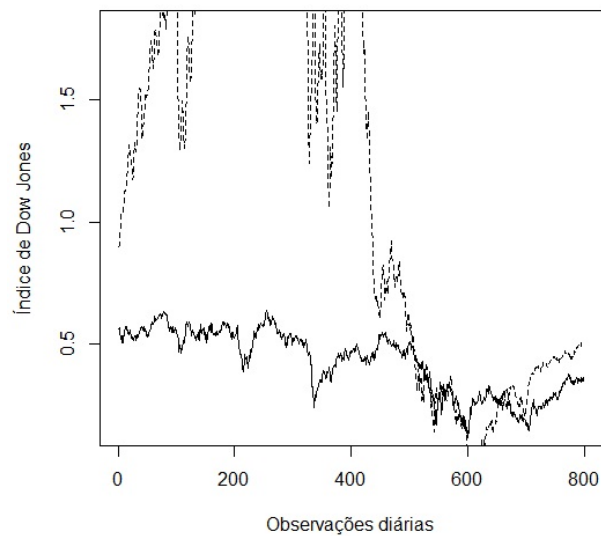


Figura 26: Comparação entre valores reais da série *Dow Jones* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficientes (Caso Específico, *Inputs: ARV, MSE, THEIL*).

5.4.1 Resultados Modelo DEA, Caso Geral

O modelo escolhido para a série *sunspot* foi o modelo com retorno variável de escala, utilizando a orientação a *inputs*. Foram consideradas como *inputs*, as métricas as quais o interesse era em minimiza-las, para as medidas em questão, temos: MSE, ARV, MAPE, THEIL e como *output* a medida POCID, com interesse na sua maximização.

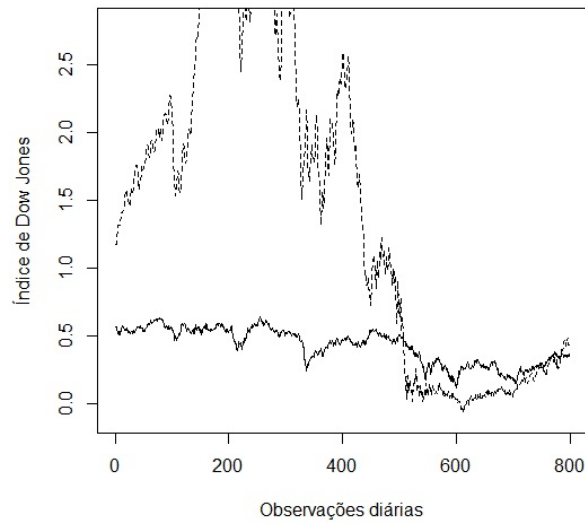


Figura 27: Comparação entre valores reais da série *Dow Jones* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Específico, *Input:MAPE*).

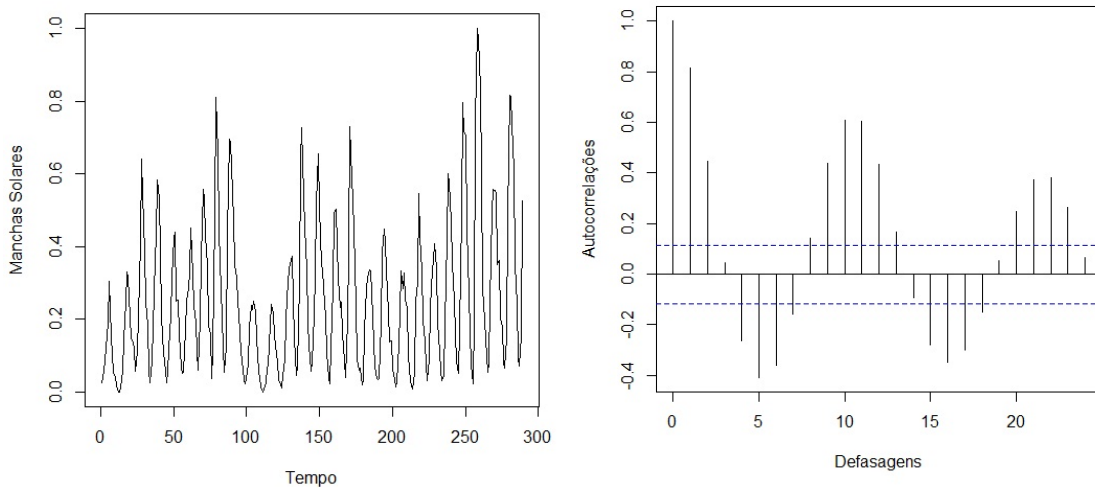


Figura 28: Gráfico anual das manchas solares, (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.

Tabela 8: Resumo estatístico da série *sunspot*.

Medidas	Estatística
Mínimo	0
Máximo	190,0
Média	48,62
Desvio-padrão	39,48
Variância	1558,2

Dos resultados obtidos com as 600 DMUs utilizadas a Tabela 9 mostra as eficiências, a estimativa da eficiência com correção de viés e o intervalo de confiança das estimativas para as nove DMUS mais e menos eficientes. É possível afirmar que houve um bom poder de discriminação, dado que, das 600 DMUs analisadas obteve-se nove com eficiência máxima.

Analisando as DMUs mais eficientes, pode observar que a métrica *POCID*, *MSE* e *THEIL* aparecem cinco vezes combinadas com outras métricas. As funções de *fitness* $F_2 = 1/(1 + MSE)$ e $F_{19} = POCID/(1 + ARV + THEIL)$ foram consideradas com eficiência máxima em dois momentos. Entretanto, a função F_{19} bem como a F_7 mostrou-se eficiente em uma das repetições, e, ineficiente em outra repetição, fazendo parte do conjunto das nove DMUs mais e menos eficientes. Essa resultado indica que elas tem variabilidade alta, sendo indicada para a busca pelo melhor indivíduo, pois gera populações diversificada no processo evolutivo.

Tabela 9: Resultado do modelo DEA, caso geral, série *sunspot*

	DMUs	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1°	$F_{10_{rep11}}$	1	0.9606415	(0.9246132 ; 0.9887442)
2°	$F_{19_{rep20}}$	1	0.9320765	(0.8798252 ; 0.9760093)
3°	$F_{2_{rep19}}$	1	0.8899248	(0.8228999 ; 0.9744291)
4°	$F_{2_{rep27}}$	1	0.8997136	(0.8313965 ; 0.9766118)
5°	$F_{7_{rep10}}$	1	0.8874715	(0.8184846 ; 0.9815265)
6°	$F_{17_{rep19}}$	1	0.8434148	(0.7773792 ; 0.9618219)
7°	$F_{19_{rep29}}$	1	0.8353799	(0.7335237 ; 0.9621810)
8°	$F_{11_{rep27}}$	1	0.8270969	(0.7597209 ; 0.9651235)
9°	$F_{5_{rep10}}$	1	0.7589255	(0.5865536 ; 0.9678934)
592°	$F_{7_{rep18}}$	0,2477885	0,2460502	(0,2423369; 0,2477303)
593°	$F_{12_{rep26}}$	0,2474513	0,2316901	(0,2167955; 0,2448343)
594°	$F_{19_{rep19}}$	0,2384472	0,2361417	(0,2325469; 0,2381052)
595°	$F_{12_{rep10}}$	0,2268345	0,2086859	(0,1949353; 0,2240246)
596°	$F_{7_{rep14}}$	0,2176658	0,2154963	(0,2122439; 0,2173479)
597°	$F_{18_{rep13}}$	0,2119362	0,2100595	(0,2067869; 0,2118315)
598°	$F_{14_{rep27}}$	0,2043151	0,2013581	(0,1973952; 0,2038909)
599°	$F_{18_{rep25}}$	0,1848976	0,1836357	(0,1808449; 0,1848533)
600°	$F_{6_{rep9}}$	0,1061132	0,1054029	(0,1037872; 0,1060892)

Na Figura 29 é mostrado o gráfico contendo a fronteira DEA (linha sólida), a estimativa da fronteira com correção do viés (linha tracejada) e o intervalo de confiança superior com $\alpha = 0,05$ (linha pontilhada). A estimativa foi obtida utilizando o método *bootstrap* com o número de réplicas $n_{rep} = 2000$ para todas as 600 combinações de funções de *fitness*. Somente os pontos mais eficientes se encontram ao longo da fronteira de eficiência. Um dos interesses principais é verificar, se o modelo DEA conseguiu encontrar uma função de

fitness ótima (ou a melhor dentre as apresentadas) que ao comparar os dados originais da série com os valores previstos obtenha um bom ajuste. De forma geral poucas DMUs são consideradas eficientes (sobre a curva da fronteira) e a maioria são ineficientes (abaixo da curva da fronteira).

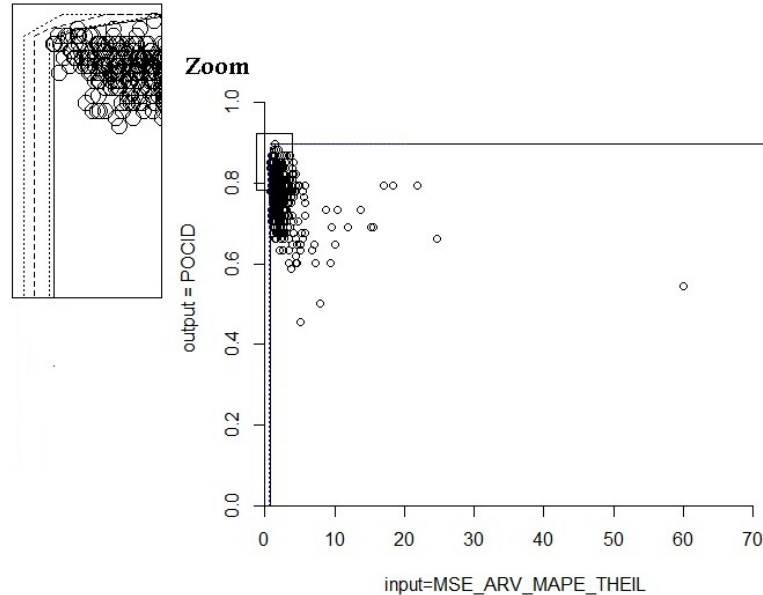


Figura 29: Fronteira de eficiência para a *sunspot* (Caso Geral).

A distribuição de frequência da eficiência das DMUs para a série em estudo é apresentada na Figura 30. Cerca de 52,1667% das DMUs foram identificadas com eficiência igual ou superior a 0,70.

Na Figura 31 são apresentados os valores previstos para a série *sunspot*, baseado nas nove DMUs mais eficientes. Os valores previstos obtiveram um bom ajuste com a série real baseado na eficiência das funções de *fitness* utilizando a DEA, com exceção da DMU $F5_{rep10}$ que não apresentou previsões tão boas. Para identificar qual modelo é mais adequado é importante comparar critérios de avaliação do ajuste do modelo e realização da análise dos resíduos.

Um dos critérios que avaliam a qualidade do ajuste do modelos é o critério AIC (*Akaike Information Criterion*) e o critério BIC (*Bayesian Information Criterion*) eles selecionam um modelo parcimonioso ou que contenha uma quantidade suficiente de parâmetros. A avaliação dos melhores modelos é realizada por comparação dos seus valores do AIC e o

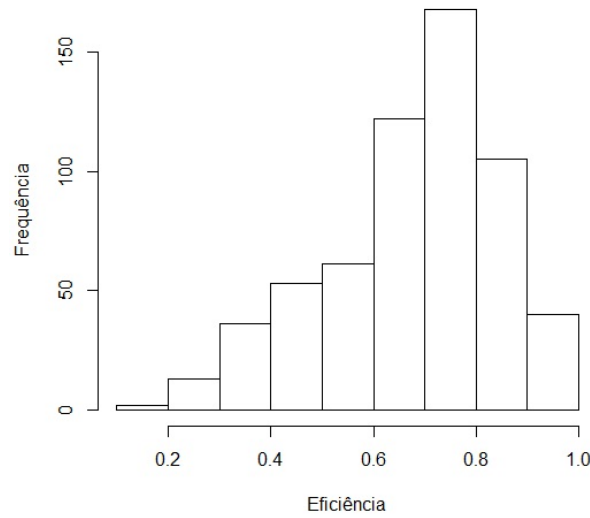


Figura 30: Distribuição da eficiência das DMUs para série *sunspot* (Caso Geral).

BIC, o melhor modelo será aquele que tiver o menor valor obtido dentre os comparados, para cada critério em questão, sendo que ambos medem o ajuste do modelo estimado aos dados. Na Tabela 10 é apresentado o AIC e BIC das DMUs mais eficientes segundo o modelo DEA. De acordo com os valores observados, pode-se concluir que a DMU $F10_{rep11}$, foi a considerada com melhor ajuste, em ambos os critérios, com relação às nove DMUs comparadas.

Tabela 10: Valores dos critérios AIC e BIC para as nove DMUs mais eficientes na série *sunspot* (Caso Geral).

Critério	$F10_{rep11}$	$F19_{rep20}$	$F2_{rep19}$	$F2_{rep27}$	$F7_{rep10}$
AIC	89,1362	90,4906	130,311	117,6282	123,3588
BIC	341,5423	378,5687	378,5687	398,6611	404,0013
	$F17_{rep19}$	$F19_{rep29}$	$F11_{rep27}$	$F5_{rep10}$	
AIC	125,613	109,5363	107,4245	182,72177	
BIC	407,1214	388,9006	383,4642	447,8555	

Uma outra forma de avaliação da qualidade do ajuste do modelo é a análise gráfica dos resíduos. Um modelo bem ajustado, gera resíduos aleatórios em torno do zero. Se não se ajustar os resíduos podem estar considerando um padrão levando em conta o fator tendência ou um fator cíclico ou sazonal. A Figura 32 apresenta os gráficos dos resíduos para as nove DMUs consideradas mais eficientes.

De acordo com a Figura 32 os resíduos para a DMU $F10_{rep11}$, considerada com melhor

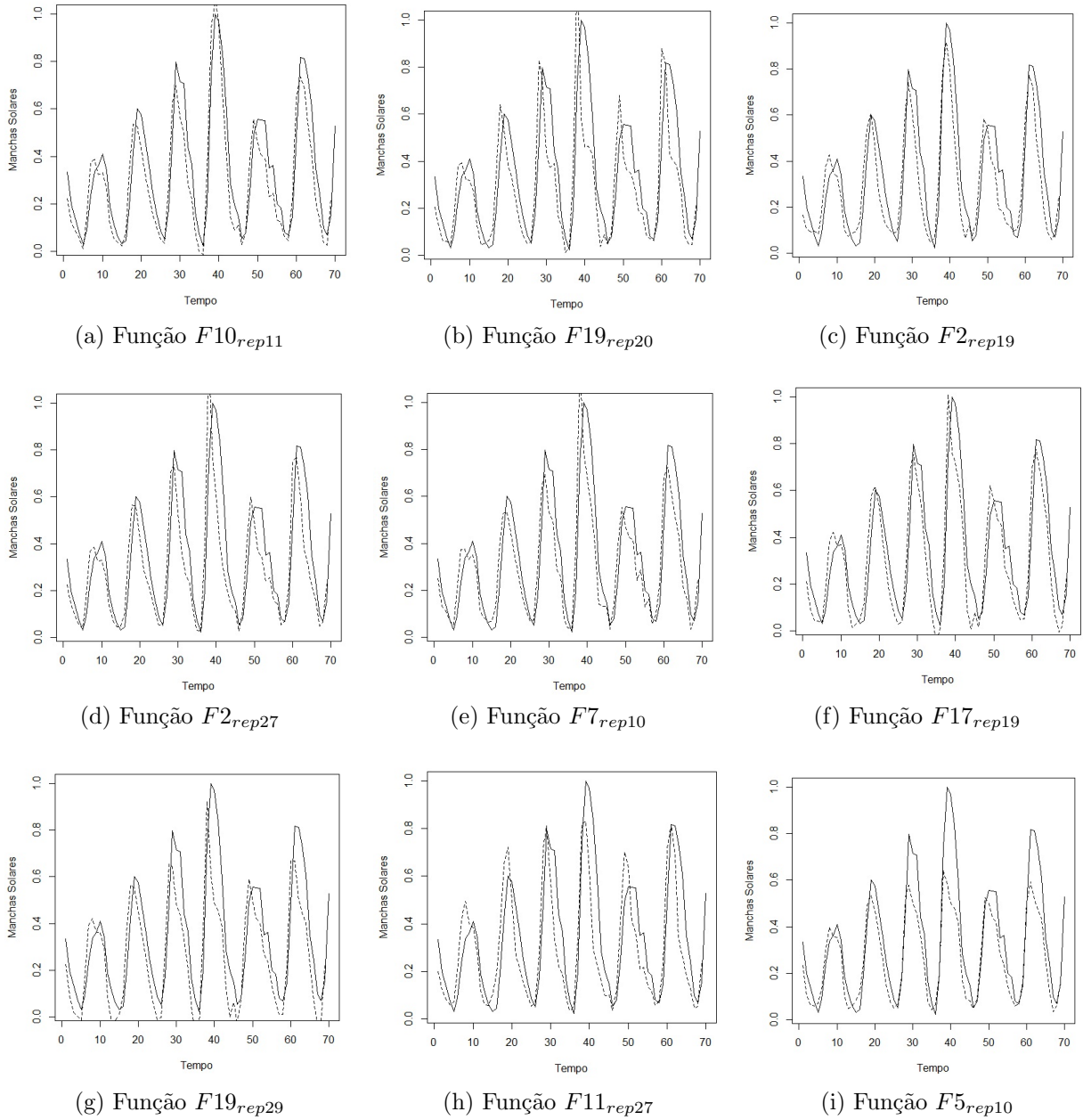


Figura 31: Comparação entre a série real *sunspot* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Geral).

ajuste segundo os critérios AIC e BIC, foram aleatórios em torno de zero. Indicando a qualidade do ajuste para este modelo.

Na Figura 33 é mostrado o gráfico dos valores previstos da série *sunspot*, baseado na menos eficiente. É perceptível que esta DMU não se ajustou a série de dados real. Apesar das previsões mostrarem comportamento similar aos dados originais, os valores previstos estão superestimados, enquanto a série tem variação entre $[0,1]$ os valores encontrados pela DMU $F6_{rep9}$ variam de $[0,4]$.

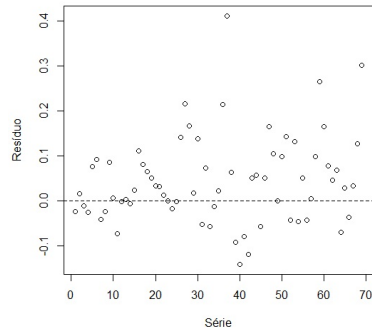
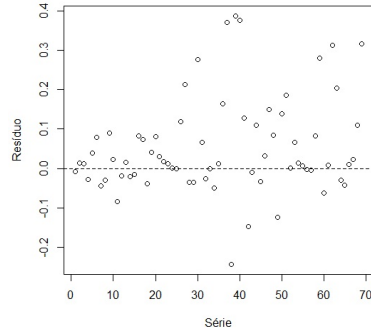
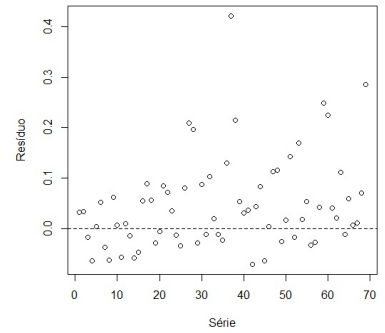
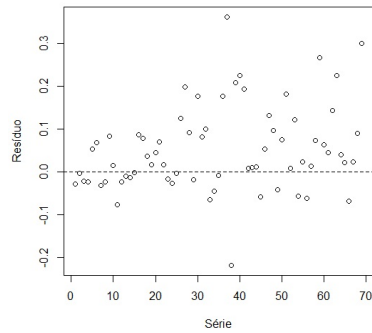
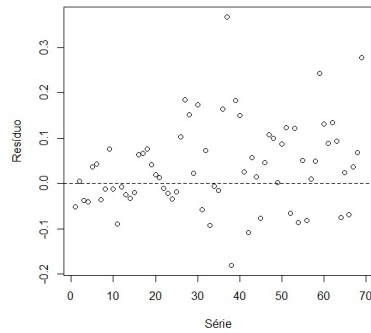
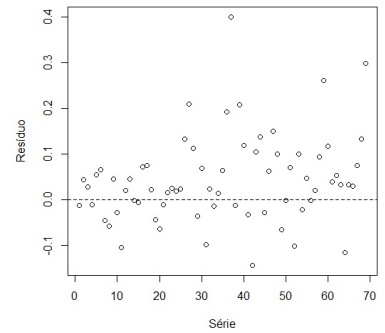
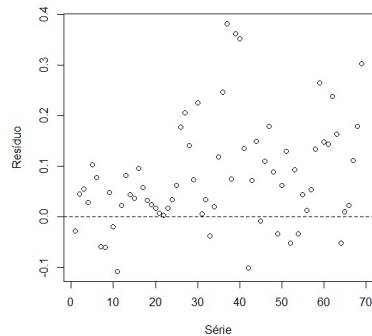
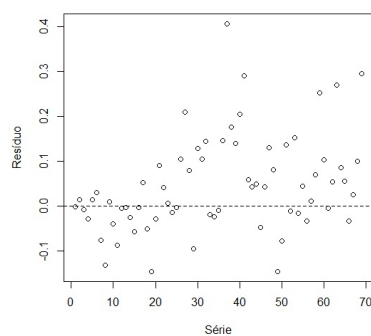
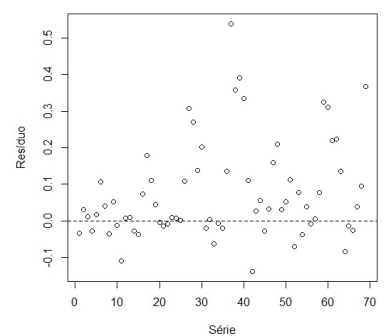
(a) Função $F10_{rep11}$ (b) Função $F19_{rep20}$ (c) Função $F2_{rep19}$ (d) Função $F2_{rep27}$ (e) Função $F7_{rep10}$ (f) Função $F17_{rep19}$ (g) Função $F19_{rep29}$ (h) Função $F11_{rep27}$ (i) Função $F5_{rep10}$

Figura 32: Gráfico dos resíduos para as funções de *fitness* mais eficientes para a Série *sunspot* (Caso Geral).

5.4.2 Resultados do Modelo DEA, Caso Específico

Neste caso, coloca-se as medidas de desempenho utilizada como *inputs* de forma individual e tenta verificar, por exemplo, qual Função de *fitness* seria ótima para minimizar um determinado *input*. Dessa maneira, é realizada a utilização das quatro métricas (*ARV*, *MSE*, *MAPE*, *THEIL*) de previsão, individualmente, como *inputs* e o *POCID* como *out-*

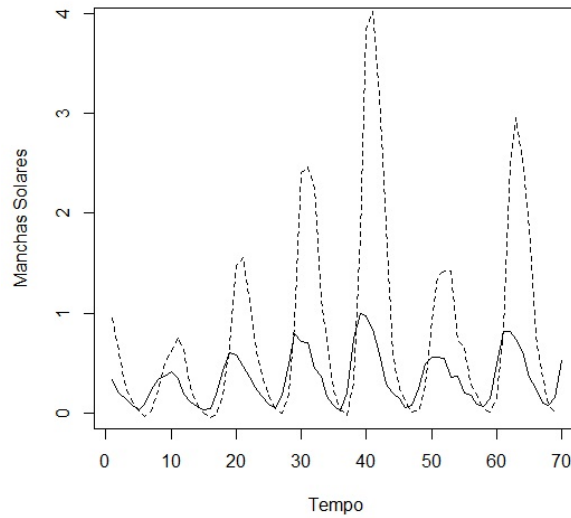


Figura 33: Comparação entre valores reais da série *sunspot* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Geral).

put. Na Tabela 11 é apresentado a eficiência, estimativa da eficiência e seus respectivos intervalos de confiança, das DMUs mais e menos eficientes, para cada combinação de *inputs* com o *output* *POCID*.

Ao observar a Tabela 11 verifica-se que as métricas *ARV*, *MSE*, *THEIL* apresentam o mesmo subconjunto de DMUs com eficiência máxima. Dentre cinco as DMUs eficientes, as métricas *ARV*, *MSE*, *THEIL* e *POCID* apareceram três vezes cada, na composição das DMUs. A métrica *MAPE* considerou apenas duas DMUs com eficiência máxima $F19_{rep20}$ e $F5_{rep10}$.

Na Figura 34 é apresentada as fronteiras de eficiência, utilizando retorno de escala variável orientado a *input*, para cada uma das quatro métricas consideradas como *inputs*.

A Figura 35 apresenta distribuição de frequência das eficiências das DMUs para o caso específico. De acordo com a Figura 35, pode-se observar que com a utilização das métricas *ARV*, *MSE* e *THEIL*, o comportamento do histograma é semelhante. Para o *input* *MAPE* cerca de 69,5% da eficiência são iguais ou superiores a 0,6, já para demais *inputs*, apenas menos de 25% estão nessa faixa.

De acordo com a Tabela 11, o conjunto das DMUs mais eficientes considerando como *inputs* as métricas *MSE*, *ARV* e *THEIL*, separadamente, foram iguais. A Figura 36 mostra a comparação entre os valores reais da série *sunspot* e os valores previstos gerados

Tabela 11: Resultado do modelo DEA, caso específico, série *sunspot*

Input: ARV				
	DMUs	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1°	$F7_{rep10}$	1	0.950651742	(0.869613331; 0.997243244)
2°	$F17_{rep19}$	1	0.894106456	(0.776013176; 0.994543701)
3°	$F11_{rep27}$	1	0.843279839	(0.710982312; 0.990236448)
4°	$F19_{rep29}$	1	0.750868568	(0.617739215; 0.962398458)
5°	$F5_{rep10}$	1	0.638982574	(0.515446613; 0.919559381)
596°	$F3_{rep1}$	0,03031773	0,029941847	(0,029152279; 0,030305541)
597°	$F13_{rep10}$	0,028156086	0,027806972	(0,027073705; 0,028144737)
598°	$F13_{rep29}$	0,023443306	0,023152615	(0,022542097; 0,023433859)
599°	$F18_{rep25}$	0,021542717	0,021396305	(0,021024131; 0,021538634)
600°	$F6_{rep9}$	0,008714946	0,008656195	(0,008508501; 0,008713282)
Input: MAPE				
1°	$F19_{rep20}$	1	0.9400821	(0.8821930 ; 0.9960122)
2°	$F5_{rep10}$	1	0.7459289	(0.5782999 ; 0.9403286)
599°	$F12_{rep10}$	0,1779169	,1742399	(0,1677388; 0,1777665)
600°	$F6_{rep9}$	0,1061132	0,1055072	(0,1039626; 0,1060969)
Input: MSE				
1°	$F7_{rep10}$	1	0.952028978	(0.873985483; 0.998216249)
2°	$F17_{rep19}$	1	0.903011162	(0.790119157; 0.995677892)
3°	$F11_{rep27}$	1	0.851266274	(0.720792644; 0.988271909)
4°	$F19_{rep29}$	1	0.758701518	(0.624696570; 0.967214569)
5°	$F5_{rep10}$	1	0.645653296	(0.517142008; 0.923455913)
596°	$F3_{rep1}$	0,033666066	0,033298345	(0,032453659; 0,033650814)
597°	$F13_{rep10}$	0,031248242	0,030906855	(0,030122838; 0,031234008)
598°	$F13_{rep29}$	0,026049875	0,025765293	(0,025111709; 0,02603803)
599°	$F18_{rep25}$	0,024041929	0,023900363	(0,023521823; 0,024037452)
600°	$F6_{rep9}$	0,009716001	0,009659361	(0,009507618; 0,009714245)
Input: THEIL				
1°	$F7_{rep10}$	1	0.95065247	(0.869643687; 0.997234544)
2°	$F17_{rep19}$	1	0.894106203	(0.776021309; 0.994554309)
3°	$F11_{rep27}$	1	0.84325684	(0.710945798; 0.990224801)
4°	$F19_{rep29}$	1	0.75086532	(0.617732168; 0.962334782)
5°	$F5_{rep10}$	1	0.63898019	(0.515447981; 0.919524780)
596°	$F3_{rep1}$	0,03032560	0,029948920	(0,0291517890; 0,030300034)
597°	$F13_{rep10}$	0,028151741	0,027804527	(0,027073265; 0,028147932)
598°	$F13_{rep29}$	0,023440027	0,023158901	(0,022543489; 0,023434213)
599°	$F18_{rep25}$	0,021544598	0,021397381	(0,021026792; 0,021534365)
600°	$F6_{rep9}$	0,008711239	0,008650983	(0,008507320; 0,008717894)

pela rede neural utilizando as DMUs mais eficientes.

A Figura 37 mostra a comparação dos valores reais da série *sunspot* a previsão gerada pela rede neural utilizando as DMUs mais eficientes (*Input: MAPE*) A Função $F19_{rep20}$,

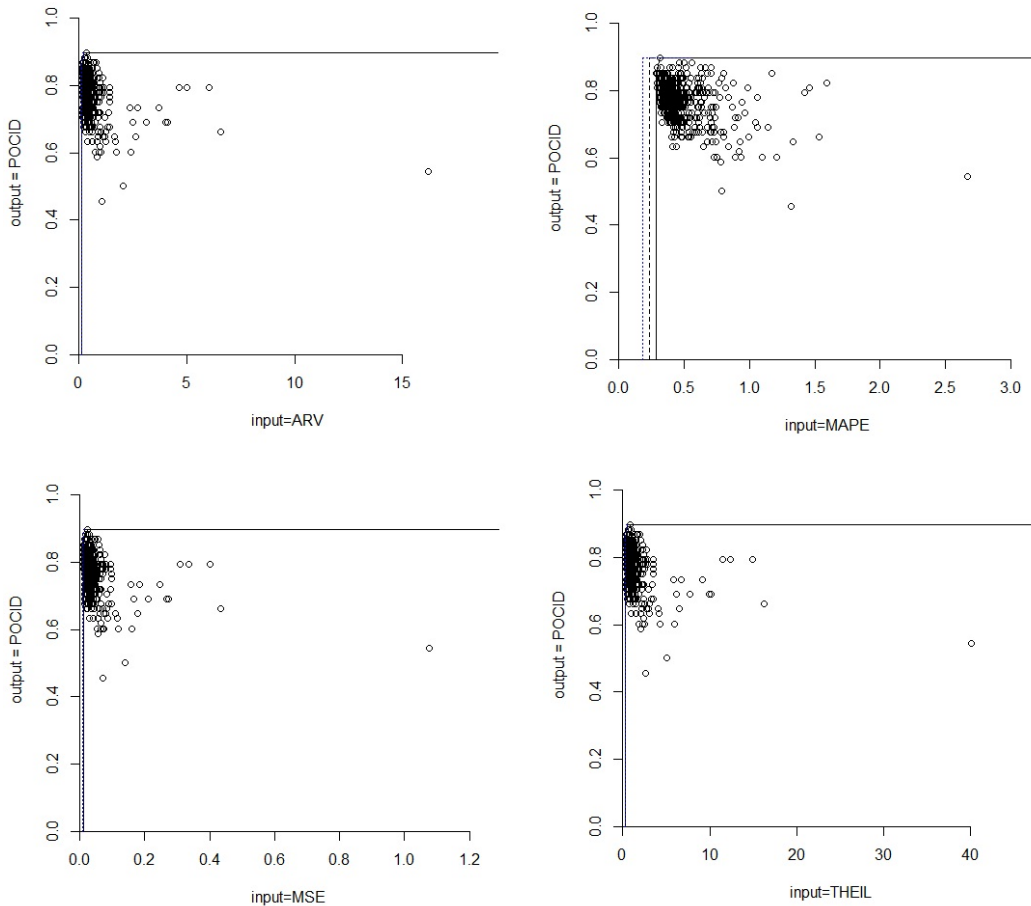


Figura 34: Fronteira de eficiência para a Série *Sunspot* (Caso Específico)

apresentou melhor ajustamento com os valores reais da série comparado com a $F5_{rep10}$, que apesar de acompanhar o comportamento da séries, seus valores previstos estão subestimados.

5.5 Análise dos resultados para a série S&P500

O S&P500 (*Standard & Poor 500*) é um índice ponderado de mercado valores das ações mais negociadas na *New York Stock Exchange* (NYSE), *American Stock Exchange* (AMEX) e *Nasdaq Sistema Nacional de Mercado*. Os dados desta série tem uma tendência crescente e a função de autocorrelação tem decaimento lento como pode ser observado na Figura 38.

A Tabela 12 apresenta um resumo estatístico das principais medidas descritivas desta série.

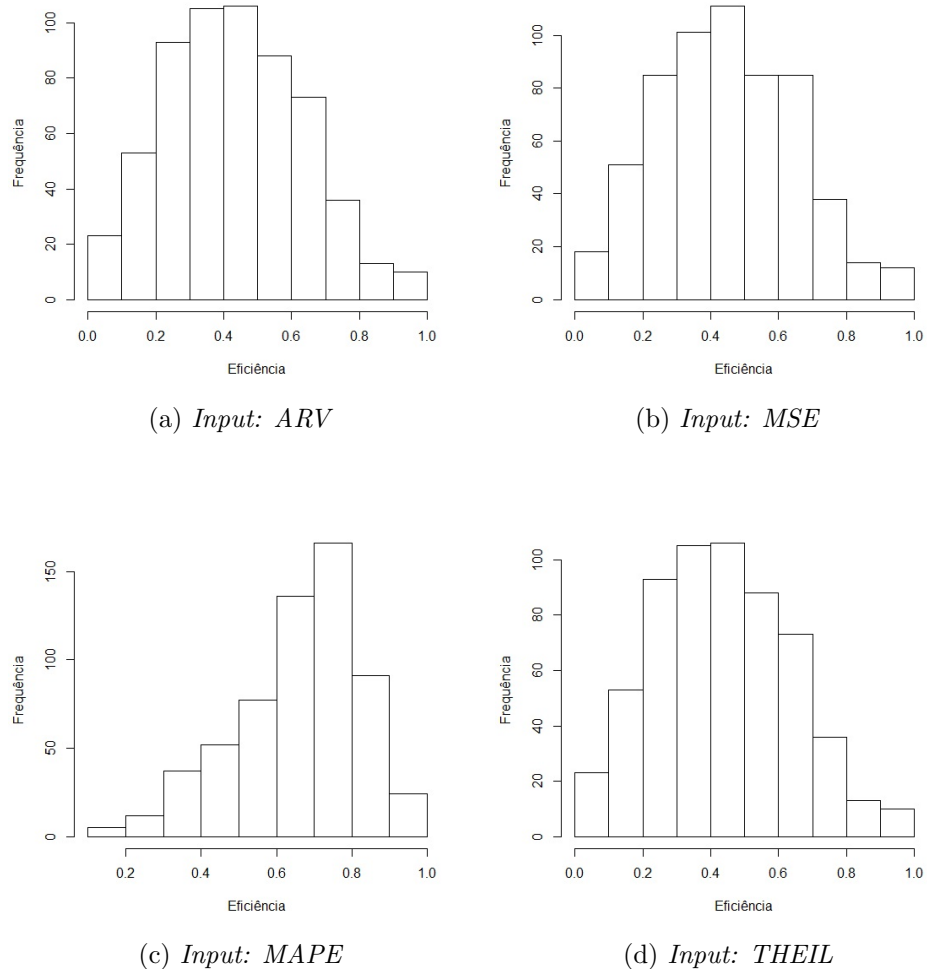


Figura 35: Distribuição de eficiência das DMUs para a Série *Sunspot* (Caso Específico)

Tabela 12: Resumo estatístico da série S&P 500.

Medidas	Estatística
Mínimo	74,12
Máximo	3533,82
Média	866,76
Desvio-padrão	1090,62
Variância	1189451,98

5.5.1 Resultados do Modelo DEA, Caso Geral

O modelo escolhido para esta série foi o modelo com retorno constante de escala, utilizando a orientação a *input* (CCR-I), de acordo com o teste de hipótese utilizando o método *bootstrap* (BOGETOFT; OTTO, 2011). Os resultados para as eficiências da Série S&P500 para o caso geral são mostrados na Tabela 13.

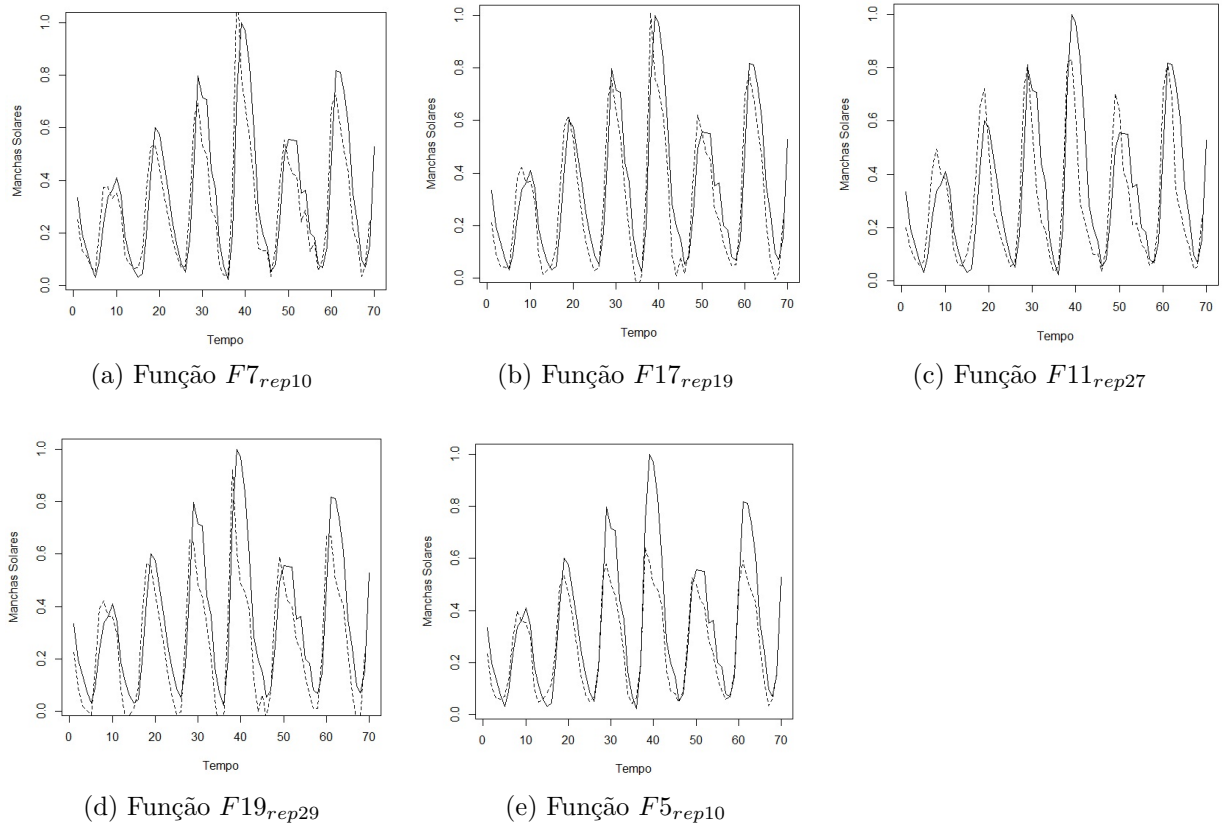


Figura 36: Comparação entre valores reais da série *sunspot* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, *Inputs: ARV, MSE, THEIL*).

Tabela 13: Resultado do modelo DEA, caso geral, série S&P500

	DMUs	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1 ^o	$F1_{rep5}$	1	0.647139448	(0.537048374; 0.895862060)
2 ^o	$F2_{rep28}$	1	0.570217793	(0.524006176; 0.709209295)
599 ^o	$F11_{rep21}$	0,002538745	0,002160159	(0,001796144; 0,002518339)
600 ^o	$F2_{rep18}$	0,002329079	0,002189083	(0,001911545; 0,002324842)

Somente as DMUs $F1_{rep5} = 1/(1+ARV)$ e $F2_{rep28} = 1/(1+MSE)$ foram classificadas com eficiência máxima, mas suas estimativa com correção de viés são inferiores a 65%. Para as DMUs em questão, função F_2 , foi indicada como mais eficiente na repetição 28 e foi considerada a menos eficiente na repetição 18, mostrando ter alta variabilidade nas populações geradas. O plot contendo a fronteira de eficiência (linha sólida), a estimativa da fronteira com correção do viés (linha tracejada) e o intervalo de confiança superior com $\alpha = 5\%$ (linha pontilhada) é apresentado na Figura 39.

A concentração das eficiência das DMUs para a série em estudo são valores inferiores a 0,30, correspondendo a cerca de 92,8333% das DMUs. A Figura 40 mostra o histograma

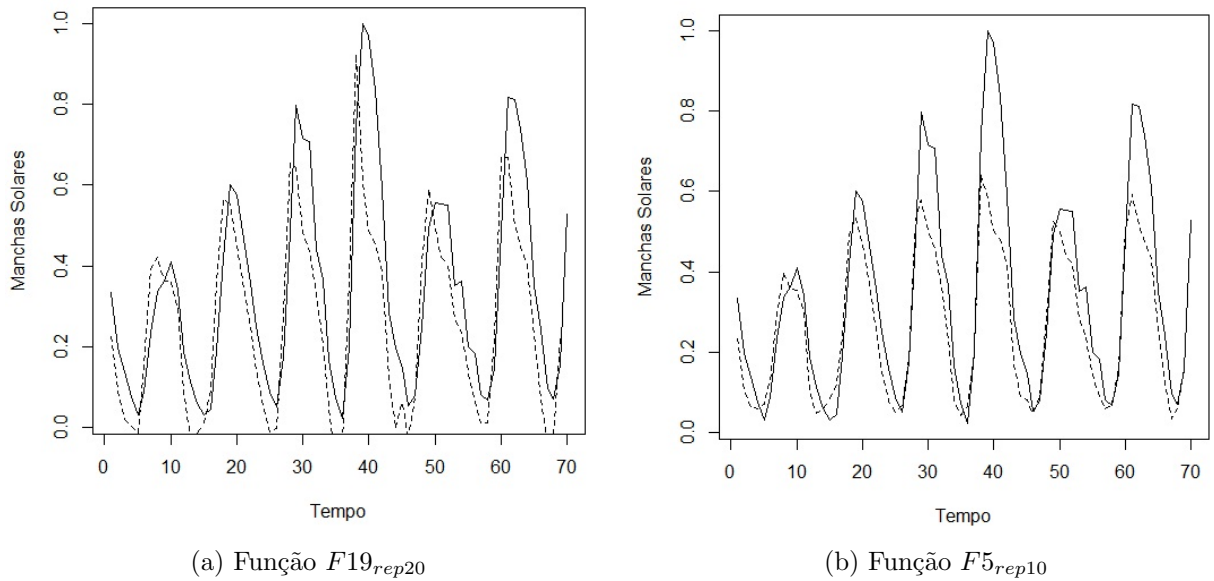


Figura 37: Comparação entre valores reais da série *sunspot* (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, *Input: MAPE*).

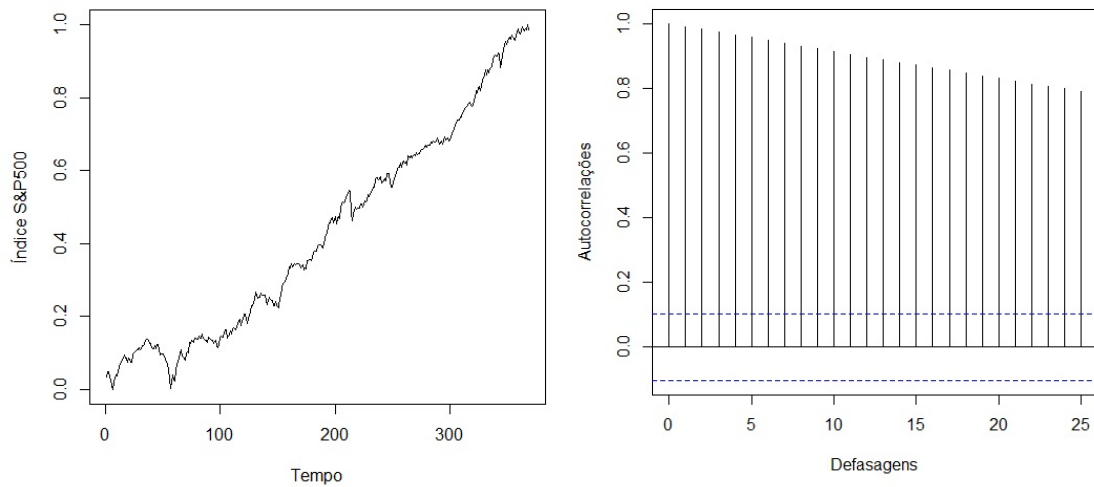


Figura 38: Gráfico da série mensal S&P500, (série normalizada de 0 a 1) e sua função de autocorrelação.

com a distribuição de frequência desse conjunto de DMUs.

Observando os valores previstos baseado nas duas métricas mais eficientes tem-se a comparação com a série real apresentada na Figura 41. A função que melhor se ajustou aos dados originais foi a DMU $F2_{rep28} = 1/(1 + MSE)$.

Analisando os resíduos das funções consideradas mais eficientes, os resíduos da DMU $F2_{rep28}$, teve distribuição aleatória em torno de zero, enquanto os resíduos da DMU $F1_{rep5}$,

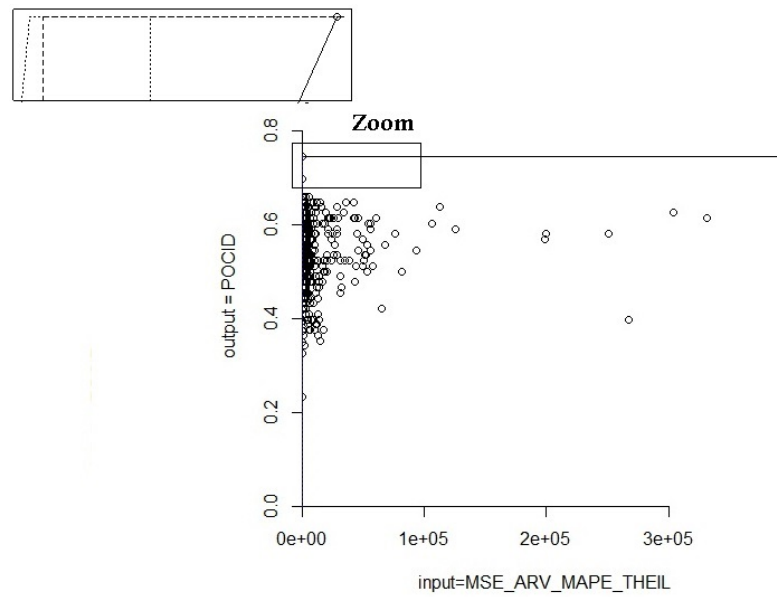


Figura 39: Fronteira de eficiência para série S&P500 (Caso Geral).

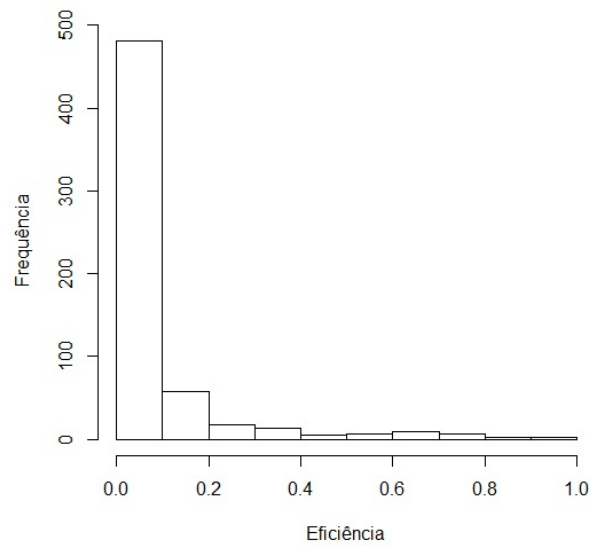


Figura 40: Distribuição de frequência da eficiência das DMUs para série S&P500 (Caso Geral).

teve uma leve tendência, conforme vista na Figura 42.

Na Figura 43 é mostrado o gráfico dos valores previstos da Série S&P500, baseado na menos eficiente. É perceptível que esta DMU não se ajustar a série de dados real.

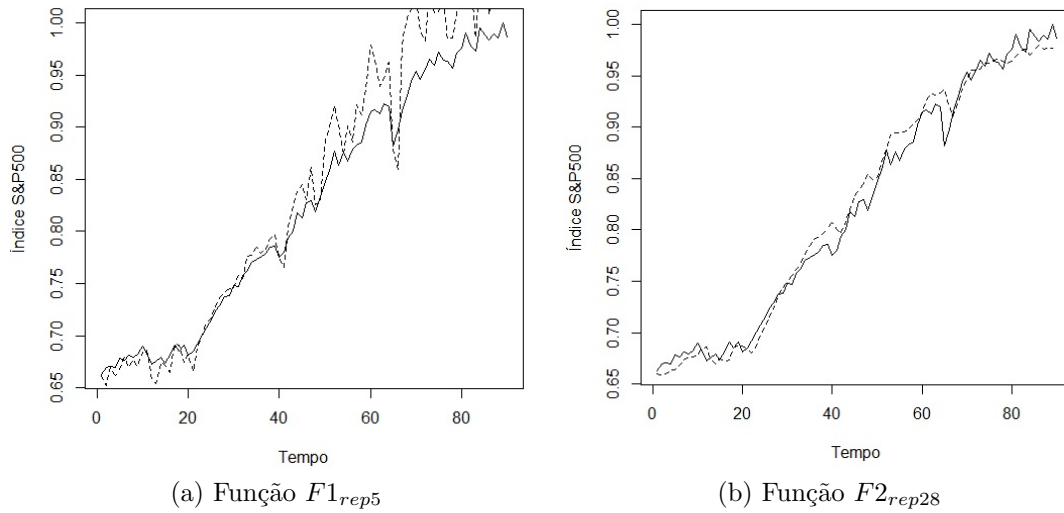


Figura 41: Comparação entre valores reais da série S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Geral).

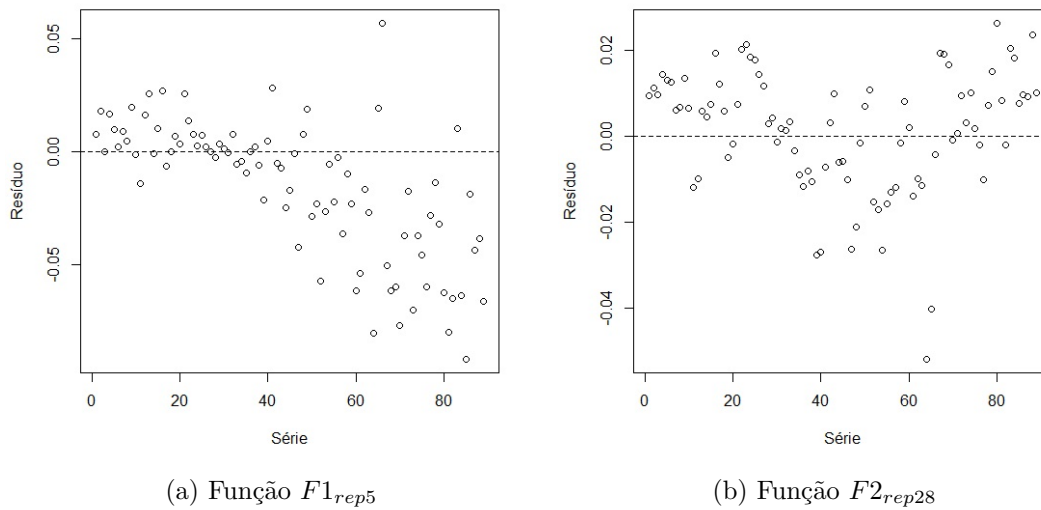


Figura 42: Gráfico dos resíduos para as funções de *fitness* mais eficientes para a Série S&P500 (Caso Geral).

5.5.2 Resultados do Modelo DEA, Caso Específico

Para o caso em que cada input é analisado separadamente com o output POCID, a Tabela 14 apresenta as eficiências das três DMUs mais e menos eficientes junto com suas estimativas e intervalo de confiança. É verificado que para as *inputs* (*MSE*, *ARV* e *THEIL*) os valores das estimativas e intervalo de confiança foram próximos. Todas as DMUs consideradas mais eficientes, foram iguais independente da *input* utilizada.

As fronteiras de eficiência, utilizando retorno de escala constante orientado a *input*,

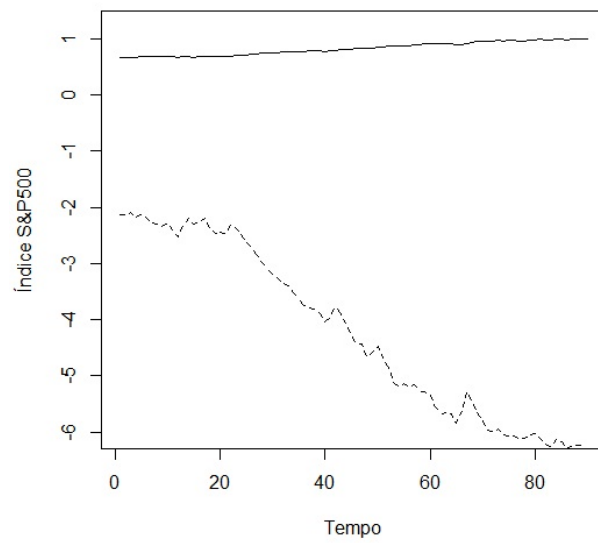


Figura 43: Comparação entre a série real S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando a DMU menos eficiente (Caso Geral).

para cada uma das quatro métricas consideradas como *inputs*, são mostradas na Figura 44.

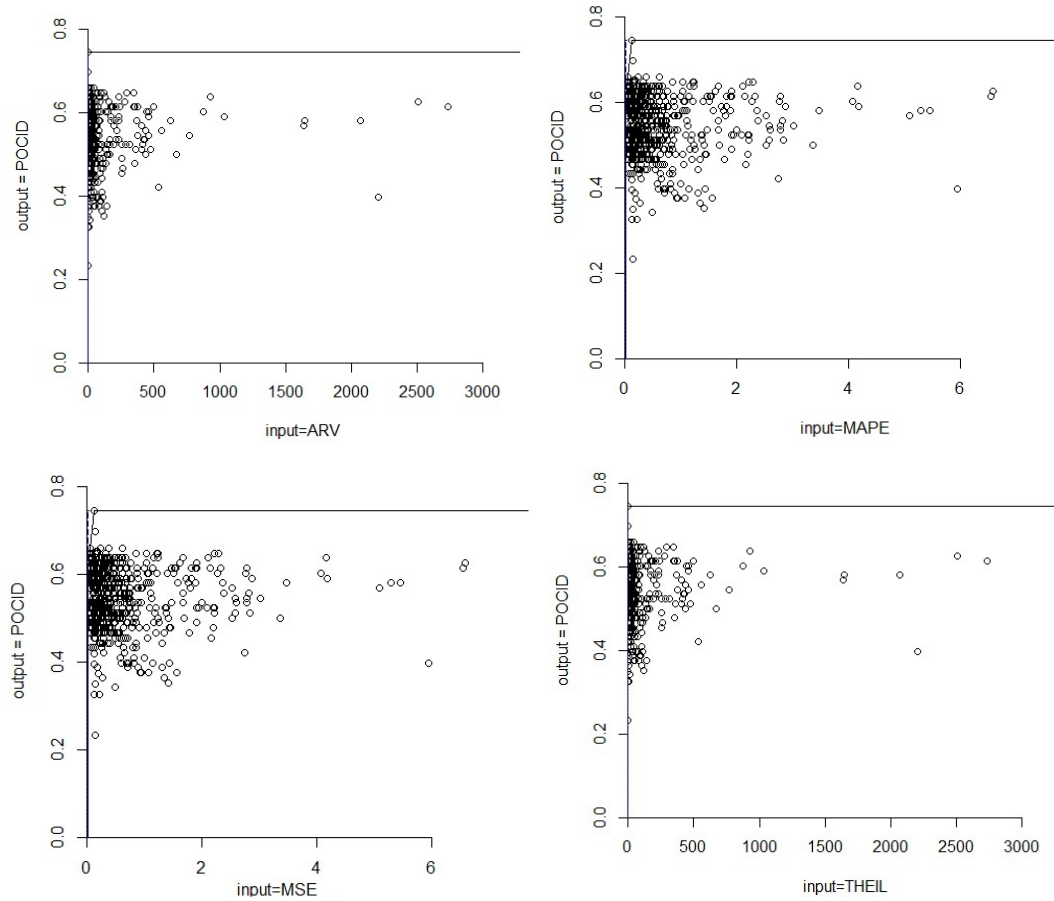


Figura 44: Fronteira de eficiência para a Série S&P500 (Caso Específico).

Tabela 14: Resultado do modelo DEA, caso específico, série S&P500

Input: ARV				
	DMUs	Eficiência	Estimativa	I.C (95%) α
1°	$F2_{rep28}$	1	0,578145300	(0,518131100; 0,812749400)
2°	$F2_{rep12}$	1	0,512984500	(0,500771600; 0,586989000)
3°	$F1_{rep5}$	1	0,503622500	(0,500009200; 0,527435300)
598°	$F11_{rep21}$	0,000009833	0,000006195	(0,000005290; 0,000009008)
599°	$F7_{rep10}$	0,000007835	0,000004926	(0,000004214; 0,000007178)
600°	$F2_{rep18}$	0,000007361	0,000005499	(0,000004294; 0,000007211)
Input: MAPE				
1°	$F2_{rep28}$	1	0,751803323	(0,63356317; 0,968400547)
2°	$F2_{rep12}$	1	0,583509699	(0,517311049; 0,842401843)
3°	$F1_{rep5}$	1	0,522813863	(0,501226821; 0,668565484)
598°	$F7_{rep10}$	0,002615494	0,002188621	(0,001817351; 0,002590597)
599°	$F11_{rep21}$	0,002538745	0,002124397	(0,001764022; 0,002514578)
600°	$F2_{rep18}$	0,002329079	0,002167708	(0,001860129; 0,002324184)
Input: MSE				
1°	$F2_{rep28}$	1	0,57937710	(0,51908260; 0,83578000)
2°	$F2_{rep12}$	1	0,51417400	(0,50065440; 0,60003350)
3°	$F1_{rep5}$	1	0,50368860	(0,50000840; 0,52794210)
598°	$F13_{rep23}$	0,00000974	0,00000635	(0,00000529; 0,00000912)
599°	$F7_{rep10}$	0,00000765	0,00000483	(0,00000410; 0,00000699)
600°	$F2_{rep18}$	0,00000725	0,00000544	(0,00000424; 0,00000710)
Input: THEIL				
1°	$F2_{rep28}$	1	0,578112568	(0,518156987; 0,812700989)
2°	$F2_{rep12}$	1	0,512965490	(0,500743679; 0,586969080)
3°	$F1_{rep5}$	1	0,503623009	(0,500000519; 0,527445008)
598°	$F11_{rep21}$	0,000009798	0,000006230	(0,000005789; 0,000009012)
599°	$F7_{rep10}$	0,000007745	0,000004849	(0,000004654; 0,000007700)
600°	$F2_{rep18}$	0,000007255	0,000005396	(0,000004110; 0,000007300)

A Figura 45 apresenta distribuição de frequência das eficiências das DMUs para o caso específico. Observa-se que todas as métricas apresentam comportamento similar, mais de 95% das DMUs tem eficiência inferior a 0,30.

Portanto o modelo DEA, mostrou encontrar uma DMU eficiente e que seus valores previstos se ajustaram aos dados originais. Para a série S&P500 as DMUs menos eficientes para o caso específico, coincidem com a menos eficiente do caso geral, conforme Figura 43. Já as funções mais eficientes são mostradas na Figura 46. A função $F2_{rep28}$, foi a que melhor ajustou.

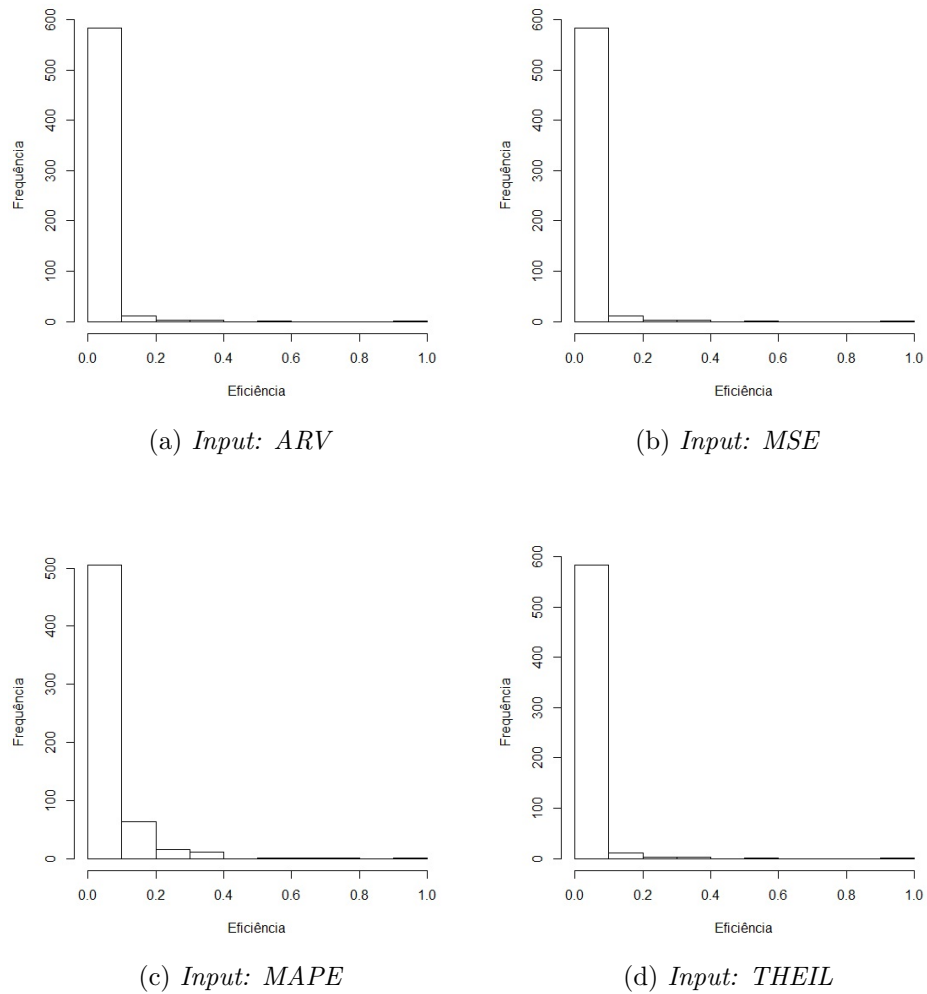


Figura 45: Distribuição de eficiência das DMUs para a Série S&P500 (Caso Específico)

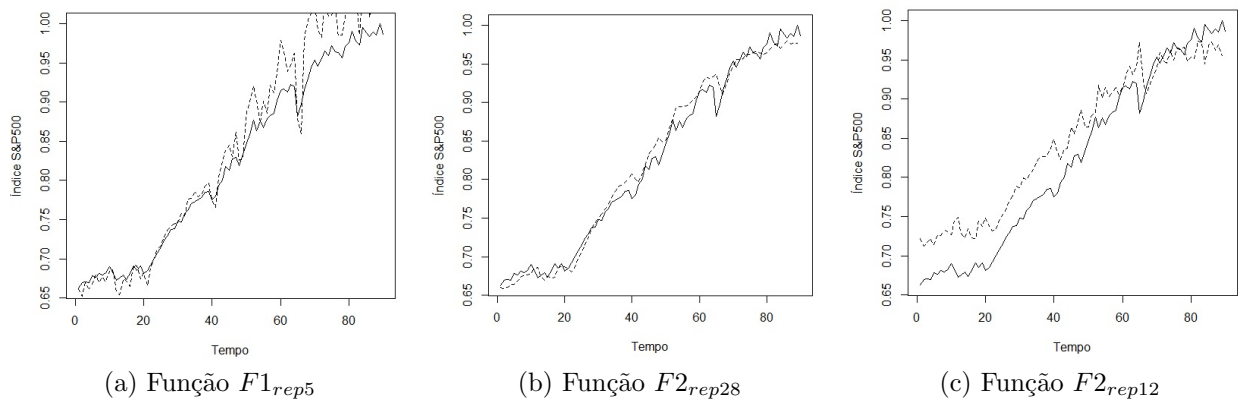


Figura 46: Comparação entre valores reais da série S&P500 (linha sólida) e a previsão gerada pela rede neural (linha tracejada) utilizando as DMUs mais eficientes (Caso Específico, *Inputs: ARV, MAPE, MSE, THEIL*).

6 Conclusão

Este capítulo apresenta as conclusões acerca do uso da metodologia DEA combinada com técnicas de inteligência artificial aplicadas à previsão de séries temporais. São apresentados também os possíveis trabalhos futuros que podem vir a ser executados como continuidade dos resultados expostos nessa dissertação.

6.1 Considerações Finais

O uso da Análise Envoltória de Dados, mostrou-se uma técnica consistente na identificação das melhores funções de *fitness* em relação aos Sistemas Híbridos Inteligentes.

A comparação entre os valores reais das séries com os valores previstos pelas DMUs mais eficiente, mostram que realmente, suas previsões são melhores do que as identificadas como DMU menos eficiente, mesmo no caso onde as previsões não são tão boas (série de *Dow Jones*). Foram utilizadas séries com comportamento periódico (Série *Sunspot*), com tendência (Série S&P500) e não estacionária (*Dow Jones*) em todas elas o modelo DEA apresentou resultados satisfatórios, ou seja, identificando a função de *fitness* mais eficiente dentre as estudadas.

Para todas as séries encontrou-se ao menos uma função de *fitness* com alta variabilidade, sendo a mais indicada para a busca pelo melhor indivíduo no processo evolutivo. Em nenhuma das séries foi apresentada diferenças estatisticamente significativa, ao nível de significância de 5% , para inclusão da métrica POCID nas funções de *fitness*.

A comparação das funções de *fitness* em termos de eficiência mostrou que dentre as vinte funções de *fitness* estudadas, existe ao menos um delas que difere das demais. Esse resultado foi observado pelo teste de Kruskal-Wallis e se repete para as três séries estudadas.

A separação das análises em dois casos foi importante para identificar comportamento das DMUs quando os *inputs* analisados eram colocados todos conjuntamente (Caso Geral)

ou de forma individual (Caso Específico). Em geral, as DMUs que se destacavam no caso geral também apresentavam melhores ou piores eficiências nos *inputs* individuais, exceto o caso da métrica MAPE, que apresentou comportamento distinto.

A seleção da função de *fitness* utilizada no processo computacional evolutivo para o ajuste do modelo de previsão das séries temporais, considerando o Sistema Híbrido a combinação dos AGs com as RNA, apresentaram resultados semelhantes ao trabalho em que foi utilizado a Estratégia Evolutiva (SILVA, 2011).

Conclui-se que o uso do DEA para avaliar as funções de *fitness* serve como ferramenta auxiliar na área de previsão de séries temporais. Fica a critério do pesquisador, avaliar os resultados sob diferentes perspectivas, seja sob a questão do custo computacional na realizar simulações com uma determinada função que foi mais eficiente ou sob o aspecto de avaliar quais combinações não são desejadas poupando tempo e recursos na hora de avaliar uma determinada série.

6.2 Trabalhos Futuros

A seguir é enumerado algumas sugestões para possíveis trabalhos futuros referente ao trabalho apresentado nessa dissertação:

1. Comparar as funções de *fitness* sob a ótica das características das séries temporais;
2. Estabelecer outras combinações para as funções de *fitness*;
3. Estabelecer outros procedimentos evolutivos para a busca do ajuste ótimo dos modelos preditivos eleitos, como por exemplo, otimização de enxame de partículas (PSO);
4. Análise da rugosidade das superfícies de erro geradas pelas funções de *fitness* selecionadas por sua eficiência segundo a técnica DEA.

Referências

- ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical Methods for Forecasting**. [S.l.]: Wiley, 2009. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9780470317297.
- BOGETOFT, P.; OTTO, L. **Benchmarking with DEA, SFA, and R**. [S.l.]: Springer New York, 2011. (International series in operations research & management science).
- BOX, G.; JENKINS, G.; REINSEL, G. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. [S.l.]: Wiley, 2013. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9781118619063.
- CHENG, B.; TITTERINGTON, D. M. Neural networks: A review from a statistical perspective. **Statistical Science**, Institute of Mathematical Statistics, v. 9, n. 1, p. 2–30, 1994.
- COOPER, W.; SEIFORD, L.; TONE, K. **Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software - 2nd Ed.** [S.l.]: Springer Science+Business Media, LLC, 2007.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. **An Introduction to the Bootstrap**. [S.l.]: Chapman & Hall/CRC, 1993. (Monographs on statistics and applied probabilities). ISBN 9780412042317.
- EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. **Introduction to Evolutionary Computing**. [S.l.]: Springer, 2003.
- FERREIRA, T. A. E. **Nova Metodologia Híbrida Inteligente Aplicado a previsão de Séries Temporais**. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2006.
- FERREIRA, T. A. E.; VASCONCELOS, G. C.; ADEODATO, P. J. L. A new evolutionary method for time series forecasting. In: **Proceedings of the 2005 conference on Genetic and evolutionary computation**. New York, NY, USA: ACM, 2005. (GECCO '05), p. 2221–2222.
- GOLDSCHMIDT, R.; PASSOS, E. **DATA MINING - UM GUIA PRATICO**. [S.l.]: CAMPUS, 2008.
- GUJARATI, D. **Econometria Basica**. [S.l.]: Elsevier, 2006. ISBN 9788535216646.
- HAYKIN, S. **Redes Neurais - 2ed.** [S.l.]: BOOKMAN COMPANHIA ED, 2001. ISBN 9788573077186.
- LEUNG, F. H. F. et al. Tuning of the structure and parameters of a neural network using an improved genetic algorithm. **Neural Networks, IEEE Transactions on**, v. 14, n. 1, p. 79–88, 2003. ISSN 1045-9227.

- LYRA, M. A. A. C. S. Manchas solares e a lei de newcomb-benford. **REVISTA LATINO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO EM ASTRONOMIA**, n. 6, 2008.
- MEZA, L. et al. Siad sistema integrado de apoio a decisao: Uma implementacao computacional de modelos de analise envoltoria de dados. **SPOLM**, p. 10, 2003.
- MORETTIN, P.; TOLOI, C. de C. **Análise de séries temporais**. [S.l.]: Edgard Blucher, 2006. (ABE - Projeto Fisher). ISBN 9788521203896.
- OLANREWAJU, O. A.; JIMOH, A. A.; KHOLOPANE, P. A. Energy efficiency assesment using artificial neural network combined with data envelopment analysis. **IEEE Africon 11**, IEEE, p. 1–5, 2011.
- PERUS, M. Multi-level synergetic computation in the brain. **Nonlinear Phenomenain Complex Systems**, v. 4, p. 157–193, 2001.
- RODRIGUES, L. A.; NETO, P. de M.; FERREIRA, T. A prime step in the time series forecasting with hybrid methods: The fitness function choice. p. 2703–2710, 2009.
- SHEN, Y. et al. Road safety risk evaluation and target setting using data envelopment analysis and its extensions. **Accident Analysis & Prevention**, v. 48, n. 0, p. 430 – 441, 2012. ISSN 0001-4575.
- SIEGEL, S. **Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1975.
- SILVA, D. A. **Otimização da Função de Fitness para a Evolução de Redes Neurais com o uso de Análise Envoltória de Dados Aplicada a Previsão de Séries Temporais**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife – PE, 2011.
- SIMAR, L.; WILSON, P. W. Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. **Management Science**, JSTOR, p. 49–61, 1998.
- TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence. **Dynamical systems and turbulence Warwick 1980**, Springer, v. 898, n. 1, p. 366–381, 1981.
- TASHMAN, L. J. Out-of-sample tests of forecasting accuracy: an analysis and review. **International Journal of Forecasting**, Elsevier, v. 16, n. 4, p. 437–450, 2000.
- WAKUYA, H.; SHIDA, K. Bi-directionalization of neural computing architecture for time series prediction. iii. application to laser intensity time record ldquo; data set a rdquo;. In: **Neural Networks, 2001. Proceedings. IJCNN '01. International Joint Conference on**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 3, p. 2098–2103. ISSN 1098-7576.
- WHITE, H. Learning in artificial neural networks: A statistical perspective. **Neural Computation**, MIT Press, v. 1, n. 4, p. 425–464, 1989.
- WILSON, P. W. Fear: A software package for frontier efficiency analysis with r. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 42, n. 4, p. 247 – 254, 2008.
- YUN, Y.; ARAKAWA, M.; NAKAYAMA, H. Fitness evaluation using generalized data envelopment analysis in moga. **Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation IEEE Cat No04TH8753**, IEEE Service Center, v. 1, p. 464–471, 2004.

YUN, Y. B. et al. A multi-objective optimization method combining generalized data envelopment analysis and genetic algorithms. **IEEE SMC99 Conference Proceedings 1999 IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics Cat No99CH37028**, IEEE, v. 1, p. 671–676, 1999.

ZHANG, G.; PATUWO, B. E.; HU, M. Y. Forecasting with artificial neural networks:: The state of the art. **International Journal of Forecasting**, v. 14, n. 1, p. 35 – 62, 1998. ISSN 0169-2070.

Anexo

Teste de *Kruskal – Wallis*

O teste de *Kruskal – Wallis* investiga a diferença entre os escores de k amostras independentes de tamanho desigual. Essas diferenças podem significar diferenças efetivas entre as populações ou apenas variações casuais, esperadas entre amostras aleatórias de uma mesma população (SIEGEL, 1975).

Segundo Siegel (SIEGEL, 1975), para o cálculo do Teste de *Kruskal – Wallis* cada uma das N observações é substituída por um posto. Ao menor valor atribui-se o posto 1, ao seguinte o posto 2 até o maior posto N . Onde N é número total de observações independentes em cada amostra testada.

A hipótese nula testa se as amostras vem de uma mesma população contra a hipótese alternativa de que elas provém de populações diferentes. O procedimento do teste é o seguinte:

1. Todas as observações são colocadas em ordem ascendente, atribuindo ao menor valor o posto 1 e ao maior valor o posto N .
2. Para cada uma das amostras é feita a soma dos postos, sendo a soma dos postos dado por R_i , for $i = 1, 2, \dots, k$.
3. O teste de *Kruskal – Wallis* é dado como:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_i^2}{l_i} - 3(N+1) \right),$$

onde $N = \sum_{i=1}^k l_i$, em que N é o número de casos em todas as amostras combinadas. Se o número de empates entre os postos é alta, H é corrigido dividindo por:

$$1 - \frac{\sum (t^3 - t)}{N^3 - N}$$

onde t é o número de empates num grupo de empates. A estatística H usada no teste tem distribuição qui-quadrado com $gl = k - 1$, desde que o tamanho das k amostras não seja suficientemente pequena.

Método *Bootstrap*

O *bootstrap* é um método computacional utilizado para medir a precisão de estimativas estatísticas (EFRON; TIBSHIRANI, 1993). A idéia por trás desse método é testar amostras com reposição de um conjunto de dados e por meio disto criar um novo conjunto de dados aleatório de mesmo tamanho que o original. Com esse conjunto de dados, chamado de réplicas, pode-se calcular a estatística necessária, e repetir esse processo até formar um conjunto amostral de réplicas. O método *bootstrap* é descrito nos seguintes passos:

1. Selecione B amostras *bootstrap* independentes x_1, x_2, \dots, B , amostras essas que são retiradas com reposição do conjunto de dados.
2. Calcule a estimativa para cada amostra *bootstrap*

$$t(x^b), (b = 1, 2, \dots, B)$$

3. Estime o erro usando o erro padrão amostral das B réplicas através de,

$$\hat{s}_B = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (t(x^b) - \bar{t})^2}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B t(x^b)$$

O método *bootstrap* supõe que se a distribuição de x^b é próxima da distribuição de x , então a distribuição de $t(x^b)$ corresponde a aproximadamente a distribuição de $t(x)$. O limite de \hat{s}_B quando B vai para o infinito é a convergência para o método *bootstrap*.

Apêndice

Neste Apêndice é apresentado as Tabelas referentes aos resultados do modelo DEA para cada série temporal utilizada. O resumo do que é apresentado é mostrado a seguir:

- 1.Resultado das métricas para as séries estudadas - Tabela 15
- 2.Eficiências classificada por grupos: Série *Sunspot* - Tabela 16
- 3.Eficiências classificada por grupos: Série S&P 500 - Tabela 17
- 4.Eficiências classificada por grupos: Série Dow Jones - Tabela 18
- 5.Resultados do Teste de Tukey para as séries estudadas - Tabela 19

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
F7rep11	1,170	0,080	0,379	180,627	0,517	0,501	0,036	0,483	1,240	0,662	5,356	0,070	0,227	644,257	0,489
F7rep12	13,268	0,911	0,977	2048,533	0,474	0,977	0,066	0,920	2,420	0,618	438,242	5,674	2,389	52711,77	0,557
F7rep13	0,041	0,003	0,104	6,253	0,486	0,350	0,024	0,450	0,867	0,721	0,178	0,002	0,054	21,397	0,466
F7rep14	0,629	0,043	0,353	97,175	0,532	1,065	0,072	1,319	2,638	0,456	17,604	0,224	0,541	2117,356	0,443
F7rep15	0,547	0,038	0,290	84,395	0,504	0,855	0,059	0,454	2,116	0,750	4,808	0,061	0,286	578,304	0,523
F7rep16	0,066	0,005	0,172	10,212	0,492	0,355	0,025	0,366	0,878	0,853	20,707	0,265	0,556	2490,623	0,455
F7rep17	0,034	0,002	0,133	5,253	0,463	0,543	0,037	0,496	1,345	0,838	8,172	0,103	0,387	982,918	0,625
F7rep18	0,057	0,004	0,141	8,804	0,491	3,997	0,266	1,142	9,895	0,691	0,471	0,006	0,066	56,708	0,523
F7rep19	0,491	0,034	0,218	75,734	0,484	1,444	0,098	0,599	3,574	0,676	1,964	0,025	0,158	236,261	0,523
F7rep20	13,124	0,901	0,954	2026,251	0,507	0,219	0,015	0,414	0,542	0,721	116,325	1,501	1,228	13991,54	0,648
F7rep21	0,214	0,015	0,205	32,971	0,482	0,314	0,022	0,559	0,776	0,882	1,426	0,018	0,139	171,470	0,545
F7rep22	6,779	0,465	0,570	1046,623	0,487	0,226	0,016	0,422	0,561	0,721	85,575	1,106	0,893	10293,02	0,386
F7rep23	0,090	0,006	0,203	13,932	0,492	0,171	0,013	0,312	0,424	0,824	17,701	0,225	0,548	2129,062	0,580
F7rep24	0,063	0,004	0,180	9,664	0,503	0,151	0,011	0,344	0,373	0,809	925,590	11,698	4,159	111330,07	0,636
F7rep25	0,995	0,068	0,439	153,663	0,481	0,909	0,061	0,696	2,250	0,721	1,729	0,022	0,180	207,962	0,511
F7rep26	0,103	0,007	0,122	15,950	0,522	0,270	0,019	0,418	0,669	0,765	89,116	1,150	1,036	10718,81	0,625
F7rep27	0,164	0,011	0,245	25,304	0,469	0,226	0,016	0,380	0,559	0,794	1,851	0,024	0,182	222,692	0,568
F7rep28	0,046	0,003	0,093	7,126	0,503	0,257	0,018	0,459	0,637	0,721	7,807	0,099	0,352	939,081	0,523
F7rep29	0,297	0,020	0,183	45,817	0,476	0,298	0,021	0,314	0,739	0,779	7,812	0,099	0,362	939,618	0,500
F7rep30	0,060	0,004	0,182	9,218	0,523	0,206	0,015	0,382	0,509	0,779	14,943	0,193	0,437	1797,344	0,477
F8rep1	1,458	0,100	0,438	225,087	0,508	0,306	0,022	0,415	0,758	0,809	2,812	0,036	0,177	338,177	0,591
F8rep2	0,601	0,041	0,271	92,758	0,484	0,305	0,022	0,404	0,755	0,794	0,023	0,000	0,015	2,734	0,466
F8rep3	0,364	0,025	0,174	56,187	0,506	0,391	0,028	0,447	0,968	0,794	0,353	0,004	0,079	42,484	0,477
F8rep4	0,123	0,008	0,142	19,022	0,509	0,251	0,018	0,377	0,622	0,779	26,972	0,343	0,679	3244,147	0,398
F8rep5	0,031	0,002	0,095	4,827	0,498	0,404	0,028	0,490	1,000	0,706	11,324	0,148	0,383	1361,999	0,500
F8rep6	0,250	0,017	0,198	38,586	0,476	0,293	0,021	0,442	0,726	0,765	23,314	0,299	0,609	2804,190	0,625
F8rep7	0,175	0,012	0,215	26,944	0,516	0,401	0,028	0,446	0,992	0,765	22,498	0,291	0,496	2706,106	0,580
F8rep8	0,202	0,014	0,160	31,225	0,481	0,217	0,016	0,330	0,538	0,750	10,019	0,128	0,401	1205,066	0,466
F8rep9	0,058	0,004	0,111	8,945	0,502	0,208	0,015	0,324	0,516	0,735	15,211	0,194	0,503	1829,617	0,625
F8rep10	0,439	0,030	0,338	67,766	0,474	0,459	0,032	0,501	1,136	0,706	408,026	5,249	2,227	49077,34	0,511
F8rep11	0,609	0,042	0,350	94,074	0,514	0,319	0,023	0,335	0,790	0,765	25,095	0,322	0,622	3018,415	0,523
F8rep12	1,032	0,071	0,520	159,329	0,496	0,445	0,032	0,388	1,101	0,750	0,152	0,002	0,053	18,336	0,523
F8rep13	0,711	0,049	0,314	109,752	0,513	0,289	0,021	0,370	0,715	0,750	1,365	0,018	0,114	164,217	0,591
F8rep14	0,553	0,038	0,235	85,416	0,511	0,601	0,041	0,430	1,487	0,838	131,457	1,682	1,377	15811,70	0,511
F8rep15	0,145	0,010	0,161	22,440	0,501	0,266	0,019	0,351	0,658	0,779	3,294	0,043	0,185	396,169	0,602
F8rep16	0,134	0,009	0,178	20,652	0,523	0,441	0,031	0,512	1,092	0,794	458,388	5,823	2,770	55134,89	0,602
F8rep17	0,194	0,013	0,137	29,938	0,499	0,546	0,038	0,534	1,352	0,676	0,797	0,010	0,099	95,911	0,591
F8rep18	0,093	0,006	0,163	14,342	0,472	0,761	0,052	0,731	1,883	0,603	7,003	0,089	0,335	842,349	0,636
F8rep19	0,035	0,002	0,119	5,435	0,477	0,249	0,018	0,400	0,616	0,794	4,607	0,058	0,289	554,107	0,614
F8rep20	0,404	0,028	0,249	62,346	0,509	0,188	0,014	0,337	0,465	0,809	0,062	0,001	0,031	7,399	0,489
F8rep21	3,477	0,239	0,394	536,822	0,474	0,869	0,060	0,401	2,152	0,662	55,214	0,706	0,894	6641,197	0,591
F8rep22	0,209	0,014	0,160	32,293	0,503	0,296	0,021	0,483	0,734	0,691	35,557	0,462	0,615	4276,842	0,511
F8rep23	0,119	0,008	0,133	18,397	0,482	0,244	0,018	0,329	0,605	0,706	0,101	0,001	0,037	12,103	0,591
F8rep24	0,081	0,006	0,151	12,580	0,496	0,312	0,023	0,320	0,773	0,838	50,816	0,655	0,816	6112,181	0,534
F8rep25	0,050	0,003	0,082	7,738	0,473	0,254	0,019	0,340	0,628	0,750	25,566	0,326	0,657	3075,091	0,534
F8rep26	1,497	0,103	0,335	231,205	0,493	0,323	0,023	0,441	0,801	0,676	19,422	0,252	0,419	2336,122	0,466
F8rep27	8,419	0,578	0,725	1299,853	0,503	0,225	0,017	0,337	0,556	0,765	83,963	1,074	1,131	10099,08	0,545
F8rep28	0,010	0,001	0,049	1,599	0,498	0,354	0,025	0,342	0,876	0,779	231,510	2,985	1,733	27845,99	0,591
F8rep29	0,134	0,009	0,155	20,653	0,513	0,322	0,023	0,369	0,796	0,838	4,309	0,055	0,258	518,272	0,545
F8rep30	1,486	0,102	0,548	229,358	0,524	0,360	0,026	0,385	0,892	0,735	0,136	0,002	0,039	16,385	0,580
F9rep1	0,497	0,034	0,308	76,763	0,506	0,240	0,017	0,366	0,594	0,824	22,693	0,288	0,629	2729,555	0,432
F9rep2	0,101	0,007	0,152	15,571	0,522	0,303	0,021	0,410	0,750	0,765	2,212	0,028	0,197	266,101	0,511
F9rep3	0,133	0,009	0,218	20,476	0,501	0,235	0,017	0,404	0,582	0,735	31,334	0,401	0,712	3768,886	0,489
F9rep4	13,162	0,904	0,891	2032,169	0,489	0,890	0,062	0,743	2,203	0,647	24,600	0,319	0,510	2958,881	0,591
F9rep5	0,237	0,016	0,168	36,610	0,481	0,291	0,021	0,412	0,721	0,735	137,634	1,772	1,215	16554,65	0,602
F9rep6	2,978	0,205	0,552	459,817	0,487	0,219	0,016	0,325	0,543	0,809	0,979	0,013	0,117	117,805	0,455
F9rep7	0,405	0,028	0,333	62,511	0,472	0,589	0,040	0,579	1,459	0,691	459,977	5,853	2,780	55326,07	0,545
F9rep8	0,854	0,059	0,505	131,808	0,518	0,213	0,016	0,309	0,526	0,838	210,233	2,712	1,665	25286,78	0,534
F9rep9	0,441	0,030	0,357	68,147	0,493	0,260	0,018	0,507	0,643	0,721	2,924	0,037	0,226	351,686	0,568
F9rep10	1,585	0,109	0,450	244,790	0,508	0,417	0,029	0,590	1,033	0,794	0,678	0,008	0,105	81,502	0,545
F9rep11	0,153	0,010	0,173	23,603	0,488	0,280	0,019	0,430	0,692	0,706	26,423	0,344	0,526	3178,138	0,591
F9rep12	0,142	0,010	0,177	21,958	0,472	0,222	0,016	0,383	0,550	0,794	1,342	0,017	0,144	161,409	0,523
F9rep13	0,921	0,063	0,377	142,177	0,514	0,188	0,014	0,368	0,466	0,735	55,049	0,691	1,033	6621,259	0,580
F9rep14	0,045	0,003	0,106	6,875	0,518	0,202	0,015	0,314	0,500	0,824	17,912	0,227	0,562	2154,417	0,466

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
F9 _{rep15}	0,324	0,022	0,278	49,979	0,512	0,598	0,040	0,583	1,481	0,676	0,616	0,008	0,091	74,041	0,489
F9 _{rep16}	1,240	0,085	0,275	191,388	0,514	0,254	0,018	0,521	0,630	0,721	12,118	0,158	0,350	1457,587	0,591
F9 _{rep17}	0,066	0,005	0,126	10,191	0,514	0,401	0,028	0,333	0,994	0,794	5,650	0,072	0,298	679,626	0,523
F9 _{rep18}	0,204	0,014	0,282	31,439	0,489	0,303	0,022	0,436	0,750	0,824	2,906	0,037	0,218	349,588	0,511
F9 _{rep19}	0,236	0,016	0,219	36,366	0,524	0,601	0,041	0,443	1,488	0,838	0,301	0,004	0,069	36,244	0,602
F9 _{rep20}	1,693	0,116	0,488	261,461	0,499	0,370	0,025	0,707	0,916	0,750	1,590	0,021	0,129	191,266	0,591
F9 _{rep21}	0,116	0,008	0,267	17,970	0,501	0,962	0,065	0,709	2,382	0,676	14,017	0,179	0,487	1685,987	0,636
F9 _{rep22}	0,098	0,007	0,124	15,073	0,483	0,519	0,036	0,803	1,286	0,676	1,541	0,019	0,166	185,314	0,636
F9 _{rep23}	1,135	0,078	0,380	175,315	0,502	0,408	0,028	0,466	1,011	0,882	11,375	0,147	0,377	1368,244	0,545
F9 _{rep24}	0,899	0,062	0,500	138,775	0,537	0,772	0,052	0,581	1,911	0,721	4,490	0,057	0,255	540,043	0,477
F9 _{rep25}	0,072	0,005	0,187	11,061	0,477	0,232	0,017	0,343	0,575	0,838	0,311	0,004	0,054	37,465	0,511
F9 _{rep26}	0,417	0,029	0,193	64,426	0,460	0,328	0,022	0,578	0,812	0,794	0,120	0,002	0,031	14,465	0,534
F9 _{rep27}	0,151	0,010	0,238	23,264	0,527	0,197	0,014	0,345	0,489	0,794	44,377	0,576	0,721	5337,670	0,557
F9 _{rep28}	4,854	0,333	0,545	749,421	0,477	0,165	0,012	0,314	0,408	0,853	4,429	0,056	0,273	532,664	0,614
F9 _{rep29}	0,025	0,002	0,084	3,926	0,514	0,485	0,033	0,521	1,201	0,809	27,341	0,352	0,571	3288,579	0,545
F9 _{rep30}	0,334	0,023	0,279	51,631	0,513	0,301	0,021	0,335	0,744	0,809	9,418	0,120	0,395	1132,770	0,545
F10 _{rep1}	0,220	0,015	0,338	34,025	0,492	0,357	0,025	0,315	0,883	0,809	55,066	0,713	0,762	6623,333	0,591
F10 _{rep2}	0,143	0,010	0,151	22,093	0,459	0,179	0,013	0,470	0,444	0,706	0,421	0,005	0,082	50,663	0,602
F10 _{rep3}	0,308	0,021	0,237	47,522	0,504	0,367	0,026	0,370	0,907	0,750	4,353	0,056	0,246	523,593	0,602
F10 _{rep4}	0,083	0,006	0,190	12,790	0,477	0,602	0,042	0,409	1,489	0,632	18,937	0,240	0,580	2277,703	0,557
F10 _{rep5}	0,124	0,009	0,194	19,200	0,496	0,218	0,015	0,365	0,540	0,779	101,431	1,302	1,202	12200,186	0,523
F10 _{rep6}	0,052	0,004	0,083	8,084	0,493	0,179	0,013	0,335	0,443	0,794	0,591	0,008	0,105	71,061	0,534
F10 _{rep7}	0,527	0,036	0,272	81,402	0,509	0,627	0,043	0,470	1,552	0,750	14,423	0,184	0,493	1734,777	0,636
F10 _{rep8}	1,351	0,093	0,363	208,603	0,488	0,293	0,021	0,455	0,724	0,779	9,383	0,124	0,290	1128,535	0,568
F10 _{rep9}	3,844	0,264	0,501	593,520	0,516	2,386	0,159	0,890	5,908	0,603	0,618	0,008	0,091	74,374	0,489
F10 _{rep10}	0,157	0,011	0,109	24,260	0,486	0,621	0,043	0,553	1,537	0,662	1,012	0,013	0,123	121,779	0,568
F10 _{rep11}	0,073	0,005	0,143	11,337	0,481	0,155	0,012	0,305	0,383	0,779	3,098	0,040	0,180	372,671	0,625
F10 _{rep12}	0,048	0,003	0,135	7,447	0,476	0,304	0,022	0,323	0,754	0,779	131,896	1,673	1,508	15864,47	0,602
F10 _{rep13}	0,337	0,023	0,249	52,084	0,489	0,185	0,014	0,390	0,458	0,765	0,877	0,011	0,102	105,514	0,432
F10 _{rep14}	0,894	0,061	0,360	138,068	0,478	0,741	0,050	0,627	1,834	0,765	3,550	0,045	0,259	426,936	0,636
F10 _{rep15}	0,124	0,008	0,122	19,098	0,479	0,348	0,024	0,400	0,862	0,824	2,657	0,034	0,171	319,635	0,591
F10 _{rep16}	1,407	0,097	0,530	217,196	0,489	0,318	0,023	0,397	0,788	0,794	93,436	1,183	1,314	11238,48	0,386
F10 _{rep17}	0,010	0,001	0,061	1,612	0,484	0,395	0,028	0,370	0,977	0,794	193,448	2,460	1,804	23267,888	0,568
F10 _{rep18}	0,048	0,003	0,147	7,483	0,508	0,185	0,013	0,413	0,458	0,765	1,326	0,017	0,151	159,444	0,489
F10 _{rep19}	0,075	0,005	0,161	11,632	0,492	0,310	0,022	0,480	0,768	0,853	0,879	0,011	0,104	105,735	0,625
F10 _{rep20}	0,361	0,025	0,195	55,732	0,481	0,326	0,023	0,399	0,806	0,765	4,281	0,055	0,243	514,914	0,432
F10 _{rep21}	0,060	0,004	0,212	9,218	0,491	0,195	0,014	0,342	0,482	0,853	0,778	0,010	0,113	93,607	0,545
F10 _{rep22}	0,563	0,039	0,371	86,952	0,502	0,395	0,027	0,445	0,977	0,765	7,825	0,102	0,270	941,214	0,443
F10 _{rep23}	0,149	0,010	0,159	22,949	0,518	0,249	0,018	0,399	0,617	0,809	7,776	0,101	0,272	935,245	0,364
F10 _{rep24}	0,472	0,032	0,286	72,841	0,496	0,209	0,015	0,420	0,518	0,691	0,946	0,012	0,119	113,817	0,511
F10 _{rep25}	4,224	0,290	0,611	652,102	0,517	0,345	0,025	0,458	0,854	0,824	4,811	0,061	0,289	578,673	0,455
F10 _{rep26}	0,459	0,031	0,484	70,800	0,464	0,265	0,019	0,388	0,655	0,794	9,351	0,121	0,384	1124,706	0,489
F10 _{rep27}	0,287	0,020	0,143	44,334	0,493	0,266	0,019	0,391	0,658	0,779	0,654	0,008	0,102	78,662	0,534
F10 _{rep28}	0,134	0,009	0,167	20,733	0,501	0,280	0,020	0,333	0,693	0,838	52,462	0,673	0,868	6310,079	0,568
F10 _{rep29}	0,275	0,019	0,231	42,387	0,494	0,213	0,016	0,314	0,528	0,794	3,745	0,048	0,254	450,488	0,500
F10 _{rep30}	0,584	0,040	0,246	90,181	0,492	0,261	0,018	0,348	0,646	0,853	2,122	0,027	0,186	255,268	0,386
F11 _{rep1}	1,412	0,097	0,426	218,059	0,503	0,305	0,022	0,413	0,755	0,779	3,215	0,041	0,225	386,671	0,568
F11 _{rep2}	0,085	0,006	0,249	13,196	0,512	0,580	0,039	0,783	1,436	0,676	43,456	0,564	0,667	5226,931	0,636
F11 _{rep3}	0,059	0,004	0,103	9,137	0,491	0,427	0,030	0,610	1,057	0,750	0,219	0,003	0,062	26,381	0,580
F11 _{rep4}	0,064	0,004	0,116	9,949	0,504	0,770	0,052	0,523	1,906	0,691	24,929	0,317	0,664	2998,428	0,545
F11 _{rep5}	0,074	0,005	0,169	11,424	0,469	0,221	0,016	0,375	0,548	0,750	8,399	0,107	0,359	1010,196	0,511
F11 _{rep6}	0,189	0,013	0,382	29,205	0,471	0,183	0,013	0,308	0,452	0,853	168,943	2,170	1,575	20320,52	0,580
F11 _{rep7}	0,055	0,004	0,084	8,437	0,496	0,193	0,014	0,372	0,477	0,838	4,170	0,053	0,257	501,576	0,500
F11 _{rep8}	0,116	0,008	0,160	17,962	0,471	0,447	0,031	0,386	1,107	0,779	0,104	0,001	0,033	12,453	0,568
F11 _{rep9}	0,268	0,018	0,187	41,424	0,494	0,222	0,016	0,496	0,549	0,794	23,376	0,297	0,642	2811,630	0,455
F11 _{rep10}	0,167	0,011	0,242	25,831	0,514	0,306	0,022	0,490	0,757	0,765	3,550	0,045	0,250	426,946	0,568
F11 _{rep11}	1,379	0,095	0,534	212,859	0,523	0,262	0,019	0,551	0,650	0,779	47,678	0,612	0,839	5734,653	0,500
F11 _{rep12}	1,568	0,108	0,435	242,028	0,507	0,232	0,017	0,414	0,576	0,765	1,514	0,020	0,163	182,064	0,580
F11 _{rep13}	1,307	0,090	0,365	201,833	0,492	0,255	0,018	0,399	0,630	0,794	0,954	0,012	0,135	114,762	0,625
F11 _{rep14}	0,147	0,010	0,190	22,771	0,523	0,214	0,016	0,413	0,529	0,779	0,234	0,003	0,057	28,172	0,625
F11 _{rep15}	1,208	0,083	0,323	186,455	0,518	0,184	0,014	0,433	0,454	0,824	20,003	0,254	0,594	2405,934	0,580
F11 _{rep16}	0,319	0,022	0,322	49,283	0,509	0,317	0,022	0,509	0,784	0,765	1,611	0,021	0,109	193,741	0,557
F11 _{rep17}	1,036	0,071	0,238	160,017	0,467	0,243	0,017	0,477	0,602	0,838	7,974	0,102	0,355	959,136	0,568
F11 _{rep18}	0,710	0,049	0,240	109,611	0,506	0,255	0,018	0,377	0,632	0,779	3,683	0,048	0,188	443,022	0,614

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
<i>F11_{rep19}</i>	0,390	0,027	0,245	60,164	0,479	0,591	0,040	0,561	1,464	0,735	4,133	0,053	0,238	497,159	0,591
<i>F11_{rep20}</i>	0,048	0,003	0,128	7,468	0,479	0,325	0,022	0,622	0,804	0,809	0,432	0,006	0,068	52,014	0,636
<i>F11_{rep21}</i>	0,502	0,034	0,314	77,501	0,524	1,390	0,093	0,894	3,442	0,721	1647,999	20,869	5,463	198221,3	0,580
<i>F11_{rep22}</i>	0,209	0,014	0,150	32,213	0,501	0,353	0,024	0,440	0,873	0,824	290,076	3,691	2,219	34890,414	0,648
<i>F11_{rep23}</i>	0,777	0,053	0,256	120,010	0,512	0,400	0,028	0,486	0,990	0,750	3,215	0,042	0,174	386,721	0,614
<i>F11_{rep24}</i>	3,705	0,254	0,485	572,053	0,486	0,259	0,018	0,485	0,641	0,779	6,258	0,080	0,287	752,698	0,534
<i>F11_{rep25}</i>	0,073	0,005	0,192	11,263	0,481	0,359	0,025	0,411	0,890	0,779	4,799	0,061	0,230	577,172	0,511
<i>F11_{rep26}</i>	0,279	0,019	0,180	43,128	0,486	0,217	0,016	0,430	0,538	0,765	4,785	0,060	0,300	575,524	0,625
<i>F11_{rep27}</i>	0,140	0,010	0,140	21,590	0,499	0,185	0,014	0,294	0,458	0,868	45,485	0,588	0,763	5470,931	0,511
<i>F11_{rep28}</i>	0,317	0,022	0,263	48,895	0,469	0,433	0,030	0,489	1,072	0,794	10,829	0,138	0,437	1302,497	0,466
<i>F11_{rep29}</i>	0,205	0,014	0,343	31,592	0,472	0,434	0,030	0,450	1,075	0,779	1,115	0,014	0,137	134,057	0,432
<i>F11_{rep30}</i>	0,034	0,002	0,111	5,197	0,506	0,235	0,017	0,372	0,581	0,824	62,621	0,803	0,935	7532,035	0,568
<i>F12_{rep1}</i>	3,004	0,206	0,721	463,849	0,481	0,686	0,047	0,704	1,699	0,868	1,302	0,017	0,152	156,615	0,614
<i>F12_{rep2}</i>	1,294	0,089	0,642	199,750	0,486	0,450	0,031	0,684	1,113	0,809	109,040	1,406	1,202	13115,392	0,466
<i>F12_{rep3}</i>	1,919	0,132	0,657	296,212	0,527	0,284	0,021	0,349	0,704	0,765	3,918	0,050	0,273	471,272	0,602
<i>F12_{rep4}</i>	2,484	0,171	0,588	383,528	0,503	0,438	0,030	0,632	1,085	0,853	2732,737	34,818	6,563	328693,8	0,614
<i>F12_{rep5}</i>	1,089	0,075	0,403	168,147	0,491	0,603	0,041	0,788	1,494	0,838	54,887	0,705	0,878	6601,783	0,602
<i>F12_{rep6}</i>	1,924	0,132	0,704	297,020	0,521	0,457	0,032	0,636	1,133	0,809	0,983	0,013	0,119	118,278	0,625
<i>F12_{rep7}</i>	0,127	0,009	0,190	19,669	0,501	0,817	0,056	0,661	2,022	0,868	33,953	0,434	0,731	4083,850	0,398
<i>F12_{rep8}</i>	3,040	0,209	0,645	469,298	0,487	0,345	0,025	0,482	0,855	0,794	445,747	5,743	2,266	53614,510	0,602
<i>F12_{rep9}</i>	3,851	0,264	0,766	594,551	0,503	0,506	0,035	0,623	1,253	0,868	57,042	0,737	0,813	6861,000	0,398
<i>F12_{rep10}</i>	5,888	0,404	0,791	909,154	0,516	0,689	0,046	1,591	1,705	0,824	57,129	0,738	0,853	6871,508	0,648
<i>F12_{rep11}</i>	1,282	0,088	0,673	198,011	0,517	0,466	0,032	0,639	1,155	0,838	257,563	3,301	1,905	30979,7	0,523
<i>F12_{rep12}</i>	2,852	0,196	0,738	440,371	0,484	0,726	0,050	0,911	1,797	0,721	29,464	0,380	0,614	3543,926	0,602
<i>F12_{rep13}</i>	0,077	0,005	0,199	11,910	0,532	0,584	0,039	0,989	1,445	0,809	12,214	0,156	0,451	1469,118	0,602
<i>F12_{rep14}</i>	1,193	0,082	0,603	184,186	0,501	0,591	0,040	1,058	1,464	0,779	8,228	0,103	0,397	989,622	0,545
<i>F12_{rep15}</i>	3,038	0,209	0,670	469,080	0,538	0,618	0,043	0,770	1,529	0,779	10,892	0,139	0,400	1310,112	0,443
<i>F12_{rep16}</i>	2,219	0,152	0,494	342,588	0,538	0,397	0,028	0,666	0,982	0,794	0,134	0,002	0,038	16,077	0,648
<i>F12_{rep17}</i>	0,105	0,007	0,182	16,275	0,532	1,418	0,096	0,724	3,509	0,794	5,878	0,075	0,305	706,981	0,636
<i>F12_{rep18}</i>	1,849	0,127	0,633	285,547	0,511	0,424	0,029	0,549	1,051	0,838	81,486	1,041	1,096	9801,189	0,523
<i>F12_{rep19}</i>	11,330	0,778	1,028	1749,260	0,501	0,563	0,039	0,837	1,395	0,779	151,790	1,952	1,407	18257,264	0,602
<i>F12_{rep20}</i>	0,168	0,012	0,293	25,947	0,498	0,473	0,032	0,709	1,170	0,853	8,852	0,113	0,308	1064,677	0,636
<i>F12_{rep21}</i>	0,428	0,029	0,316	66,045	0,497	0,408	0,028	0,485	1,011	0,794	6,472	0,082	0,343	778,489	0,591
<i>F12_{rep22}</i>	2,429	0,167	0,716	375,002	0,516	0,306	0,021	0,654	0,758	0,779	6,312	0,080	0,335	759,181	0,625
<i>F12_{rep23}</i>	3,030	0,208	0,746	467,886	0,518	0,257	0,019	0,432	0,635	0,765	141,840	1,820	1,417	17060,52	0,500
<i>F12_{rep24}</i>	1,695	0,116	0,620	261,767	0,484	0,628	0,042	1,460	1,554	0,809	1,187	0,015	0,137	142,829	0,648
<i>F12_{rep25}</i>	2,154	0,148	0,702	332,549	0,527	0,392	0,027	0,680	0,971	0,853	18,075	0,238	0,370	2174,081	0,659
<i>F12_{rep26}</i>	0,566	0,039	0,476	87,350	0,532	0,831	0,058	1,171	2,058	0,853	13,798	0,175	0,490	1659,624	0,545
<i>F12_{rep27}</i>	2,077	0,143	0,602	320,749	0,507	0,429	0,030	0,624	1,062	0,824	14,167	0,177	0,479	1703,991	0,545
<i>F12_{rep28}</i>	0,179	0,012	0,242	27,621	0,498	0,643	0,043	0,939	1,591	0,765	42,270	0,534	0,886	5084,199	0,534
<i>F12_{rep29}</i>	2,226	0,153	0,652	343,656	0,511	0,612	0,042	0,806	1,515	0,853	623,578	7,864	3,468	75003,9	0,580
<i>F12_{rep30}</i>	3,318	0,228	0,735	512,218	0,517	0,923	0,063	0,613	2,285	0,838	2,486	0,032	0,212	298,986	0,534
<i>F13_{rep1}</i>	0,011	0,001	0,056	1,729	0,483	0,585	0,041	0,390	1,447	0,779	2,935	0,038	0,173	353,051	0,625
<i>F13_{rep2}</i>	0,026	0,002	0,074	3,986	0,486	0,383	0,027	0,422	0,948	0,765	0,886	0,011	0,128	106,560	0,625
<i>F13_{rep3}</i>	0,207	0,014	0,154	31,965	0,496	0,558	0,040	0,423	1,382	0,765	5,486	0,070	0,287	659,855	0,625
<i>F13_{rep4}</i>	1,358	0,093	0,218	209,697	0,477	0,670	0,047	0,446	1,658	0,809	27,170	0,350	0,580	3267,965	0,625
<i>F13_{rep5}</i>	0,025	0,002	0,078	3,921	0,511	0,443	0,032	0,356	1,097	0,779	111,469	1,411	1,441	13407,4	0,398
<i>F13_{rep6}</i>	5,959	0,409	0,612	920,096	0,507	0,461	0,033	0,445	1,140	0,809	10,095	0,129	0,403	1214,286	0,477
<i>F13_{rep7}</i>	1,245	0,086	0,367	192,286	0,528	0,445	0,032	0,414	1,103	0,765	55,659	0,717	0,760	6694,703	0,625
<i>F13_{rep8}</i>	0,308	0,021	0,192	47,534	0,504	0,395	0,028	0,365	0,979	0,765	1,822	0,023	0,188	219,119	0,534
<i>F13_{rep9}</i>	0,781	0,054	0,228	120,621	0,501	0,574	0,040	0,395	1,421	0,779	49,475	0,633	0,847	5950,836	0,432
<i>F13_{rep10}</i>	0,143	0,010	0,125	22,143	0,476	5,008	0,334	0,615	12,398	0,794	18,529	0,236	0,561	2228,625	0,500
<i>F13_{rep11}</i>	1,585	0,109	0,473	244,793	0,493	0,382	0,028	0,397	0,945	0,779	110,459	1,393	1,456	13286,032	0,477
<i>F13_{rep12}</i>	0,669	0,046	0,324	103,345	0,526	1,411	0,096	0,452	3,494	0,779	12,142	0,153	0,482	1460,427	0,455
<i>F13_{rep13}</i>	0,293	0,020	0,172	45,178	0,477	0,267	0,019	0,434	0,661	0,779	25,056	0,326	0,529	3013,785	0,500
<i>F13_{rep14}</i>	0,059	0,004	0,121	9,147	0,493	0,296	0,022	0,355	0,734	0,750	1,702	0,022	0,140	204,764	0,477
<i>F13_{rep15}</i>	0,093	0,006	0,109	14,341	0,502	0,955	0,066	0,391	2,364	0,779	875,537	11,051	4,075	105309,6	0,602
<i>F13_{rep16}</i>	0,332	0,023	0,193	51,238	0,496	0,308	0,023	0,609	0,764	0,706	405,692	5,185	2,530	48796,7	0,568
<i>F13_{rep17}</i>	0,079	0,005	0,173	12,188	0,499	0,499	0,035	0,398	1,235	0,765	5,903	0,074	0,337	710,003	0,523
<i>F13_{rep18}</i>	0,150	0,010	0,140	23,154	0,498	0,531	0,037	0,397	1,315	0,765	81,056	1,026	1,177	9749,451	0,511
<i>F13_{rep19}</i>	0,115	0,008	0,189	17,814	0,524	0,543	0,039	0,385	1,343	0,794	21,931	0,282	0,562	2637,833	0,557
<i>F13_{rep20}</i>	1,299	0,089	0,298	200,588	0,507	0,622	0,043	0,519	1,540	0,779	345,854	4,421	2,284	41599,33	0,648
<i>F13_{rep21}</i>	0,584	0,040	0,304	90,099	0,516	0,463	0,033	0,358	1,146	0,794	47,355	0,601	0,918	5695,843	0,375
<i>F13_{rep22}</i>	4,496	0,309	0,576	694,228	0,502	0,688	0,048	0,485	1,704	0,779	127,030	1,640	1,234	15279,16	0,636

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
F13 _{rep23}	1,121	0,077	0,423	173,088	0,524	0,574	0,041	0,434	1,422	0,765	1635,055	20,875	5,094	196664,55	0,568
F13 _{rep24}	0,193	0,013	0,147	29,739	0,519	0,602	0,043	0,509	1,491	0,750	2510,665	31,909	6,587	301982,9	0,625
F13 _{rep25}	0,134	0,009	0,175	20,615	0,519	0,651	0,046	0,422	1,611	0,706	57,817	0,737	0,945	6954,208	0,534
F13 _{rep26}	0,050	0,003	0,123	7,714	0,516	0,566	0,040	0,470	1,401	0,809	8,010	0,102	0,361	963,422	0,557
F13 _{rep27}	0,348	0,024	0,178	53,738	0,512	0,354	0,026	0,345	0,877	0,779	415,072	5,354	2,214	49924,95	0,523
F13 _{rep28}	0,107	0,007	0,167	16,551	0,523	0,818	0,057	0,362	2,024	0,794	557,869	7,123	2,822	67100,46	0,557
F13 _{rep29}	0,139	0,010	0,176	21,476	0,497	6,015	0,401	0,596	14,890	0,794	2,602	0,032	0,201	312,944	0,523
F13 _{rep30}	0,197	0,014	0,189	30,389	0,538	0,909	0,063	0,496	2,250	0,765	4,263	0,054	0,254	512,732	0,545
F14 _{rep1}	0,107	0,007	0,227	16,447	0,491	0,220	0,016	0,512	0,544	0,868	23,687	0,308	0,526	2849,053	0,466
F14 _{rep2}	0,060	0,004	0,130	9,272	0,488	0,235	0,017	0,350	0,581	0,765	6,847	0,089	0,546	823,507	0,636
F14 _{rep3}	0,115	0,008	0,184	17,795	0,504	0,350	0,025	0,640	0,867	0,676	357,985	4,525	2,581	43058,42	0,511
F14 _{rep4}	0,469	0,032	0,313	72,476	0,493	0,328	0,023	0,442	0,812	0,794	7,358	0,094	0,344	885,075	0,489
F14 _{rep5}	0,400	0,027	0,258	61,820	0,533	0,236	0,017	0,399	0,583	0,779	10,714	0,141	0,285	1288,655	0,477
F14 _{rep6}	0,160	0,011	0,327	24,771	0,477	0,910	0,062	0,766	2,253	0,824	207,193	2,634	1,890	24921,21	0,614
F14 _{rep7}	1,538	0,106	0,540	237,468	0,512	0,680	0,047	0,704	1,684	0,706	67,477	0,867	1,041	8116,104	0,477
F14 _{rep8}	0,420	0,029	0,266	64,827	0,498	0,314	0,022	0,450	0,778	0,824	86,064	1,103	1,153	10351,83	0,636
F14 _{rep9}	0,323	0,022	0,235	49,867	0,486	0,240	0,017	0,438	0,594	0,721	1,352	0,017	0,148	162,614	0,489
F14 _{rep10}	1,074	0,074	0,411	165,830	0,484	0,270	0,019	0,463	0,668	0,750	16,871	0,221	0,377	2029,248	0,523
F14 _{rep11}	0,081	0,006	0,196	12,493	0,482	0,527	0,036	0,424	1,304	0,809	21,873	0,278	0,624	2630,900	0,568
F14 _{rep12}	0,091	0,006	0,181	14,081	0,514	0,374	0,026	0,428	0,925	0,824	8,638	0,108	0,377	1039,020	0,557
F14 _{rep13}	0,078	0,005	0,156	12,093	0,471	0,339	0,023	0,450	0,840	0,779	11,771	0,153	0,362	1415,836	0,443
F14 _{rep14}	0,015	0,001	0,064	2,380	0,487	2,495	0,167	0,730	6,176	0,691	2,573	0,032	0,214	309,461	0,466
F14 _{rep15}	13,943	0,957	0,960	2152,787	0,483	0,182	0,013	0,405	0,449	0,765	12,698	0,162	0,460	1527,281	0,614
F14 _{rep16}	0,018	0,001	0,080	2,828	0,497	0,281	0,020	0,397	0,696	0,735	4,151	0,053	0,240	499,294	0,625
F14 _{rep17}	0,481	0,033	0,218	74,235	0,482	0,216	0,016	0,405	0,536	0,765	10,810	0,143	0,305	1300,232	0,477
F14 _{rep18}	0,324	0,022	0,292	50,052	0,506	0,497	0,035	0,727	1,231	0,676	23,131	0,295	0,570	2782,236	0,591
F14 _{rep19}	2,781	0,191	0,481	429,337	0,516	0,355	0,025	0,557	0,878	0,735	0,184	0,002	0,045	22,151	0,648
F14 _{rep20}	0,057	0,004	0,119	8,855	0,513	0,510	0,034	0,612	1,262	0,676	5,496	0,070	0,298	661,100	0,545
F14 _{rep21}	0,202	0,014	0,192	31,117	0,473	0,289	0,021	0,377	0,716	0,809	15,299	0,196	0,490	1840,185	0,580
F14 _{rep22}	0,128	0,009	0,234	19,692	0,483	0,489	0,034	0,538	1,211	0,706	1,071	0,014	0,105	128,828	0,602
F14 _{rep23}	0,047	0,003	0,127	7,287	0,473	0,503	0,035	0,617	1,244	0,721	0,251	0,003	0,065	30,209	0,511
F14 _{rep24}	3,611	0,248	0,590	557,555	0,494	0,370	0,026	0,464	0,917	0,721	13,444	0,171	0,489	1616,993	0,614
F14 _{rep25}	0,344	0,024	0,258	53,147	0,481	3,686	0,246	0,607	9,125	0,735	354,726	4,546	2,203	42666,426	0,477
F14 _{rep26}	0,488	0,034	0,256	75,373	0,493	0,318	0,022	0,399	0,787	0,794	3,614	0,046	0,254	434,651	0,545
F14 _{rep27}	0,362	0,025	0,225	55,881	0,487	0,996	0,067	1,425	2,467	0,794	286,222	3,658	2,100	34426,77	0,523
F14 _{rep28}	1,537	0,106	0,588	237,343	0,483	0,227	0,017	0,400	0,563	0,809	0,260	0,003	0,068	31,311	0,500
F14 _{rep29}	0,542	0,037	0,275	83,693	0,473	0,279	0,020	0,386	0,690	0,809	90,352	1,166	1,031	10867,54	0,580
F14 _{rep30}	0,126	0,009	0,239	19,398	0,481	0,230	0,017	0,406	0,570	0,735	1,816	0,023	0,158	218,371	0,602
F15 _{rep1}	0,042	0,003	0,101	6,457	0,536	0,751	0,050	0,883	1,858	0,691	378,804	4,840	2,330	45562,51	0,614
F15 _{rep2}	0,085	0,006	0,114	13,145	0,523	0,495	0,034	0,595	1,225	0,838	0,852	0,011	0,094	102,493	0,580
F15 _{rep3}	4,304	0,296	0,633	664,500	0,496	0,160	0,011	0,453	0,395	0,853	5,498	0,070	0,307	661,305	0,511
F15 _{rep4}	0,103	0,007	0,122	15,856	0,471	0,426	0,029	0,442	1,055	0,765	167,667	2,170	1,374	20166,99	0,523
F15 _{rep5}	0,303	0,021	0,312	46,834	0,514	0,241	0,018	0,433	0,596	0,765	2,983	0,039	0,168	358,771	0,511
F15 _{rep6}	0,093	0,006	0,136	14,389	0,514	0,473	0,033	0,425	1,172	0,838	10,428	0,133	0,423	1254,238	0,591
F15 _{rep7}	0,256	0,018	0,174	39,523	0,477	0,401	0,028	0,531	0,992	0,765	4,455	0,058	0,227	535,854	0,443
F15 _{rep8}	4,227	0,290	0,591	652,588	0,517	0,289	0,021	0,473	0,715	0,794	0,972	0,012	0,124	116,856	0,614
F15 _{rep9}	0,565	0,039	0,352	87,308	0,473	0,446	0,031	0,513	1,105	0,809	0,888	0,011	0,106	106,858	0,580
F15 _{rep10}	0,279	0,019	0,245	43,067	0,501	0,214	0,015	0,403	0,530	0,765	171,875	2,167	1,817	20673,12	0,591
F15 _{rep11}	0,013	0,001	0,055	2,024	0,474	1,028	0,071	0,806	2,545	0,662	6,305	0,081	0,309	758,354	0,614
F15 _{rep12}	0,589	0,040	0,373	90,921	0,514	0,965	0,066	0,595	2,389	0,721	13,963	0,178	0,488	1679,448	0,557
F15 _{rep13}	0,153	0,011	0,138	23,633	0,529	0,203	0,015	0,291	0,502	0,809	53,419	0,684	0,876	6425,283	0,511
F15 _{rep14}	1,064	0,073	0,364	164,224	0,506	0,937	0,063	0,504	2,319	0,779	18,766	0,237	0,583	2257,211	0,591
F15 _{rep15}	0,052	0,004	0,109	8,090	0,511	0,272	0,020	0,392	0,672	0,794	0,460	0,006	0,070	55,276	0,489
F15 _{rep16}	0,018	0,001	0,068	2,732	0,502	0,614	0,042	0,684	1,519	0,735	1,795	0,023	0,139	215,871	0,534
F15 _{rep17}	0,488	0,034	0,307	75,291	0,523	0,242	0,017	0,389	0,599	0,794	1,542	0,020	0,142	185,418	0,580
F15 _{rep18}	1,301	0,089	0,463	200,912	0,523	0,568	0,039	0,741	1,405	0,750	354,873	4,569	2,138	42684,21	0,614
F15 _{rep19}	0,192	0,013	0,211	29,700	0,518	0,167	0,012	0,344	0,414	0,809	76,958	0,982	1,140	9256,475	0,614
F15 _{rep20}	0,055	0,004	0,136	8,513	0,492	0,265	0,019	0,308	0,655	0,794	43,353	0,558	0,782	5214,561	0,591
F15 _{rep21}	0,027	0,002	0,083	4,169	0,504	0,543	0,038	0,962	1,343	0,735	230,694	2,962	1,765	27747,91	0,580
F15 _{rep22}	0,054	0,004	0,111	8,267	0,494	0,321	0,023	0,430	0,794	0,765	0,249	0,003	0,064	29,966	0,602
F15 _{rep23}	0,024	0,002	0,105	3,716	0,504	1,027	0,069	0,934	2,542	0,603	2,537	0,032	0,209	305,163	0,591
F15 _{rep24}	4,489	0,308	0,600	693,083	0,493	0,162	0,012	0,339	0,402	0,824	41,319	0,529	0,809	4969,904	0,534
F15 _{rep25}	0,549	0,038	0,281	84,808	0,477	0,629	0,043	0,737	1,557	0,794	1,107	0,015	0,097	133,131	0,602
F15 _{rep26}	0,044	0,003	0,100	6,867	0,533	0,261	0,019	0,448	0,646	0,779	27,466	0,349	0,694	3303,561	0,557

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
<i>F15_{rep27}</i>	0,665	0,046	0,445	102,671	0,514	0,323	0,023	0,426	0,800	0,779	12,353	0,159	0,414	1485,813	0,625
<i>F15_{rep28}</i>	0,089	0,006	0,104	13,765	0,496	0,457	0,032	0,480	1,131	0,750	6,937	0,089	0,307	834,438	0,580
<i>F15_{rep29}</i>	0,373	0,026	0,314	57,568	0,509	0,213	0,015	0,390	0,528	0,868	8,328	0,106	0,358	1001,743	0,580
<i>F15_{rep30}</i>	0,028	0,002	0,099	4,342	0,483	0,169	0,013	0,349	0,419	0,853	2,659	0,034	0,181	319,788	0,602
<i>F16_{rep1}</i>	0,068	0,005	0,099	10,556	0,508	0,964	0,066	0,452	2,385	0,809	0,380	0,005	0,080	45,730	0,534
<i>F16_{rep2}</i>	1,824	0,125	0,349	281,623	0,479	0,989	0,068	0,467	2,449	0,779	185,853	2,399	1,521	22354,39	0,614
<i>F16_{rep3}</i>	0,120	0,008	0,187	18,515	0,528	0,910	0,063	0,419	2,253	0,779	5,602	0,072	0,255	673,854	0,466
<i>F16_{rep4}</i>	0,080	0,005	0,142	12,330	0,521	0,581	0,041	0,380	1,438	0,750	0,135	0,002	0,045	16,298	0,511
<i>F16_{rep5}</i>	0,589	0,040	0,210	90,980	0,476	0,670	0,047	0,390	1,658	0,794	4,715	0,060	0,270	567,155	0,591
<i>F16_{rep6}</i>	0,053	0,004	0,124	8,178	0,527	1,197	0,082	0,482	2,963	0,706	0,290	0,004	0,068	34,856	0,500
<i>F16_{rep7}</i>	0,338	0,023	0,290	52,252	0,486	0,398	0,029	0,344	0,985	0,794	10,809	0,140	0,338	1300,165	0,625
<i>F16_{rep8}</i>	0,034	0,002	0,078	5,265	0,507	0,321	0,024	0,318	0,795	0,765	0,297	0,004	0,060	35,691	0,477
<i>F16_{rep9}</i>	0,161	0,011	0,149	24,899	0,496	0,344	0,025	0,336	0,851	0,779	3,467	0,044	0,242	417,040	0,568
<i>F16_{rep10}</i>	0,055	0,004	0,114	8,532	0,512	0,418	0,030	0,390	1,035	0,750	12,370	0,158	0,441	1487,900	0,500
<i>F16_{rep11}</i>	18,815	1,292	1,192	2905,018	0,487	0,613	0,043	0,454	1,518	0,706	117,656	1,497	1,414	14151,631	0,352
<i>F16_{rep12}</i>	0,381	0,026	0,157	58,799	0,494	1,032	0,073	0,748	2,556	0,603	11,782	0,148	0,476	1417,182	0,602
<i>F16_{rep13}</i>	0,120	0,008	0,137	18,468	0,519	0,455	0,032	0,429	1,126	0,735	0,662	0,008	0,108	79,654	0,625
<i>F16_{rep14}</i>	0,154	0,011	0,164	23,808	0,496	0,937	0,065	0,412	2,320	0,794	197,648	2,491	1,946	23773,11	0,523
<i>F16_{rep15}</i>	19,611	1,347	1,047	3027,823	0,514	0,669	0,047	0,404	1,657	0,794	4,415	0,056	0,288	531,028	0,489
<i>F16_{rep16}</i>	0,312	0,021	0,200	48,205	0,506	0,683	0,048	0,417	1,691	0,779	203,825	2,584	1,892	24516,11	0,580
<i>F16_{rep17}</i>	0,179	0,012	0,167	27,686	0,498	3,137	0,211	0,713	7,766	0,691	4,964	0,063	0,278	597,114	0,614
<i>F16_{rep18}</i>	0,099	0,007	0,131	15,352	0,493	1,057	0,072	0,535	2,616	0,779	534,823	6,842	2,752	64328,50	0,420
<i>F16_{rep19}</i>	0,184	0,013	0,270	28,423	0,488	1,136	0,078	0,465	2,813	0,779	103,587	1,349	0,989	12459,44	0,409
<i>F16_{rep20}</i>	0,078	0,005	0,146	12,034	0,526	0,299	0,022	0,374	0,740	0,824	2,102	0,026	0,180	252,827	0,591
<i>F16_{rep21}</i>	0,074	0,005	0,098	11,467	0,506	0,792	0,055	0,382	1,962	0,794	10,917	0,139	0,431	1313,11	0,511
<i>F16_{rep22}</i>	0,569	0,039	0,268	87,806	0,511	0,497	0,035	0,365	1,230	0,794	163,913	2,108	1,473	19715,51	0,534
<i>F16_{rep23}</i>	0,036	0,002	0,110	5,572	0,522	1,042	0,071	0,691	2,580	0,794	241,092	3,100	1,826	28998,59	0,614
<i>F16_{rep24}</i>	6,586	0,452	0,590	1016,787	0,493	1,153	0,079	0,648	2,855	0,794	1,532	0,020	0,134	184,231	0,602
<i>F16_{rep25}</i>	1,115	0,077	0,287	172,202	0,512	0,691	0,048	0,635	1,712	0,765	42,899	0,563	0,619	5159,844	0,659
<i>F16_{rep26}</i>	0,471	0,032	0,199	72,702	0,498	2,739	0,183	0,655	6,781	0,735	0,446	0,006	0,075	53,637	0,648
<i>F16_{rep27}</i>	0,158	0,011	0,199	24,406	0,514	0,318	0,023	0,351	0,787	0,809	175,445	2,271	1,468	21102,51	0,614
<i>F16_{rep28}</i>	0,416	0,029	0,246	64,226	0,532	0,402	0,028	0,392	0,994	0,809	4,940	0,065	0,260	594,154	0,625
<i>F16_{rep29}</i>	0,181	0,012	0,196	27,895	0,519	2,638	0,178	0,711	6,531	0,647	216,511	2,803	1,674	26041,94	0,557
<i>F16_{rep30}</i>	0,084	0,006	0,131	12,997	0,489	1,027	0,071	0,548	2,541	0,765	23,767	0,302	0,646	2858,731	0,568
<i>F17_{rep1}</i>	0,332	0,023	0,317	51,244	0,526	0,147	0,011	0,333	0,364	0,838	32,612	0,414	0,715	3922,556	0,386
<i>F17_{rep2}</i>	0,097	0,007	0,242	14,910	0,513	0,293	0,021	0,431	0,725	0,765	10,293	0,131	0,404	1238,087	0,568
<i>F17_{rep3}</i>	0,685	0,047	0,354	105,822	0,526	0,208	0,015	0,435	0,514	0,824	24,098	0,312	0,549	2898,525	0,636
<i>F17_{rep4}</i>	0,449	0,031	0,158	69,336	0,513	0,715	0,049	0,468	1,769	0,779	2,478	0,032	0,189	298,017	0,500
<i>F17_{rep5}</i>	0,178	0,012	0,212	27,481	0,474	0,230	0,016	0,459	0,570	0,794	10,226	0,131	0,352	1229,971	0,511
<i>F17_{rep6}</i>	0,549	0,038	0,237	84,700	0,497	0,180	0,013	0,378	0,446	0,794	5,002	0,064	0,291	601,692	0,580
<i>F17_{rep7}</i>	0,209	0,014	0,163	32,320	0,503	0,223	0,016	0,329	0,552	0,838	10,129	0,130	0,413	1218,325	0,523
<i>F17_{rep8}</i>	1,438	0,099	0,459	221,947	0,471	0,250	0,018	0,480	0,620	0,794	71,219	0,908	1,077	8566,226	0,602
<i>F17_{rep9}</i>	4,518	0,310	0,626	697,539	0,514	0,426	0,029	0,872	1,055	0,750	1,581	0,020	0,157	190,130	0,500
<i>F17_{rep10}</i>	0,022	0,002	0,071	3,408	0,514	0,368	0,026	0,539	0,911	0,735	6,052	0,077	0,300	727,903	0,466
<i>F17_{rep11}</i>	0,362	0,025	0,262	55,846	0,521	0,329	0,024	0,385	0,814	0,721	3,512	0,045	0,192	422,464	0,625
<i>F17_{rep12}</i>	1,626	0,112	0,379	250,993	0,502	0,826	0,056	0,779	2,045	0,588	144,872	1,844	1,572	17425,23	0,375
<i>F17_{rep13}</i>	0,212	0,015	0,306	32,731	0,506	1,191	0,080	0,930	2,949	0,647	163,439	2,078	1,694	19658,50	0,500
<i>F17_{rep14}</i>	0,129	0,009	0,196	19,871	0,478	0,222	0,016	0,356	0,550	0,809	3,703	0,047	0,225	445,385	0,500
<i>F17_{rep15}</i>	0,013	0,001	0,062	2,079	0,464	0,256	0,019	0,364	0,634	0,779	21,658	0,274	0,626	2604,999	0,477
<i>F17_{rep16}</i>	0,159	0,011	0,113	24,588	0,507	0,245	0,018	0,477	0,607	0,809	0,512	0,007	0,073	61,578	0,511
<i>F17_{rep17}</i>	0,082	0,006	0,111	12,708	0,517	0,189	0,014	0,393	0,467	0,706	3,916	0,051	0,197	471,017	0,466
<i>F17_{rep18}</i>	0,082	0,006	0,115	12,603	0,491	0,311	0,022	0,498	0,770	0,794	8,188	0,105	0,359	984,884	0,534
<i>F17_{rep19}</i>	7,395	0,508	0,821	1141,782	0,488	0,144	0,011	0,335	0,356	0,853	25,568	0,325	0,636	3075,356	0,568
<i>F17_{rep20}</i>	0,495	0,034	0,188	76,350	0,496	0,323	0,023	0,521	0,800	0,853	86,872	1,113	1,050	10448,95	0,455
<i>F17_{rep21}</i>	0,317	0,022	0,240	48,998	0,503	0,474	0,033	0,425	1,173	0,824	37,764	0,485	0,743	4542,26	0,557
<i>F17_{rep22}</i>	0,718	0,049	0,292	110,851	0,481	0,245	0,017	0,381	0,606	0,824	24,994	0,318	0,664	3006,309	0,580
<i>F17_{rep23}</i>	0,051	0,003	0,116	7,850	0,501	0,229	0,016	0,350	0,566	0,838	34,157	0,436	0,746	4108,411	0,534
<i>F17_{rep24}</i>	0,015	0,001	0,060	2,254	0,478	0,189	0,014	0,327	0,469	0,794	14,408	0,188	0,404	1733,029	0,625
<i>F17_{rep25}</i>	0,092	0,006	0,109	14,264	0,488	0,611	0,042	0,736	1,513	0,721	25,442	0,324	0,658	3060,220	0,545
<i>F17_{rep26}</i>	0,025	0,002	0,080	3,845	0,527	0,401	0,027	0,433	0,994	0,838	107,943	1,358	1,447	12983,42	0,477
<i>F17_{rep27}</i>	0,080	0,005	0,245	12,284	0,484	1,241	0,083	0,993	3,073	0,662	1,180	0,015	0,128	141,914	0,534
<i>F17_{rep28}</i>	0,087	0,006	0,229	13,411	0,513	0,237	0,017	0,394	0,587	0,735	3,914	0,050	0,221	470,727	0,443
<i>F17_{rep29}</i>	0,032	0,002	0,075	4,951	0,488	0,670	0,045	0,716	1,659	0,735	2,214	0,028	0,162	266,303	0,545
<i>F17_{rep30}</i>	0,211	0,015	0,218	32,637	0,504	0,230	0,016	0,405	0,570	0,838	0,036	0,000	0,019	4,278	0,511

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
F18 _{rep1}	0,034	0,002	0,066	5,232	0,465	0,221	0,016	0,324	0,548	0,779	31,987	0,402	0,787	3847,344	0,477
F18 _{rep2}	0,088	0,006	0,142	13,600	0,498	0,398	0,029	0,362	0,984	0,765	6,902	0,089	0,287	830,173	0,420
F18 _{rep3}	2,369	0,163	0,597	365,735	0,491	0,373	0,027	0,340	0,923	0,765	0,312	0,004	0,068	37,578	0,580
F18 _{rep4}	0,040	0,003	0,081	6,188	0,483	0,413	0,029	0,501	1,022	0,721	1,852	0,024	0,135	222,789	0,545
F18 _{rep5}	0,042	0,003	0,123	6,495	0,477	0,399	0,028	0,403	0,988	0,809	1,531	0,020	0,130	184,091	0,534
F18 _{rep6}	1,947	0,134	0,405	300,666	0,519	0,503	0,034	0,474	1,246	0,853	19,226	0,244	0,592	2312,484	0,636
F18 _{rep7}	0,071	0,005	0,120	10,905	0,526	0,494	0,034	0,459	1,222	0,706	2,203	0,028	0,147	264,989	0,455
F18 _{rep8}	0,268	0,018	0,146	41,447	0,496	0,415	0,029	0,343	1,027	0,794	104,528	1,331	1,335	12572,67	0,364
F18 _{rep9}	0,461	0,032	0,236	71,198	0,511	0,296	0,021	0,359	0,733	0,765	4,572	0,059	0,275	549,863	0,511
F18 _{rep10}	1,240	0,085	0,542	191,395	0,527	0,230	0,016	0,330	0,568	0,853	0,234	0,003	0,049	28,171	0,602
F18 _{rep11}	0,547	0,038	0,354	84,445	0,496	0,646	0,045	0,410	1,598	0,765	67,739	0,882	0,738	8147,602	0,545
F18 _{rep12}	0,622	0,043	0,367	96,016	0,521	0,464	0,032	0,320	1,148	0,750	0,061	0,001	0,032	7,394	0,534
F18 _{rep13}	0,179	0,012	0,161	27,696	0,518	1,637	0,110	1,336	4,052	0,647	494,479	6,306	2,776	59476,00	0,614
F18 _{rep14}	0,225	0,015	0,188	34,796	0,524	0,353	0,025	0,543	0,875	0,794	253,266	3,208	2,173	30462,84	0,455
F18 _{rep15}	0,486	0,033	0,249	75,045	0,483	0,322	0,024	0,367	0,798	0,824	6,255	0,083	0,248	752,324	0,625
F18 _{rep16}	0,073	0,005	0,134	11,310	0,497	0,268	0,019	0,328	0,663	0,765	13,185	0,168	0,476	1585,923	0,625
F18 _{rep17}	0,025	0,002	0,075	3,798	0,499	0,221	0,016	0,386	0,548	0,794	19,914	0,253	0,587	2395,241	0,534
F18 _{rep18}	0,140	0,010	0,192	21,685	0,494	0,425	0,030	0,398	1,052	0,809	1,116	0,015	0,099	134,268	0,568
F18 _{rep19}	0,028	0,002	0,079	4,347	0,503	0,527	0,036	0,398	1,304	0,779	2,653	0,034	0,188	319,100	0,511
F18 _{rep20}	0,027	0,002	0,068	4,176	0,497	0,506	0,035	0,474	1,252	0,676	17,230	0,217	0,574	2072,466	0,614
F18 _{rep21}	0,160	0,011	0,289	24,720	0,503	0,481	0,035	0,359	1,190	0,794	39,212	0,505	0,724	4716,397	0,545
F18 _{rep22}	0,128	0,009	0,178	19,721	0,499	0,390	0,027	0,530	0,965	0,765	52,806	0,666	1,006	6351,466	0,614
F18 _{rep23}	1,359	0,093	0,595	209,880	0,524	0,437	0,031	0,380	1,081	0,765	3,889	0,050	0,228	467,733	0,511
F18 _{rep24}	3,567	0,245	0,513	550,801	0,519	0,654	0,045	0,472	1,619	0,765	27,083	0,344	0,673	3257,526	0,580
F18 _{rep25}	0,113	0,008	0,124	17,422	0,499	6,545	0,434	1,531	16,204	0,662	17,381	0,221	0,552	2090,529	0,580
F18 _{rep26}	7,901	0,543	0,927	1219,891	0,527	0,357	0,026	0,541	0,883	0,794	6,264	0,078	0,342	753,485	0,614
F18 _{rep27}	3,223	0,221	0,507	497,587	0,484	0,194	0,015	0,324	0,480	0,779	7,781	0,101	0,330	935,885	0,625
F18 _{rep28}	0,163	0,011	0,253	25,150	0,528	0,356	0,026	0,414	0,880	0,794	13,486	0,172	0,476	1622,101	0,511
F18 _{rep29}	0,449	0,031	0,355	69,250	0,506	0,342	0,024	0,351	0,846	0,794	0,234	0,003	0,044	28,125	0,534
F18 _{rep30}	0,083	0,006	0,197	12,762	0,507	0,274	0,020	0,386	0,679	0,794	45,780	0,592	0,737	5506,456	0,534
F19 _{rep1}	4,210	0,289	0,750	650,042	0,473	0,206	0,015	0,374	0,509	0,824	1,133	0,015	0,109	136,267	0,534
F19 _{rep2}	0,025	0,002	0,086	3,922	0,483	0,223	0,016	0,401	0,553	0,809	9,950	0,127	0,399	1196,741	0,602
F19 _{rep3}	5,180	0,356	0,564	799,754	0,502	0,328	0,023	0,474	0,811	0,765	59,213	0,759	0,957	7122,147	0,568
F19 _{rep4}	0,918	0,063	0,416	141,770	0,491	0,310	0,022	0,401	0,769	0,779	426,012	5,426	2,610	51240,75	0,534
F19 _{rep5}	0,121	0,008	0,132	18,722	0,489	0,377	0,027	0,535	0,933	0,824	7,393	0,094	0,348	889,238	0,557
F19 _{rep6}	0,092	0,006	0,126	14,248	0,479	0,411	0,028	0,650	1,017	0,632	11,458	0,144	0,466	1378,121	0,568
F19 _{rep7}	3,097	0,213	0,420	478,131	0,503	0,301	0,021	0,408	0,745	0,868	37,231	0,475	0,795	4478,192	0,489
F19 _{rep8}	0,050	0,003	0,111	7,693	0,493	0,355	0,025	0,602	0,880	0,750	1,367	0,018	0,128	164,432	0,466
F19 _{rep9}	4,863	0,334	0,587	750,854	0,507	0,274	0,020	0,437	0,679	0,691	17,611	0,224	0,551	2118,215	0,580
F19 _{rep10}	0,181	0,012	0,315	27,985	0,524	0,212	0,015	0,345	0,525	0,824	0,270	0,003	0,065	32,456	0,580
F19 _{rep11}	0,124	0,009	0,120	19,200	0,483	0,271	0,019	0,399	0,671	0,735	9,944	0,132	0,257	1196,059	0,636
F19 _{rep12}	0,031	0,002	0,089	4,744	0,516	0,501	0,034	0,586	1,240	0,765	51,763	0,665	0,868	6226,051	0,614
F19 _{rep13}	0,090	0,006	0,125	13,923	0,471	0,331	0,024	0,444	0,820	0,794	94,817	1,218	1,056	11404,59	0,602
F19 _{rep14}	0,229	0,016	0,155	35,355	0,478	0,319	0,023	0,383	0,791	0,765	2,116	0,027	0,147	254,455	0,534
F19 _{rep15}	0,130	0,009	0,176	20,120	0,482	0,517	0,037	0,879	1,281	0,824	4,979	0,064	0,277	598,886	0,614
F19 _{rep16}	0,226	0,015	0,243	34,824	0,524	0,363	0,025	0,435	0,899	0,750	91,939	1,180	1,168	11058,46	0,489
F19 _{rep17}	0,408	0,028	0,213	62,994	0,521	4,102	0,273	1,059	10,154	0,691	0,120	0,002	0,043	14,477	0,511
F19 _{rep18}	0,354	0,024	0,196	54,590	0,455	0,288	0,021	0,403	0,713	0,735	265,626	3,442	1,789	31949,54	0,466
F19 _{rep19}	0,200	0,014	0,173	30,897	0,472	0,950	0,064	1,208	2,351	0,603	21,717	0,275	0,620	2612,093	0,500
F19 _{rep20}	1,311	0,090	0,432	202,390	0,513	0,244	0,018	0,283	0,603	0,853	11,441	0,146	0,434	1376,155	0,591
F19 _{rep21}	0,632	0,043	0,365	97,621	0,504	0,299	0,021	0,472	0,740	0,765	11,901	0,155	0,359	1431,495	0,591
F19 _{rep22}	1,894	0,130	0,371	292,493	0,477	0,216	0,015	0,384	0,536	0,809	1,890	0,024	0,151	227,339	0,534
F19 _{rep23}	1,098	0,075	0,422	169,475	0,536	1,104	0,076	0,602	2,733	0,824	766,469	9,875	3,021	92190,88	0,545
F19 _{rep24}	0,021	0,001	0,078	3,249	0,491	1,440	0,098	0,630	3,566	0,750	1036,407	13,164	4,189	124659,1	0,591
F19 _{rep25}	4,746	0,326	0,532	732,793	0,494	0,334	0,023	0,614	0,827	0,809	1,996	0,025	0,176	240,093	0,648
F19 _{rep26}	0,592	0,041	0,458	91,351	0,488	0,201	0,014	0,386	0,499	0,794	87,851	1,130	1,115	10566,72	0,580
F19 _{rep27}	0,145	0,010	0,194	22,432	0,496	0,558	0,039	0,419	1,382	0,794	2,049	0,026	0,163	246,463	0,534
F19 _{rep28}	0,046	0,003	0,148	7,160	0,513	0,369	0,026	0,446	0,914	0,809	3,321	0,042	0,239	399,457	0,500
F19 _{rep29}	0,172	0,012	0,310	26,585	0,476	0,245	0,018	0,498	0,605	0,882	1,995	0,025	0,177	239,925	0,511
F19 _{rep30}	0,099	0,007	0,123	15,291	0,474	0,249	0,018	0,435	0,617	0,809	28,950	0,369	0,714	3482,094	0,455
F20 _{rep1}	0,278	0,019	0,151	42,940	0,469	0,273	0,019	0,359	0,675	0,794	2,908	0,037	0,211	349,742	0,545
F20 _{rep2}	0,294	0,020	0,369	45,365	0,507	0,297	0,021	0,419	0,736	0,765	12,637	0,161	0,465	1519,971	0,591
F20 _{rep3}	0,185	0,013	0,200	28,592	0,487	0,336	0,023	0,427	0,832	0,824	15,588	0,203	0,372	1874,972	0,545
F20 _{rep4}	0,037	0,003	0,068	5,643	0,482	0,284	0,020	0,415	0,702	0,809	40,282	0,514	0,831	4845,092	0,523

continua na próxima página

DMUs	Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID	ARV	MSE	MAPE	THEIL	POCID
$F20_{rep5}$	0,143	0,010	0,125	22,048	0,477	0,225	0,016	0,397	0,556	0,809	2,204	0,028	0,207	265,104	0,614
$F20_{rep6}$	0,155	0,011	0,253	23,875	0,473	0,279	0,020	0,351	0,691	0,779	3,220	0,041	0,207	387,344	0,580
$F20_{rep7}$	0,139	0,010	0,245	21,526	0,511	0,232	0,017	0,468	0,575	0,809	4,539	0,058	0,246	545,914	0,580
$F20_{rep8}$	0,099	0,007	0,108	15,284	0,501	0,350	0,025	0,292	0,866	0,824	21,257	0,272	0,575	2556,789	0,409
$F20_{rep9}$	0,165	0,011	0,276	25,405	0,503	0,197	0,014	0,367	0,488	0,779	17,127	0,216	0,572	2059,993	0,500
$F20_{rep10}$	0,144	0,010	0,194	22,187	0,523	0,328	0,023	0,412	0,811	0,838	474,806	6,023	2,837	57109,67	0,511
$F20_{rep11}$	0,083	0,006	0,147	12,740	0,488	0,296	0,021	0,376	0,734	0,735	14,230	0,181	0,489	1711,607	0,580
$F20_{rep12}$	0,490	0,034	0,247	75,676	0,503	0,270	0,020	0,312	0,669	0,838	5,528	0,071	0,253	664,886	0,557
$F20_{rep13}$	2,572	0,177	0,449	397,095	0,488	0,361	0,026	0,472	0,894	0,838	14,405	0,184	0,502	1732,667	0,534
$F20_{rep14}$	0,391	0,027	0,241	60,394	0,519	0,246	0,018	0,405	0,609	0,809	1,421	0,018	0,147	170,955	0,534
$F20_{rep15}$	0,261	0,018	0,173	40,287	0,465	0,602	0,042	0,451	1,490	0,824	457,858	5,802	2,873	55071,23	0,591
$F20_{rep16}$	0,063	0,004	0,106	9,706	0,492	0,344	0,025	0,390	0,851	0,721	170,019	2,195	1,476	20449,93	0,614
$F20_{rep17}$	0,545	0,037	0,257	84,175	0,523	0,743	0,050	0,676	1,839	0,691	257,353	3,303	1,906	30954,43	0,489
$F20_{rep18}$	0,073	0,005	0,168	11,294	0,494	0,414	0,029	0,372	1,024	0,853	14,162	0,182	0,460	1703,411	0,511
$F20_{rep19}$	3,008	0,207	0,377	464,352	0,493	0,399	0,028	0,419	0,988	0,794	7,931	0,102	0,275	953,913	0,500
$F20_{rep20}$	0,602	0,041	0,396	92,975	0,491	0,282	0,021	0,429	0,699	0,838	0,716	0,009	0,085	86,108	0,591
$F20_{rep21}$	1,222	0,084	0,296	188,635	0,492	1,093	0,075	0,675	2,705	0,647	9,602	0,122	0,413	1154,954	0,534
$F20_{rep22}$	0,252	0,017	0,379	38,913	0,473	1,752	0,117	1,096	4,338	0,603	4,504	0,058	0,269	541,733	0,523
$F20_{rep23}$	0,114	0,008	0,109	17,645	0,473	0,302	0,022	0,345	0,748	0,735	2,755	0,035	0,208	331,340	0,636
$F20_{rep24}$	0,333	0,023	0,343	51,353	0,509	0,331	0,024	0,440	0,820	0,750	1,344	0,017	0,144	161,700	0,568
$F20_{rep25}$	0,618	0,042	0,375	95,437	0,526	0,307	0,022	0,351	0,759	0,750	5,077	0,065	0,274	610,648	0,489
$F20_{rep26}$	0,547	0,038	0,295	84,476	0,501	0,243	0,018	0,305	0,601	0,794	3,258	0,041	0,238	391,835	0,545
$F20_{rep27}$	0,126	0,009	0,184	19,493	0,496	0,274	0,020	0,381	0,678	0,824	26,801	0,344	0,647	3223,659	0,545
$F20_{rep28}$	0,131	0,009	0,135	20,149	0,498	0,269	0,019	0,354	0,667	0,809	8,387	0,107	0,355	1008,795	0,545
$F20_{rep29}$	0,072	0,005	0,141	11,090	0,471	0,472	0,032	0,477	1,168	0,735	75,211	0,965	1,042	9046,391	0,648
$F20_{rep30}$	0,024	0,002	0,092	3,710	0,467	0,180	0,013	0,328	0,446	0,824	25,518	0,324	0,667	3069,355	0,511
\bar{x}	0,968	0,066	0,259	149,413	0,497	0,520	0,036	0,474	1,287	0,771	73,689	0,941	0,646	8854,326	0,543
σ^2	6,341	0,030	0,038	151164,0	0,000	0,766	0,003	0,040	4,698	0,003	59233,5	9,624	0,722	857106461,90	0,005
σ	2,518	0,173	0,196	388,798	0,018	0,875	0,058	0,200	2,167	0,057	243,379	3,102	0,850	29276,3	0,069

Tabela 15: Resultado das métricas para as séries estudadas.

Tabela 16: Estimativa Fitness classificada por grupos, da série Sunspot.

Funções de Fitness																			
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20
1	0.8635	0.9954	0.7065	0.6114	0.8725	0.6734	0.7000	0.6075	0.6016	0.5123	0.6331	0.8318	0.4619	0.4516	0.0118	0.4864	0.4775	0.4685	0.3980
2	0.8594	0.9941	0.7321	0.4304	0.8188	0.7381	0.4417	0.6208	0.5589	0.4644	0.3572	0.8242	0.5050	0.6476	0.0159	0.4873	0.4981	0.4086	0.4145
3	0.8388	0.9943	0.7044	0.6505	0.8702	0.6973	0.6562	0.5813	0.5979	0.5423	0.4587	0.7934	0.5208	0.6421	0.0091	0.4880	0.5075	0.4107	0.3351
4	0.8334	0.9946	0.6662	0.7020	0.8479	0.7363	0.4241	0.6407	0.2272	0.4193	0.4528	0.8191	0.5507	0.5511	0.0129	0.3447	0.3878	0.2848	0.4138
5	0.8419	0.9940	0.7486	0.6583	0.7833	0.7028	0.6826	0.5558	0.6039	0.5142	0.6306	0.8283	0.5864	0.4307	0.0182	0.4733	0.4776	0.2929	0.3812
6	0.8365	0.9950	0.7409	0.5311	0.8443	0.7294	0.4829	0.6116	0.5823	0.5427	0.6390	0.8149	0.5364	0.2919	0.0090	0.5141	0.4459	0.2217	0.4107
7	0.8611	0.9952	0.7241	0.3562	0.8179	0.7464	0.5126	0.6099	0.4757	0.5047	0.6620	0.8363	0.5622	0.3210	0.0145	0.5328	0.4218	0.4276	0.3745
8	0.8553	0.9952	0.7361	0.6327	0.8102	0.7183	0.6879	0.6254	0.5663	0.4660	0.5724	0.7968	0.5906	0.4676	0.0129	0.4722	0.5027	0.3397	0.4374
9	0.8134	0.9930	0.6994	0.6888	0.7635	0.3126	0.4830	0.6560	0.5634	0.1938	0.5324	0.8337	0.5869	0.4204	0.0114	0.2649	0.4690	0.4113	0.3678
10	0.8301	0.9930	0.7327	0.7080	0.8022	0.7288	0.7076	0.5694	0.3701	0.3446	0.6366	0.7924	0.5459	0.5454	0.0354	0.3862	0.4788	0.5017	0.3952
11	0.8181	0.9948	0.7343	0.6991	0.7760	0.6020	0.3672	0.6140	0.5341	0.5616	0.5862	0.8276	0.5873	0.5002	0.0102	0.3620	0.4082	0.3972	0.3691
12	0.8681	0.9919	0.7302	0.6098	0.8384	0.7514	0.3348	0.5828	0.6265	0.4822	0.6208	0.7431	0.5721	0.3982	0.0205	0.2242	0.5342	0.3289	0.3939
13	0.8512	0.9931	0.7270	0.6478	0.7729	0.7288	0.6536	0.6407	0.6274	0.5341	0.6691	0.8129	0.5544	0.4419	0.0313	0.2491	0.2202	0.4178	0.3498
14	0.8327	0.9921	0.7394	0.7119	0.8610	0.6842	0.2675	0.5819	0.6259	0.3210	0.6315	0.7920	0.5722	0.3397	0.0179	0.4543	0.4493	0.4568	0.3963
15	0.8562	0.9939	0.7444	0.6742	0.8722	0.6974	0.4118	0.6579	0.4414	0.4561	0.6827	0.8023	0.5599	0.5082	0.0654	0.0167	0.4493	0.2550	0.2843
16	0.8228	0.9943	0.7321	0.5957	0.8518	0.7310	0.6082	0.5504	0.5493	0.4893	0.6073	0.8059	0.4456	0.4900	0.0102	0.4632	0.5076	0.3649	0.3932
17	0.8647	0.9938	0.6538	0.6583	0.8619	0.7100	0.6014	0.5726	0.5740	0.5017	0.6306	0.7760	0.5437	0.4592	0.0181	0.4990	0.4599	0.1154	0.2161
18	0.8161	0.9945	0.7353	0.6328	0.8207	0.7159	0.2968	0.4702	0.5592	0.5131	0.6543	0.8371	0.5560	0.2391	0.0073	0.4482	0.4808	0.4494	0.4291
19	0.8542	0.9936	0.7263	0.6898	0.8697	0.7493	0.4592	0.6256	0.4257	0.5033	0.6384	0.8025	0.5788	0.3684	0.0140	0.5076	0.4401	0.1951	0.2708
20	0.8312	0.9935	0.7050	0.3375	0.8283	0.7473	0.6628	0.6615	0.3644	0.4860	0.5186	0.8247	0.5338	0.3033	0.0147	0.5218	0.4707	0.4707	0.3501
21	0.8639	0.9935	0.7230	0.5243	0.8382	0.7006	0.6290	0.6258	0.2957	0.5256	0.3245	0.7793	0.5809	0.4585	0.0074	0.5074	0.3977	0.3763	0.1781
22	0.7916	0.9936	0.7282	0.6797	0.8033	0.7288	0.6705	0.5367	0.3255	0.4524	0.6596	0.7629	0.5057	0.4007	0.0266	0.5085	0.4379	0.4725	0.1081
23	0.8406	0.9936	0.7306	0.6215	0.6635	0.7132	0.6287	0.6629	0.4979	0.5052	0.6082	0.7943	0.5344	0.3416	0.0079	0.5560	0.3940	0.1737	0.3835
24	0.8316	0.9941	0.7360	0.2849	0.8520	0.6971	0.6939	0.6582	0.3482	0.4907	0.5957	0.7949	0.5546	0.3227	0.0344	0.5028	0.4314	0.1504	0.3422
25	0.8462	0.9933	0.7358	0.6981	0.8515	0.7492	0.3368	0.6347	0.6226	0.4424	0.6553	0.8351	0.5649	0.1180	0.0105	0.3398	0.1962	0.3757	0.3482
26	0.8221	0.9938	0.7388	0.5774	0.8269	0.7302	0.5981	0.5761	0.4349	0.5064	0.6179	0.8016	0.5483	0.4611	0.0351	0.2987	0.4280	0.4450	0.3420
27	0.8000	0.9950	0.7358	0.6651	0.8489	0.7357	0.6798	0.6236	0.5642	0.5093	0.5553	0.8197	0.6025	0.2618	0.0123	0.2075	0.4719	0.3129	0.3784
28	0.8534	0.9917	0.7236	0.6258	0.7260	0.6264	0.5838	0.6398	0.6499	0.5223	0.5689	0.8145	0.5816	0.4814	0.0158	0.4717	0.3989	0.3486	0.3850
29	0.8395	0.9935	0.7328	0.4595	0.8474	0.7180	0.7174	0.6214	0.4631	0.5336	0.6074	0.8356	0.5286	0.4958	0.0189	0.2905	0.4844	0.4498	0.3105
30	0.8488	0.9945	0.6890	0.6797	0.8203	0.7025	0.6567	0.6076	0.6315	0.5420	0.6227	0.8124	0.5418	0.4929	0.0184	0.4837	0.4803	0.4104	0.3756
\bar{x}	0.8395	0.9939	0.7231	0.6014	0.8221	0.7003	0.5546	0.6074	0.5103	0.4794	0.5920	0.8082	0.5530	0.4015	0.0162	0.4279	0.4413	0.3578	0.3511
σ^2	0.0004	0.0000	0.0005	0.0136	0.0022	0.0065	0.0195	0.0019	0.0133	0.0058	0.0071	0.0005	0.0010	0.0098	0.0105	0.0105	0.0054	0.0110	0.0055
σ	0.0196	0.0010	0.0220	0.1167	0.0467	0.0807	0.1397	0.0434	0.1153	0.0761	0.0840	0.0231	0.0320	0.0992	0.1024	0.1024	0.0737	0.1049	0.0744

Tabela 17: Estimativa Fitness classificada por grupos, da série S&P 500.

Funções de Fitness																				
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20
1	0,3211	0,9147	0,8514	0,0041	0,0102	0,6820	0,0002	0,2507	0,0004	0,0002	0,1348	0,6037	0,5328	0,0002	0,0016	0,4923	0,0001	0,0141	0,0039	0,0016
2	0,3647	0,8904	0,8286	0,0014	0,0300	0,8412	0,0210	0,9636	0,0037	0,0193	0,0143	0,1937	0,5541	0,0008	0,3110	0,1247	0,0005	0,0513	0,0005	0,0004
3	0,4909	0,8158	0,5599	0,0005	0,0023	0,8727	0,0002	0,6980	0,0003	0,0019	0,4753	0,5738	0,4857	0,0000	0,0779	0,3512	0,0002	0,4199	0,0001	0,0003
4	0,4767	0,7695	0,4743	0,0004	0,0232	0,1760	0,0001	0,0349	0,0003	0,0004	0,0210	0,0171	0,3955	0,0006	0,0031	0,4885	0,0017	0,1826	0,0000	0,0001
5	0,4839	0,8971	0,4247	0,0030	0,0043	0,2382	0,0153	0,0787	0,0001	0,0001	0,0544	0,3332	0,1629	0,0004	0,1271	0,4443	0,0004	0,2008	0,0006	0,0023
6	0,4974	0,9565	0,9105	0,0004	0,9083	0,7255	0,0017	0,0401	0,0083	0,0139	0,0034	0,6172	0,3403	0,0000	0,0511	0,4665	0,0010	0,0306	0,0004	0,0015
7	0,4544	0,8606	0,8049	0,0023	0,5591	0,7009	0,0000	0,0417	0,0000	0,0006	0,0967	0,2773	0,3551	0,0001	0,0804	0,4228	0,0004	0,1357	0,0001	0,0011
8	0,3451	0,5534	0,5425	0,0028	0,1781	0,8979	0,0049	0,0876	0,0000	0,0009	0,5149	0,0893	0,4497	0,0001	0,3093	0,4488	0,0001	0,0034	0,0028	0,0002
9	0,5144	0,9800	0,5947	0,0374	0,3253	0,7702	0,00245	0,0598	0,0028	0,0133	0,0186	0,2290	0,2339	0,0030	0,3051	0,4418	0,0026	0,0875	0,0003	0,0002
10	0,3783	0,9930	0,9409	0,0001	0,0086	0,5083	0,0000	0,0024	0,0120	0,0081	0,1249	0,3726	0,3204	0,0003	0,0034	0,3128	0,0006	0,4694	0,0172	0,0000
11	0,4760	0,9374	0,6675	0,0001	0,3050	0,5038	0,0015	0,0374	0,0003	0,0027	0,0103	0,1215	0,1943	0,0002	0,0831	0,0901	0,0015	0,0079	0,0005	0,0003
12	0,2652	0,9986	0,5236	0,0000	0,0695	0,9226	0,0000	0,8298	0,0061	0,0001	0,2306	0,4363	0,3067	0,0005	0,0368	0,3708	0,0000	0,4883	0,0001	0,0008
13	0,4986	0,9904	0,3427	0,0002	0,3657	0,4701	0,0446	0,4034	0,0001	0,0094	0,3198	0,5212	0,3270	0,0003	0,0093	0,5596	0,0000	0,0012	0,0001	0,0003
14	0,4754	0,8081	0,8846	0,0001	0,4034	0,7857	0,0005	0,0075	0,0005	0,0023	0,5064	0,4943	0,4188	0,0015	0,0295	0,0961	0,0011	0,0018	0,0021	0,0031
15	0,5109	0,9953	0,8501	0,0005	0,0394	0,6326	0,0017	0,2233	0,0132	0,0031	0,2776	0,3891	0,1187	0,0004	0,3334	0,3636	0,0002	0,0833	0,0010	0,0000
16	0,4939	0,9028	0,3443	0,0024	0,0285	0,6833	0,0004	0,0022	0,0007	0,0001	0,2133	0,6466	0,1610	0,0012	0,1895	0,1058	0,0082	0,0426	0,0000	0,0000
17	0,2832	0,5973	0,3825	0,0682	0,0197	0,6809	0,0010	0,5274	0,0015	0,0000	0,0633	0,5919	0,3911	0,0004	0,2263	0,4576	0,0010	0,0248	0,0328	0,0000
18	0,3017	0,0344	0,9114	0,0009	0,0743	0,4986	0,0173	0,1199	0,0028	0,0062	0,1310	0,2561	0,2349	0,0002	0,0017	0,0397	0,0005	0,2565	0,0000	0,0003
19	0,2809	0,9038	0,9350	0,0123	0,0200	0,5857	0,0042	0,1696	0,0266	0,0094	0,1151	0,2040	0,3565	0,0280	0,0078	0,1226	0,0002	0,1331	0,0002	0,0005
20	0,4397	0,9754	0,3131	0,0023	0,0136	0,5797	0,0001	0,9156	0,0052	0,0019	0,4443	0,5715	0,1972	0,0008	0,0132	0,4896	0,0000	0,0326	0,0004	0,0068
21	0,4687	0,9681	0,9027	0,0003	0,2701	0,6006	0,0058	0,0175	0,0006	0,0106	0,0004	0,5462	0,1955	0,0003	0,0025	0,3256	0,0001	0,0133	0,0004	0,0005
22	0,4786	0,6758	0,8334	0,0000	0,0026	0,7976	0,0001	0,0269	0,0053	0,0011	0,0022	0,5788	0,2849	0,0046	0,4809	0,1166	0,0002	0,0112	0,0023	0,0010
23	0,5084	0,9968	0,8466	0,0009	0,0673	0,3215	0,0005	0,8790	0,0007	0,0011	0,1456	0,1773	0,0932	0,0164	0,1656	0,1036	0,0001	0,0999	0,0000	0,0019
24	0,3986	0,7843	0,6448	0,0002	0,0101	0,8190	0,0000	0,0190	0,0018	0,0087	0,0736	0,6383	0,0824	0,0004	0,0125	0,5220	0,0004	0,0202	0,0000	0,0035
25	0,3232	0,7055	0,7735	0,0014	0,0683	0,7636	0,0048	0,0367	0,0258	0,0017	0,0882	0,5324	0,2745	0,0000	0,2839	0,3020	0,0002	0,0306	0,0027	0,0008
26	0,4347	0,9905	0,5128	0,0056	0,1109	0,9292	0,0001	0,0480	0,0642	0,0009	0,1080	0,4641	0,4090	0,0013	0,0193	0,5995	0,0000	0,0807	0,0001	0,0014
27	0,4515	0,8468	0,5463	0,0013	0,0987	0,6913	0,0045	0,0116	0,0002	0,0125	0,0110	0,4634	0,1627	0,0000	0,0463	0,1295	0,0037	0,0686	0,0021	0,0002
28	0,4236	0,9998	0,5145	0,0009	0,0347	0,7087	0,0011	0,0043	0,0019	0,0002	0,0394	0,3482	0,1457	0,0155	0,0722	0,4718	0,0009	0,0342	0,0012	0,0005
29	0,2823	0,9506	0,6965	0,0020	0,8381	0,1232	0,0011	0,1796	0,0003	0,0022	0,2042	0,0654	0,4354	0,0001	0,0614	0,1017	0,0020	0,4180	0,0021	0,0001
30	0,4010	0,9198	0,9710	0,0171	0,9653	0,1092	0,0006	0,8509	0,0009	0,0039	0,0089	0,5178	0,4349	0,0027	0,1631	0,2917	0,0969	0,0112	0,0001	0,0002
\bar{x}	0,4174	0,8537	0,6776	0,0056	0,1952	0,6207	0,0053	0,2522	0,0062	0,0046	0,1401	0,3964	0,3018	0,0027	0,1169	0,3218	0,0042	0,1152	0,0025	0,0010
σ^2	0,0067	0,0387	0,0438	0,0002	0,0785	0,0540	0,0001	0,1099	0,0002	0,0000	0,0251	0,0363	0,0176	0,0000	0,0170	0,0299	0,0003	0,0218	0,0000	0,0000
σ	0,0820	0,1968	0,2092	0,0139	0,2802	0,2325	0,0099	0,3316	0,0129	0,0053	0,1586	0,1906	0,1327	0,0062	0,1302	0,1729	0,0176	0,1478	0,0065	0,0014

Tabela 18: Estimativa Fitness classificada por grupos, da série Dow Jones

Funções de Fitness																			
F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	F17	F18	F19	F20
1	0,6983	0,9747	0,9343	0,0993	0,6336	0,9000	0,0074	0,3453	0,0128	0,2086	0,3984	0,4576	0,0281	0,5128	0,4604	0,0101	0,4231	0,0007	0,0106
2	0,1318	0,9991	0,8944	0,0110	0,4238	0,9062	0,0073	0,5344	0,0600	0,4716	0,4460	0,4521	0,0430	0,4796	0,3251	0,0322	0,4049	0,0976	0,0108
3	0,5284	0,9988	0,7420	0,0306	0,9403	0,9267	0,0011	0,6502	0,0463	0,4632	0,4656	0,4294	0,0268	0,0885	0,4419	0,0049	0,1237	0,0006	0,0163
4	0,9127	0,9967	0,9103	0,1161	0,4840	0,8465	0,0628	0,7905	0,0005	0,0715	0,4298	0,3914	0,0067	0,4240	0,4539	0,0073	0,4309	0,0034	0,0718
5	0,1171	0,9886	0,7162	0,0763	0,7055	0,8879	0,0349	0,8878	0,0284	0,0490	0,4565	0,4736	0,0085	0,3885	0,3803	0,0166	0,4093	0,0247	0,0206
6	0,9860	0,9769	0,9253	0,0052	0,6131	0,9380	0,1530	0,6908	0,0022	0,1091	0,3957	0,3144	0,0185	0,4678	0,4674	0,0058	0,1549	0,0312	0,0188
7	0,7488	0,9597	0,6731	0,0098	0,9465	0,9203	0,0414	0,7194	0,0156	0,1021	0,4699	0,3863	0,0021	0,3744	0,3696	0,0151	0,4415	0,0010	0,0224
8	0,5684	0,9951	0,8924	0,0019	0,9838	0,8319	0,2836	0,7343	0,0075	0,0048	0,4028	0,4233	0,0076	0,0937	0,4693	0,0021	0,3505	0,0564	0,0305
9	0,9745	0,9969	0,9402	0,0028	0,7538	0,9493	0,0214	0,8551	0,0144	0,3898	0,3979	0,4078	0,0095	0,2948	0,4273	0,0007	0,3008	0,0007	0,0189
10	0,9851	0,9989	0,9342	0,0797	0,9901	0,7447	0,0275	0,5629	0,0040	0,0394	0,4407	0,3672	0,0029	0,3857	0,4580	0,1167	0,1895	0,0180	0,0224
11	0,9318	0,9912	0,5105	0,0061	0,8171	0,8866	0,0055	0,5105	0,0404	0,0801	0,2200	0,4751	0,0347	0,4677	0,1398	0,0092	0,2607	0,0238	0,0351
12	0,8294	0,9959	0,4362	0,0623	0,6868	0,8587	0,0005	0,3919	0,0433	0,1165	0,1974	0,4050	0,0341	0,3157	0,4178	0,0020	0,2618	0,0893	0,0065
13	0,7018	0,9947	0,8311	0,0219	0,9870	0,8793	0,1378	0,4939	0,0069	0,0188	0,2132	0,5292	0,0470	0,4550	0,4535	0,0150	0,3865	0,0313	0,0012
14	0,8875	0,9973	0,9480	0,0258	0,0335	0,8328	0,0102	0,5591	0,1263	0,0072	0,4560	0,4627	0,4401	0,2366	0,4218	0,0229	0,3712	0,0131	0,0084
15	0,5476	0,9917	0,8282	0,0244	0,8785	0,8971	0,0117	0,7653	0,0195	0,0495	0,2347	0,4454	0,4525	0,4420	0,1516	0,1507	0,2784	0,0227	0,0112
16	0,8303	0,8707	0,7773	0,0275	0,7450	0,9323	0,0892	0,7624	0,0052	0,0046	0,3862	0,4671	0,1298	0,4926	0,4140	0,0198	0,4116	0,0145	0,0455
17	0,9380	0,9877	0,8825	0,0406	0,1492	0,8998	0,1599	0,7514	0,0888	0,3742	0,2292	0,5282	0,4259	0,3440	0,4224	0,0377	0,4542	0,0081	0,0061
18	0,8843	0,9963	0,7734	0,0940	0,5719	0,9267	0,1020	0,7962	0,0306	0,1159	0,2957	0,4531	0,4368	0,2189	0,4332	0,0360	0,3709	0,0081	0,0397
19	0,7476	0,9905	0,8374	0,2780	0,9151	0,8759	0,0130	0,8663	0,0266	0,0782	0,3449	0,2816	0,4410	0,4298	0,3804	0,0004	0,4545	0,0147	0,0011
20	0,5771	0,9987	0,8733	0,0109	0,8789	0,8652	0,0005	0,6051	0,0038	0,0176	0,4572	0,4924	0,3904	0,0521	0,4645	0,0064	0,4538	0,0025	0,0052
21	0,4823	0,9933	0,7069	0,0386	0,1888	0,9253	0,0294	0,2053	0,0524	0,0959	0,3492	0,4827	0,3955	0,0147	0,4902	0,0101	0,3472	0,0051	0,0026
22	0,9185	0,9653	0,8259	0,0347	0,9245	0,7415	0,0010	0,7302	0,0618	0,0113	0,4142	0,4420	0,3184	0,0233	0,4676	0,3908	0,0043	0,0016	0,0117
23	0,8823	0,8994	0,8394	0,1028	0,6934	0,9490	0,0669	0,7988	0,0056	0,0415	0,2880	0,3687	0,0571	0,4917	0,4693	0,0565	0,1775	0,0031	0,0252
24	0,7000	0,9971	0,9285	0,0213	0,8692	0,9057	0,0937	0,8113	0,0071	0,1032	0,4338	0,4527	0,0009	0,0851	0,2414	0,1468	0,1022	0,1149	0,0097
25	0,9042	0,9886	0,9405	0,1132	0,9660	0,9046	0,0065	0,8836	0,0824	0,0015	0,4479	0,4421	0,0089	0,3004	0,3755	0,0320	0,4039	0,0007	0,0054
26	0,9653	0,8232	0,9041	0,0175	0,9288	0,8771	0,0590	0,3531	0,0152	0,0138	0,3796	0,5121	0,4593	0,5091	0,4047	0,1087	0,0536	0,0053	0,0058
27	0,8894	0,9949	0,6672	0,1276	0,7588	0,9250	0,0380	0,0986	0,0410	0,0220	0,4381	0,4436	0,0086	0,3007	0,4252	0,0364	0,1024	0,0210	0,0240
28	0,8242	0,9987	0,8213	0,0468	0,1054	0,8833	0,1230	0,9443	0,0013	0,0457	0,3564	0,4921	0,4485	0,0020	0,4525	0,4174	0,0356	0,0625	0,0234
29	0,8048	0,9972	0,9261	0,1203	0,9102	0,9115	0,0214	0,7761	0,2020	0,0229	0,3916	0,4430	0,0056	0,3643	0,4298	0,0820	0,2804	0,0171	0,0385
30	0,9388	0,9981	0,9219	0,0221	0,6920	0,6501	0,0978	0,3297	0,0189	0,0109	0,4892	0,4210	0,4528	0,4690	0,4305	0,0150	0,3962	0,0289	0,0972
\bar{x}	0,7612	0,9785	0,8247	0,0556	0,7058	0,8793	0,0569	0,6401	0,0356	0,0507	0,3621	0,4473	0,0253	0,3783	0,3996	0,0346	0,3184	0,0241	0,0216
σ^2	0,0516	0,0017	0,0162	0,0034	0,0778	0,0044	0,0042	0,0473	0,0019	0,0050	0,0110	0,0025	0,0017	0,0163	0,0070	0,0018	0,0147	0,0009	0,0004
σ	0,2272	0,0412	0,1274	0,0583	0,2790	0,0661	0,0650	0,2175	0,0436	0,0706	0,1050	0,0496	0,0408	0,1275	0,0839	0,0429	0,1211	0,0304	0,0211

Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor
9-12	0,1041	-0,0517	0,2598	0,677	14-12	0,1818	0,0387	0,3250	0,001	20-13	0,0128	-0,0751	0,1008	1
14-12	0,1228	-0,0329	0,2786	0,353	16-12	0,2043	0,0612	0,3475	0	12-13	0,0167	-0,0712	0,1046	1
11-12	0,1301	-0,0257	0,2858	0,25	19-12	0,2065	0,0633	0,3496	0	6-13	0,0179	-0,0700	0,1058	1
7-12	0,1403	-0,0155	0,2960	0,141	15-12	0,2069	0,0637	0,3500	0	19-13	0,0240	-0,0639	0,1119	1
19-12	0,1433	-0,0125	0,2990	0,117	7-12	0,2225	0,0794	0,3656	0	14-13	0,0274	-0,0605	0,1154	1
10-12	0,1519	-0,0038	0,3077	0,066	11-12	0,2307	0,0876	0,3739	0	7-13	0,0276	-0,0603	0,1155	1
20-12	0,1531	-0,0026	0,3089	0,061	17-12	0,2345	0,0914	0,3777	0	15-13	0,0303	-0,0576	0,1182	1
8-12	0,1722	0,0164	0,3279	0,014	13-12	0,2395	0,0964	0,3826	0	4-13	0,0307	-0,0572	0,1186	1
18-12	0,1782	0,0225	0,3340	0,008	9-12	0,2441	0,1010	0,3872	0	17-13	0,0313	-0,0566	0,1192	0,999
16-12	0,1790	0,0233	0,3348	0,008	18-12	0,2652	0,1221	0,4084	0	16-13	0,0329	-0,0550	0,1208	0,999
4-12	0,1815	0,0257	0,3373	0,006	4-12	0,2793	0,1361	0,4224	0	10-13	0,0344	-0,0535	0,1223	0,998
13-12	0,1876	0,0318	0,3433	0,003	6-12	0,2794	0,1362	0,4225	0	3-13	0,0345	-0,0534	0,1225	0,998
5-12	0,1963	0,0405	0,3520	0,002	20-12	0,2867	0,1435	0,4298	0	9-13	0,0403	-0,0476	0,1282	0,986
17-12	0,2026	0,0469	0,3584	0,001	3-12	0,2939	0,1508	0,4370	0	5-13	0,0424	-0,0455	0,1303	0,976
15-12	0,2097	0,0539	0,3654	0	8-12	0,2957	0,1525	0,4388	0	18-13	0,0435	-0,0444	0,1314	0,97
1-12	0,2188	0,0631	0,3746	0	10-12	0,3083	0,1651	0,4514	0	11-13	0,0459	-0,0421	0,1338	0,949
3-12	0,2542	0,0984	0,4099	0	5-12	0,3278	0,1847	0,4710	0	2-13	0,0723	-0,0156	0,1602	0,276
6-12	0,3479	0,1922	0,5037	0	1-12	0,3351	0,1920	0,4782	0	8-13	0,0726	-0,0153	0,1605	0,268
2-12	0,3584	0,2026	0,5141	0	2-12	0,3463	0,2032	0,4895	0	1-13	0,5664	0,4785	0,6543	0
14-9	0,0188	-0,1370	0,1745	1	16-14	0,0225	-0,1206	0,1656	1	12-20	0,0039	-0,0840	0,0918	1
11-9	0,0260	-0,1298	0,1818	1	19-14	0,0246	-0,1185	0,1678	1	6-20	0,0051	-0,0828	0,0930	1
7-9	0,0362	-0,1196	0,1920	1	15-14	0,0250	-0,1181	0,1682	1	19-20	0,0111	-0,0768	0,0990	1
19-9	0,0392	-0,1166	0,1950	1	7-14	0,0407	-0,1025	0,1838	1	14-20	0,0146	-0,0733	0,1025	1
10-9	0,0479	-0,1079	0,2036	1	11-14	0,0489	-0,0942	0,1920	1	7-20	0,0148	-0,0732	0,1027	1
20-9	0,0491	-0,1067	0,2048	1	17-14	0,0527	-0,0904	0,1958	0,999	15-20	0,0175	-0,0704	0,1054	1
8-9	0,0681	-0,0876	0,2239	0,992	13-14	0,0577	-0,0855	0,2008	0,997	4-20	0,0178	-0,0701	0,1058	1
18-9	0,0742	-0,0816	0,2299	0,979	9-14	0,0622	-0,0809	0,2054	0,993	17-20	0,0184	-0,0695	0,1063	1
16-9	0,0750	-0,0808	0,2307	0,977	18-14	0,0834	-0,0597	0,2265	0,869	16-20	0,0201	-0,0678	0,1080	1
4-9	0,0774	-0,0783	0,2332	0,968	4-14	0,0974	-0,0457	0,2406	0,643	10-20	0,0216	-0,0663	0,1095	1
13-9	0,0835	-0,0722	0,2393	0,934	6-14	0,0975	-0,0456	0,2407	0,642	3-20	0,0217	-0,0662	0,1096	1
5-9	0,0922	-0,0636	0,2480	0,852	20-14	0,1048	-0,0383	0,2480	0,501	9-20	0,0275	-0,0604	0,1154	1
17-9	0,0986	-0,0572	0,2543	0,765	3-14	0,1121	-0,0311	0,2552	0,367	5-20	0,0296	-0,0583	0,1175	1
15-9	0,1056	-0,0501	0,2614	0,65	8-14	0,1138	-0,0293	0,2570	0,337	18-20	0,0306	-0,0573	0,1185	1
1-9	0,1148	-0,0410	0,2705	0,488	10-14	0,1264	-0,0167	0,2696	0,166	11-20	0,0330	-0,0549	0,1209	0,999
3-9	0,1501	-0,0056	0,3059	0,075	5-14	0,1460	0,0029	0,2891	0,04	2-20	0,0595	-0,0284	0,1474	0,655
6-9	0,2439	0,0881	0,3996	0	1-14	0,1533	0,0101	0,2964	0,021	8-20	0,0598	-0,0281	0,1477	0,646
2-9	0,2543	0,0986	0,4101	0	2-14	0,1645	0,0214	0,3076	0,008	1-20	0,5536	0,4657	0,6415	0
11-14	0,0072	-0,1485	0,1630	1	19-16	0,0021	-0,1410	0,1453	1	6-12	0,0012	-0,0867	0,0891	1
7-14	0,0174	-0,1383	0,1732	1	15-16	0,0025	-0,1406	0,1457	1	19-12	0,0073	-0,0806	0,0952	1
19-14	0,0204	-0,1353	0,1762	1	7-16	0,0181	-0,1250	0,1613	1	14-12	0,0107	-0,0772	0,0986	1
10-14	0,0291	-0,1267	0,1849	1	11-16	0,0264	-0,1167	0,1695	1	7-12	0,0109	-0,0770	0,0988	1
20-14	0,0303	-0,1255	0,1860	1	17-16	0,0302	-0,1129	0,1733	1	15-12	0,0136	-0,0743	0,1015	1
8-14	0,0494	-0,1064	0,2051	1	13-16	0,0352	-0,1080	0,1783	1	4-12	0,0140	-0,0739	0,1019	1
18-14	0,0554	-0,1004	0,2111	0,999	9-16	0,0397	-0,1034	0,1829	1	17-12	0,0146	-0,0733	0,1025	1
16-14	0,0562	-0,0995	0,2120	0,999	18-16	0,0609	-0,0823	0,2040	0,994	16-12	0,0162	-0,0717	0,1041	1
4-14	0,0587	-0,0971	0,2144	0,999	4-16	0,0749	-0,0682	0,2181	0,947	10-12	0,0177	-0,0702	0,1056	1
13-14	0,0647	-0,0910	0,2205	0,996	6-16	0,0750	-0,0681	0,2182	0,946	3-12	0,0178	-0,0701	0,1057	1
5-14	0,0734	-0,0823	0,2292	0,981	20-16	0,0823	-0,0608	0,2255	0,881	9-12	0,0236	-0,0643	0,1115	1
17-14	0,0798	-0,0759	0,2356	0,957	3-16	0,0896	-0,0536	0,2327	0,782	5-12	0,0257	-0,0622	0,1136	1
15-14	0,0868	-0,0689	0,2426	0,908	8-16	0,0913	-0,0518	0,2345	0,753	18-12	0,0268	-0,0612	0,1147	1
1-14	0,0960	-0,0598	0,2518	0,803	10-16	0,1039	-0,0392	0,2470	0,518	11-12	0,0291	-0,0588	0,1171	1
3-14	0,1313	-0,0244	0,2871	0,234	5-16	0,1235	-0,0196	0,2666	0,198	2-12	0,0556	-0,0323	0,1435	0,766
6-14	0,2251	0,0693	0,3809	0	1-16	0,1308	-0,0124	0,2739	0,125	8-12	0,0559	-0,0320	0,1438	0,758
2-14	0,2356	0,0798	0,3913	0	2-16	0,1420	-0,0011	0,2851	0,055	1-12	0,5497	0,4618	0,6376	0
7-11	0,0102	-0,1455	0,1660	1	15-19	0,0004	-0,1427	0,1435	1	19-6	0,0061	-0,0819	0,0940	1
19-11	0,0132	-0,1426	0,1690	1	7-19	0,0160	-0,1271	0,1591	1	14-6	0,0095	-0,0784	0,0974	1
10-11	0,0219	-0,1339	0,1776	1	11-19	0,0243	-0,1189	0,1674	1	7-6	0,0097	-0,0782	0,0976	1
20-11	0,0231	-0,1327	0,1788	1	17-19	0,0280	-0,1151	0,1712	1	15-6	0,0124	-0,0755	0,1003	1
8-11	0,0421	-0,1136	0,1979	1	13-19	0,0330	-0,1101	0,1762	1	4-6	0,0128	-0,0752	0,1007	1
18-11	0,0482	-0,1076	0,2039	1	9-19	0,0376	-0,1055	0,1807	1	17-6	0,0133	-0,0746	0,1012	1
16-11	0,0490	-0,1068	0,2048	1	18-19	0,0587	-0,0844	0,2019	0,996	16-6	0,0150	-0,0729	0,1029	1
4-11	0,0514	-0,1043	0,2072	1	4-19	0,0728	-0,0703	0,2159	0,96	10-6	0,0165	-0,0714	0,1044	1

continua na próxima página

Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor
13-11	0,0575	-0,0982	0,2133	0,999	6-19	0,0729	-0,0703	0,2160	0,959	3-6	0,0166	-0,0713	0,1045	1
5-11	0,0662	-0,0895	0,2220	0,994	20-19	0,0802	-0,0630	0,2233	0,904	9-6	0,0224	-0,0655	0,1103	1
17-11	0,0726	-0,0832	0,2284	0,984	3-19	0,0874	-0,0557	0,2306	0,815	5-6	0,0245	-0,0634	0,1124	1
15-11	0,0796	-0,0761	0,2354	0,958	8-19	0,0892	-0,0539	0,2323	0,788	18-6	0,0255	-0,0624	0,1134	1
1-11	0,0888	-0,0670	0,2445	0,889	10-19	0,1018	-0,0414	0,2449	0,56	11-6	0,0279	-0,0600	0,1158	1
3-11	0,1241	-0,0316	0,2799	0,333	5-19	0,1214	-0,0218	0,2645	0,225	2-6	0,0544	-0,0335	0,1423	0,798
6-11	0,2179	0,0621	0,3736	0	1-19	0,1286	-0,0145	0,2718	0,144	8-6	0,0547	-0,0332	0,1426	0,791
2-11	0,2283	0,0726	0,3841	0	2-19	0,1398	-0,0033	0,2830	0,065	1-6	0,5485	0,4606	0,6364	0
19-7	0,0030	-0,1528	0,1588	1	7-15	0,0156	-0,1275	0,1587	1	14-19	0,0035	-0,0845	0,0914	1
10-7	0,0117	-0,1441	0,1674	1	11-15	0,0239	-0,1193	0,1670	1	7-19	0,0036	-0,0843	0,0915	1
20-7	0,0129	-0,1429	0,1686	1	17-15	0,0276	-0,1155	0,1708	1	15-19	0,0063	-0,0816	0,0942	1
8-7	0,0319	-0,1238	0,1877	1	13-15	0,0326	-0,1105	0,1758	1	4-19	0,0067	-0,0812	0,0946	1
18-7	0,0380	-0,1178	0,1937	1	9-15	0,0372	-0,1059	0,1803	1	17-19	0,0073	-0,0806	0,0952	1
16-7	0,0388	-0,1170	0,1945	1	18-15	0,0583	-0,0848	0,2015	0,997	16-19	0,0089	-0,0790	0,0968	1
4-7	0,0412	-0,1145	0,1970	1	4-15	0,0724	-0,0707	0,2155	0,962	10-19	0,0104	-0,0775	0,0983	1
13-7	0,0473	-0,1084	0,2031	1	6-15	0,0725	-0,0707	0,2156	0,961	3-19	0,0106	-0,0774	0,0985	1
5-7	0,0560	-0,0998	0,2118	0,999	20-15	0,0798	-0,0634	0,2229	0,908	9-19	0,0163	-0,0716	0,1042	1
17-7	0,0624	-0,0934	0,2181	0,997	3-15	0,0870	-0,0561	0,2302	0,821	5-19	0,0184	-0,0695	0,1063	1
15-7	0,0694	-0,0863	0,2252	0,99	8-15	0,0888	-0,0543	0,2319	0,794	18-19	0,0195	-0,0684	0,1074	1
1-7	0,0786	-0,0772	0,2343	0,963	10-15	0,1014	-0,0418	0,2445	0,567	11-19	0,0219	-0,0660	0,1098	1
3-7	0,1139	-0,0418	0,2697	0,503	5-15	0,1210	-0,0222	0,2641	0,23	2-19	0,0483	-0,0396	0,1362	0,918
6-7	0,2077	0,0519	0,3634	0,001	1-15	0,1282	-0,0149	0,2714	0,148	8-19	0,0486	-0,0393	0,1365	0,914
2-7	0,2181	0,0624	0,3739	0	2-15	0,1394	-0,0037	0,2826	0,067	1-19	0,5424	0,4545	0,6303	0
10-19	0,0087	-0,1471	0,1644	1	11-7	0,0083	-0,1349	0,1514	1	7-14	0,0002	-0,0878	0,0881	1
20-19	0,0099	-0,1459	0,1656	1	17-7	0,0120	-0,1311	0,1552	1	15-14	0,0029	-0,0850	0,0908	1
8-19	0,0289	-0,1268	0,1847	1	13-7	0,0170	-0,1261	0,1602	1	4-14	0,0032	-0,0847	0,0912	1
18-19	0,0350	-0,1208	0,1907	1	9-7	0,0216	-0,1215	0,1647	1	17-14	0,0038	-0,0841	0,0917	1
16-19	0,0358	-0,1200	0,1915	1	18-7	0,0427	-0,1004	0,1859	1	16-14	0,0055	-0,0824	0,0934	1
4-19	0,0382	-0,1175	0,1940	1	4-7	0,0568	-0,0864	0,1999	0,998	10-14	0,0070	-0,0809	0,0949	1
13-19	0,0443	-0,1114	0,2001	1	6-7	0,0569	-0,0863	0,2000	0,998	3-14	0,0071	-0,0808	0,0950	1
5-19	0,0530	-0,1028	0,2088	1	20-7	0,0642	-0,0790	0,2073	0,989	9-14	0,0129	-0,0750	0,1008	1
17-19	0,0594	-0,0964	0,2151	0,999	3-7	0,0714	-0,0717	0,2145	0,967	5-14	0,0150	-0,0729	0,1029	1
15-19	0,0664	-0,0893	0,2222	0,994	8-7	0,0732	-0,0700	0,2163	0,958	18-14	0,0160	-0,0719	0,1039	1
1-19	0,0756	-0,0802	0,2313	0,975	10-7	0,0858	-0,0574	0,2289	0,838	11-14	0,0184	-0,0695	0,1063	1
3-19	0,1109	-0,0448	0,2667	0,557	5-7	0,1054	-0,0378	0,2485	0,49	2-14	0,0449	-0,0430	0,1328	0,958
6-19	0,2047	0,0489	0,3604	0,001	1-7	0,1126	-0,0305	0,2557	0,358	8-14	0,0452	-0,0427	0,1331	0,956
2-19	0,2151	0,0594	0,3709	0	2-7	0,1238	-0,0193	0,2670	0,195	1-14	0,5390	0,4511	0,6269	0
20-10	0,0012	-0,1546	0,1569	1	17-11	0,0038	-0,1393	0,1469	1	15-7	0,0027	-0,0852	0,0906	1
8-10	0,0203	-0,1355	0,1760	1	13-11	0,0088	-0,1344	0,1519	1	4-7	0,0031	-0,0848	0,0910	1
18-10	0,0263	-0,1295	0,1821	1	9-11	0,0133	-0,1298	0,1565	1	17-7	0,0037	-0,0842	0,0916	1
16-10	0,0271	-0,1286	0,1829	1	18-11	0,0345	-0,1087	0,1776	1	16-7	0,0053	-0,0826	0,0932	1
4-10	0,0296	-0,1262	0,1853	1	4-11	0,0485	-0,0946	0,1917	1	10-7	0,0068	-0,0811	0,0947	1
13-10	0,0357	-0,1201	0,1914	1	6-11	0,0486	-0,0945	0,1918	1	3-7	0,0069	-0,0810	0,0949	1
5-10	0,0443	-0,1114	0,2001	1	20-11	0,0559	-0,0872	0,1991	0,998	9-7	0,0127	-0,0752	0,1006	1
17-10	0,0507	-0,1050	0,2065	1	3-11	0,0632	-0,0800	0,2063	0,991	5-7	0,0148	-0,0731	0,1027	1
15-10	0,0578	-0,0980	0,2135	0,999	8-11	0,0649	-0,0782	0,2081	0,988	18-7	0,0159	-0,0720	0,1038	1
1-10	0,0669	-0,0888	0,2227	0,994	10-11	0,0775	-0,0656	0,2206	0,928	11-7	0,0183	-0,0697	0,1062	1
3-10	0,1022	-0,0535	0,2580	0,708	5-11	0,0971	-0,0460	0,2402	0,65	2-7	0,0447	-0,0432	0,1326	0,96
6-10	0,1960	0,0402	0,3518	0,002	1-11	0,1044	-0,0388	0,2475	0,51	8-7	0,0450	-0,0429	0,1329	0,957
2-10	0,2065	0,0507	0,3622	0,001	2-11	0,1156	-0,0275	0,2587	0,309	1-7	0,5388	0,4509	0,6267	0
8-20	0,0191	-0,1367	0,1748	1	13-17	0,0050	-0,1382	0,1481	1	4-15	0,0004	-0,0875	0,0883	1
18-20	0,0251	-0,1306	0,1809	1	9-17	0,0096	-0,1336	0,1527	1	17-15	0,0010	-0,0869	0,0889	1
16-20	0,0259	-0,1298	0,1817	1	18-17	0,0307	-0,1124	0,1738	1	16-15	0,0026	-0,0853	0,0905	1
4-20	0,0284	-0,1274	0,1841	1	4-17	0,0447	-0,0984	0,1879	1	10-15	0,0041	-0,0838	0,0920	1
13-20	0,0345	-0,1213	0,1902	1	6-17	0,0448	-0,0983	0,1880	1	3-15	0,0042	-0,0837	0,0921	1
5-20	0,0431	-0,1126	0,1989	1	20-17	0,0521	-0,0910	0,1953	0,999	9-15	0,0100	-0,0779	0,0979	1
17-20	0,0495	-0,1062	0,2053	1	3-17	0,0594	-0,0838	0,2025	0,996	5-15	0,0121	-0,0758	0,1000	1
15-20	0,0566	-0,0992	0,2123	0,999	8-17	0,0611	-0,0820	0,2043	0,994	18-15	0,0131	-0,0748	0,1010	1
1-20	0,0657	-0,0900	0,2215	0,995	10-17	0,0737	-0,0694	0,2169	0,954	11-15	0,0155	-0,0724	0,1034	1
3-20	0,1011	-0,0547	0,2568	0,727	5-17	0,0933	-0,0498	0,2365	0,719	2-15	0,0420	-0,0459	0,1299	0,979
6-20	0,1948	0,0391	0,3506	0,002	1-17	0,1006	-0,0426	0,2437	0,583	8-15	0,0423	-0,0456	0,1302	0,977
2-20	0,2053	0,0495	0,3610	0,001	2-17	0,1118	-0,0313	0,2549	0,372	1-15	0,5361	0,4482	0,6240	0
18-8	0,0060	-0,1497	0,1618	1	9-13	0,0046	-0,1386	0,1477	1	17-4	0,0006	-0,0873	0,0885	1
16-8	0,0069	-0,1489	0,1626	1	18-13	0,0257	-0,1174	0,1688	1	16-4	0,0022	-0,0857	0,0901	1

continua na próxima página

Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor
4-8	0,0093	-0,1464	0,1651	1	4-13	0,0398	-0,1034	0,1829	1	10-4	0,0037	-0,0842	0,0916	1
13-8	0,0154	-0,1404	0,1712	1	6-13	0,0399	-0,1033	0,1830	1	3-4	0,0039	-0,0841	0,0918	1
5-8	0,0241	-0,1317	0,1798	1	20-13	0,0472	-0,0960	0,1903	1	9-4	0,0096	-0,0783	0,0975	1
17-8	0,0305	-0,1253	0,1862	1	3-13	0,0544	-0,0887	0,1975	0,999	5-4	0,0117	-0,0762	0,0996	1
15-8	0,0375	-0,1183	0,1933	1	8-13	0,0562	-0,0870	0,1993	0,998	18-4	0,0128	-0,0751	0,1007	1
1-8	0,0467	-0,1091	0,2024	1	10-13	0,0688	-0,0744	0,2119	0,977	11-4	0,0152	-0,0727	0,1031	1
3-8	0,0820	-0,0738	0,2377	0,944	5-13	0,0883	-0,0548	0,2315	0,801	2-4	0,0416	-0,0463	0,1295	0,981
6-8	0,1757	0,0200	0,3315	0,01	1-13	0,0956	-0,0475	0,2387	0,678	8-4	0,0419	-0,0460	0,1298	0,979
2-8	0,1862	0,0304	0,3420	0,004	2-13	0,1068	-0,0363	0,2500	0,463	1-4	0,5357	0,4478	0,6236	0
16-18	0,0008	-0,1549	0,1566	1	18-9	0,0211	-0,1220	0,1643	1	16-17	0,0016	-0,0863	0,0895	1
4-18	0,0033	-0,1525	0,1590	1	4-9	0,0352	-0,1079	0,1783	1	10-17	0,0031	-0,0848	0,0911	1
13-18	0,0094	-0,1464	0,1651	1	6-9	0,0353	-0,1079	0,1784	1	3-17	0,0033	-0,0846	0,0912	1
5-18	0,0180	-0,1377	0,1738	1	20-9	0,0426	-0,1006	0,1857	1	9-17	0,0090	-0,0789	0,0970	1
17-18	0,0244	-0,1313	0,1802	1	3-9	0,0498	-0,0933	0,1929	1	5-17	0,0111	-0,0768	0,0991	1
15-18	0,0315	-0,1243	0,1872	1	8-9	0,0516	-0,0916	0,1947	0,999	18-17	0,0122	-0,0757	0,1001	1
1-18	0,0406	-0,1151	0,1964	1	10-9	0,0642	-0,0790	0,2073	0,989	11-17	0,0146	-0,0733	0,1025	1
3-18	0,0759	-0,0798	0,2317	0,974	5-9	0,0838	-0,0594	0,2269	0,864	2-17	0,0410	-0,0469	0,1289	0,983
6-18	0,1697	0,0139	0,3255	0,017	1-9	0,0910	-0,0521	0,2341	0,759	8-17	0,0413	-0,0466	0,1292	0,982
2-18	0,1802	0,0244	0,3359	0,007	2-9	0,1022	-0,0409	0,2454	0,551	1-17	0,5351	0,4472	0,6230	0
4-16	0,0024	-0,1533	0,1582	1	4-18	0,1040	-0,1291	0,1572	1	10-16	0,0015	-0,0864	0,0894	1
13-16	0,0085	-0,1472	0,1643	1	6-18	0,1041	-0,1290	0,1573	1	3-16	0,0016	-0,0863	0,0895	1
5-16	0,0172	-0,1385	0,1730	1	20-18	0,0214	-0,1217	0,1646	1	9-16	0,0074	-0,0805	0,0953	1
17-16	0,0236	-0,1322	0,1794	1	3-18	0,0287	-0,1145	0,1718	1	5-16	0,0095	-0,0784	0,0974	1
15-16	0,0306	-0,1251	0,1864	1	8-18	0,0304	-0,1127	0,1736	1	18-16	0,0105	-0,0774	0,0984	1
1-16	0,0398	-0,1160	0,1956	1	10-18	0,0430	-0,1001	0,1862	1	11-16	0,0129	-0,0750	0,1008	1
3-16	0,0751	-0,0806	0,2309	0,976	5-18	0,0626	-0,0805	0,2058	0,992	2-16	0,0394	-0,0485	0,1273	0,989
6-16	0,1689	0,0131	0,3246	0,018	1-18	0,0699	-0,0733	0,2130	0,973	8-16	0,0397	-0,0482	0,1276	0,988
2-16	0,1793	0,0236	0,3351	0,007	2-18	0,0811	-0,0620	0,2242	0,895	1-16	0,5335	0,4456	0,6214	0
13-4	0,0061	-0,1497	0,1618	1	6-4	0,0001	-0,1430	0,1432	1	3-10	0,0001	-0,0878	0,0880	1
5-4	0,0148	-0,1410	0,1705	1	20-4	0,0074	-0,1357	0,1505	1	9-10	0,0059	-0,0820	0,0938	1
17-4	0,0212	-0,1346	0,1769	1	3-4	0,0146	-0,1285	0,1578	1	5-10	0,0080	-0,0799	0,0959	1
15-4	0,0282	-0,1276	0,1839	1	8-4	0,0164	-0,1267	0,1595	1	18-10	0,0090	-0,0789	0,0969	1
1-4	0,0373	-0,1184	0,1931	1	10-4	0,0290	-0,1141	0,1721	1	11-10	0,0114	-0,0765	0,0993	1
3-4	0,0727	-0,0831	0,2284	0,983	5-4	0,0486	-0,0946	0,1917	1	2-10	0,0379	-0,0500	0,1258	0,993
6-4	0,1664	0,0107	0,3222	0,022	1-4	0,0558	-0,0873	0,1990	0,998	8-10	0,0382	-0,0497	0,1261	0,993
2-4	0,1769	0,0211	0,3326	0,009	2-4	0,0671	-0,0761	0,2102	0,983	1-10	0,5320	0,4441	0,6199	0
5-13	0,0087	-0,1471	0,1644	1	20-6	0,0073	-0,1358	0,1504	1	9-3	0,0058	-0,0821	0,0937	1
17-13	0,0151	-0,1407	0,1708	1	3-6	0,0145	-0,1286	0,1577	1	5-3	0,0079	-0,0800	0,0958	1
15-13	0,0221	-0,1337	0,1779	1	8-6	0,0163	-0,1268	0,1594	1	18-3	0,0089	-0,0790	0,0968	1
1-13	0,0313	-0,1245	0,1870	1	10-6	0,0289	-0,1142	0,1720	1	11-3	0,0113	-0,0766	0,0992	1
3-13	0,0666	-0,0892	0,2223	0,994	5-6	0,0485	-0,0946	0,1916	1	2-3	0,0378	-0,0501	0,1257	0,994
6-13	0,1603	0,0046	0,3161	0,036	1-6	0,0557	-0,0874	0,1989	0,998	8-3	0,0381	-0,0498	0,1260	0,993
2-13	0,1708	0,0150	0,3266	0,015	2-6	0,0670	-0,0762	0,2101	0,983	1-3	0,5319	0,4440	0,6198	0
17-5	0,0064	-0,1494	0,1621	1	3-20	0,0072	-0,1359	0,1504	1	5-9	0,0021	-0,0858	0,0900	1
15-5	0,0134	-0,1423	0,1692	1	8-20	0,0090	-0,1341	0,1521	1	18-9	0,0031	-0,0848	0,0910	1
1-5	0,0226	-0,1332	0,1783	1	10-20	0,0216	-0,1215	0,1647	1	11-9	0,0055	-0,0824	0,0934	1
3-5	0,0579	-0,0978	0,2137	0,999	5-20	0,0412	-0,1019	0,1843	1	2-9	0,0320	-0,0559	0,1199	0,999
6-5	0,1517	-0,0041	0,3074	0,067	1-20	0,0484	-0,0947	0,1916	1	8-9	0,0323	-0,0556	0,1202	0,999
2-5	0,1621	0,0064	0,3179	0,031	2-20	0,0597	-0,0835	0,2028	0,996	1-9	0,5261	0,4382	0,6140	0
15-17	0,0070	-0,1487	0,1628	1	8-3	0,0018	-0,1414	0,1449	1	18-5	0,0010	-0,0869	0,0889	1
1-17	0,0162	-0,1396	0,1720	1	10-3	0,0144	-0,1288	0,1575	1	11-5	0,0034	-0,0845	0,0913	1
3-17	0,0515	-0,1042	0,2073	1	5-3	0,0339	-0,1092	0,1771	1	2-5	0,0299	-0,0580	0,1178	1
6-17	0,1453	-0,0105	0,3010	0,103	1-3	0,0412	-0,1019	0,1843	1	8-5	0,0302	-0,0577	0,1181	1
2-17	0,1557	0,0000	0,3115	0,05	2-3	0,0524	-0,0907	0,1956	0,999	1-5	0,5240	0,4361	0,6119	0
1-15	0,0092	-0,1466	0,1649	1	10-8	0,0126	-0,1305	0,1557	1	11-18	0,0024	-0,0855	0,0903	1
3-15	0,0445	-0,1113	0,2002	1	5-8	0,0322	-0,1110	0,1753	1	2-18	0,0289	-0,0591	0,1168	1
6-15	0,1382	-0,0175	0,2940	0,159	1-8	0,0394	-0,1037	0,1826	1	8-18	0,0292	-0,0587	0,1171	1
2-15	0,1487	-0,0071	0,3045	0,082	2-8	0,0507	-0,0925	0,1938	1	1-18	0,5229	0,4350	0,6109	0
3-1	0,0353	-0,1204	0,1911	1	5-10	0,0196	-0,1235	0,1627	1	2-11	0,0265	-0,0615	0,1144	1
6-1	0,1291	-0,0267	0,2848	0,263	1-10	0,0268	-0,1163	0,1700	1	8-11	0,0268	-0,0611	0,1147	1
2-1	0,1395	-0,0162	0,2953	0,148	2-10	0,0381	-0,1051	0,1812	1	1-11	0,5206	0,4326	0,6085	0
6-3	0,0938	-0,0620	0,2495	0,833	1-5	0,0073	-0,1359	0,1504	1	8-2	0,0003	-0,0876	0,0882	1
2-3	0,1042	-0,0515	0,2600	0,675	2-5	0,0185	-0,1247	0,1616	1	1-2	0,4941	0,4062	0,5820	0
2-6	0,0105	-0,1453	0,1662	1	2-1	0,0112	-0,1319	0,1544	1	1-8	0,4938	0,4059	0,5817	0

continua na próxima página

Série Dow Jones					Série Sunspot					Série S&P500				
Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor	Grupo	Diff	L.Inf	L.Sup.	p-valor

Tabela 19: Resultado do Teste de Tukey para as séries estudadas