



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Estatística e Informática

Pós Graduação em Biometria e Estatística aplicada

**Efeitos da destruição do habitat sobre um
sistema de presa-predador**

Cintia Maria Lopes Ferreira

Dissertação de Mestrado

Recife

Agosto de 2012

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Estatística e Informática

Cintia Maria Lopes Ferreira

**Efeitos da destruição do habitat sobre um sistema de
presa-predador**

*Trabalho apresentado ao Programa de Pós Graduação em
Biometria e Estatística aplicada do Departamento de Es-
tatística e Informática da Universidade Federal Rural de
Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau
de Mestre em Biometria e Estatística aplicada.*

Orientador: *Viviane Moraes de Oliveira*

Recife

Agosto de 2012

A Deus

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a DEUS porque tenho diante de mim mais um sonho realizado, concluindo mais uma etapa na minha vida.

Aos meus pais Geová Lopes Ferreira e Josefa Maria Do Carmo Ferreira pela base familiar, pela educação, pelo incentivo, amor, carinho, dedicação e por sempre estarem presentes em todos os momentos da minha vida. Agradeço pela força que me impulsionou a chegar até aqui. À minha irmã Tarciane Maria Lopes Ferreira, que sempre me apoiou e me ajudou no que precisei.

À minha Orientadora Viviane Moraes de Oliveira, pelo exemplo profissional, por sua paciência e motivação. Por ter sido companheira na orientação desta dissertação.

Aos meus familiares por estarem sempre na torcida pela minha vitória.

À senhora missionária irmã Marilene Pereira da Silva, pelas orações ao Senhor Deus em meu benefício para que Deus me ajudasse, me orientasse, me abençoasse na conclusão deste curso. Pela sua amizade e carinho.

Ao excelentíssimo Doutor Aldemir Alves de Lima, Juiz de Direito e servo do Senhor Deus, pelas orações, orientações, força e ajuda que me motivaram a recomeçar e concluir o curso.

Aos meus amigos Kátia e Vinícios que me ajudaram muito em todos os momentos em que precisei. Sempre com muito carinho, atenção e sinceridade!

Aos meus amigos Erinaldo Leite Siqueira Júnior e Felipe Ricardo Santos de Gusmão, que me incentivaram a estar neste programa mostrando-o e apresentando-o o quão é prazeroso e gratificante fazer parte deste curso. Serei eternamente grata pela amizade extremamente construtiva, sincera, que me mostrou novos horizontes.

A todos os alunos do curso que compartilharam comigo seus conhecimento e vários momentos nos quais serão inesquecíveis.

Aos meus amigos: Alan, Renato Teixeira, Erval, Misael, Professor Aduino, Diego João que sempre estiveram com muita boa vontade e paciência para me ajudar quando precisei!

A todos os professores do curso que realmente foram professores com todas as letras, nos quais me incentivaram e me fizeram gostar mais e mais do curso, que possuem a característica de realmente ajudar os alunos.

Aos funcionários do departamento.

Ao secretário Marco Antônio dos Santos pelo seu profissionalismo.

À agência de fomento para a formação de acadêmicos do país, a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

Para não correr o risco da injustiça, agradeço de antemão a todos que de alguma forma passaram pela minha vida e contribuíram para a construção de quem sou hoje.

Não basta ensinar ao homem uma especialidade, porque se tornaria assim uma máquina utilizável e não uma personalidade. É necessário que adquira um sentimento, senso prático daquilo que vale a pena ser empreendido, daquilo que é belo, do que é moralmente correto.

—ALBERT EINSTEIN

Resumo

A destruição de habitats é um dos fatores mais relevantes que levam à extinção das espécies e perda da diversidade biológica e que é um dos assuntos de conservação mais estudados e debatidos nos últimos anos. Uma vez que a taxa de modificações humanas sobre os ecossistemas vem crescendo, resultando na fragmentação e perda de habitat, é importante analisar os efeitos que essas mudanças na configuração espacial têm nos processos ecológicos. Nesse trabalho tivemos como objetivo estudar a dinâmica de um modelo em que um predador e sua presa interagem em um ambiente homogêneo com estrutura espacial quando uma proporção do sistema é destruído. Realizamos essa análise através de técnicas de simulações computacionais e também ferramentas analíticas. Obtivemos três regimes diferentes dependentes dos valores dos parâmetros do modelo: coexistência de presa e predador, extinção do predador com sobrevivência da presa e extinção da presa levando a extinção do predador. Estudamos também os efeitos da destruição de uma proporção do habitat sobre o sistema, e comparamos os resultados com aqueles obtidos para o caso sem fragmentação. Observamos que o aumento na proporção de sítios destruídos leva a uma diminuição da população de predadores. Também observamos que para uma destruição de mais que 15% dos sítios, o regime de extinção das duas espécies não é mais observado.

Palavras-chave: Sistema presa-predador, coexistência, extinção, fragmentação.

Abstract

The destruction of habitats is one of the most important factors leading to species extinction and loss of diversity, which is one of the most studied issues in biological and conservation in recent years. Since the human intervention on ecosystems is growing, resulting in fragmentation and loss of habitats, it is important to analyze the effects of these changes in spatial configuration have on ecological processes. In this work we aimed to study the dynamics of a model in which a predator and prey interact in a homogeneous environment with spatial structure when a proportion of the system is destroyed. We conducted this analysis using techniques from computer simulations as well as analytical tools. We obtained three different regimes depending on the values of model parameters in which there is coexistence of prey and predator, extinction of the predator with survival of prey and the extinction of prey leading to the extinction of the predator. We also studied the effects of destruction of a proportion of habitat on the system, and compared the results with those obtained for the case without fragmentation. We observed that increasing the number of destroyed sites leads to a reduction of the population of predators. We also observed that for a destruction of more than 15% of the sites, the regime of extinction of two species is no longer observed.

Keywords: Predator-prey system, fragmentation.

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão da Literatura	5
2.1	Fragmentação do habitat	8
3	Análise de estabilidade local de equações diferenciais não lineares	11
3.1	Análise qualitativa do sistema	14
4	Modelo espacial de interação presa-predador	19
4.1	Resultados	20
5	Modelo espacial com fragmentação do habitat	29
5.1	Resultados	30
6	Conclusão	55

Lista de Figuras

3.1	<i>Isóclina da presa .</i>	15
3.2	<i>Isóclina da predador.</i>	15
3.3	<i>As isóclinas em conjunto, onde as setas em preto representam a resultante .</i>	16
3.4	<i>Trajetórias do sistema. O sistema desloca-se no sentido das setas, permanecendo dentro de um círculo até ser deslocado para outro.</i>	17
3.5	<i>Oscilações das densidades da presa e do predador. Em azul a oscilação da presa e a de vermelho a do predador.</i>	18
4.1	<i>(a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.4$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.</i>	21
4.2	<i>(a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.1$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.</i>	21
4.3	<i>(a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.8$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.</i>	21
4.4	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0, 1, 0, 2$, e $0, 3$, obtidos através das simulações.</i>	22
4.5	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0, 4, 0, 5$, e $0, 6$, obtidos através das simulações.</i>	23
4.6	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0, 7, 0, 8$, e $0, 9$, obtidos através das simulações.</i>	24
4.7	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0, 1, 0, 2$, e $0, 3$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2).</i>	26
4.8	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0, 4, 0, 5$, e $0, 6$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2).</i>	27

4.9	<i>Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0,7, 0,8, e 0,9$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2)</i>	28
5.1	<i>Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.</i>	31
5.2	<i>Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.</i>	32
5.3	<i>Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.</i>	33
5.4	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.</i>	35
5.5	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.</i>	36
5.6	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.</i>	37
5.7	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.</i>	38
5.8	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.</i>	39
5.9	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.</i>	40
5.10	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.</i>	41
5.11	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.</i>	42
5.12	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.</i>	43
5.13	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.</i>	44
5.14	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.</i>	45
5.15	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.</i>	46
5.16	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.</i>	47
5.17	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.</i>	48
5.18	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.</i>	49
5.19	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.</i>	50
5.20	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.</i>	51
5.21	<i>Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.</i>	52
5.22	<i>Concentração de presas e predadores X percentual de fragmentação do habitat. Para $r_1 = 0,5, r_2 = 0,3$ e $m = 0,2$.</i>	53
5.23	<i>Concentração de presas e predadores X percentual de fragmentação do habitat. Para $r_1 = 0,2, r_2 = 0,9$ e $m = 0,2$.</i>	54

CAPÍTULO 1

Introdução

Espécies diferentes de plantas e animais interagem entre si e com o ambiente. Dentre essas interações destacamos a do tipo presa-predador, onde os predadores têm um efeito negativo sobre a taxa de crescimento de suas presas enquanto a presa tem um efeito positivo sobre a taxa de crescimento de seus predadores. Essa assimetria tende a dar origem a oscilações nos números da população, podendo ser atenuadas conduzindo a um equilíbrio estável, ou não, levando a oscilações de período e amplitude característicos chamados de ciclos limite. Vale salientar que sistemas presa-predador podem apresentar comportamentos que variam entre a ordem e o caos, onde este último nem sempre é um fenômeno negativo, pois pode culminar em um elemento permissível a flexibilidade, gerando a diversidade [1]. Esta característica faz com que este tipo de sistema se enquadre em uma classe de problemas denominada de sistemas complexos[2].

É importante visualizar que esta interação não necessariamente está ligada apenas às plantas e aos animais, pois apresenta uma presença muito forte na economia e também na medicina. Como por exemplo, em modelos microeconômicos baseados no modelo clássico de presa-predador de Lotka-Volterra, no qual os custos de uma agência desempenham o papel da atividade predatória. O resultado é um sistema onde "produtores"(isto é, gestores, trabalhadores e todos aqueles em contato direto com a produção) gradualmente ganham o controle do processo produtivo, quando os tempos são bons, e usam esse controle para melhorar a sua própria estabilidade a custo dos investidores (aumentando assim os custos da agência), até que esta depredação aciona o sistema em uma crise que leva os investidores a apertar os controles burocráticos sobre os produtores, que eventualmente traz o sistema de volta ao caminho do crescimento [3]. Na medicina, na área da imunologia, faz-se presente o comportamento caótico. Também observa-se que o comportamento da resposta de um anticorpo a um antígeno avaliado no tempo pode ser descrito também através do modelo de Lotka-Volterra[1].

O modelo de Lotka-Volterra foi pioneiro a descrever matematicamente a interação entre

duas populações distintas (presas e predadores). No modelo admite-se que uma tem recursos em abundância para sobreviver (presa) e a segunda utiliza a primeira como recurso para sua sobrevivência.

A introdução deste modelo, bem como as suas conseqüentes variações, foi uma das principais contribuições para a dinâmica de populações. Propostas independentemente por Alfred J. Lotka em 1925 e por Vito Volterra em 1926, o modelo é descrito pelo conjunto de equações

$$\frac{dx}{dt} = rx - \alpha xy, \quad (1.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + \beta xy, \quad (1.2)$$

em que x e y são as densidades populacionais de presa e predador, respectivamente; r é a taxa de crescimento da presa na ausência do predador; s é a taxa de decrescimento do predador na ausência da presa, e α e β são as medidas de interação entre as duas espécies.

Aqui consideramos que tanto a concentração de indivíduos da presa, quanto a do predador estejam em função do tempo t e que seus crescimentos dependam das suas respectivas taxas de natalidade e mortalidade.

Presas e predadores se encontram aleatoriamente, de forma que o número de encontros é proporcional ao produto de suas densidades populacionais. Os encontros causam uma diminuição da população de presas com taxa α e um crescimento da população de predadores com taxa β . Os sistemas que envolvem a dinâmica de presa-predador são geralmente estudados por meio de equações diferenciais, como é caso do modelo de Lotka-Volterra, e por modelos baseados em indivíduos [4, 5].

Foi investigado recentemente a dinâmica de um modelo em que presa e predador interagem em um ambiente homogêneo com estrutura espacial e também um modelo envolvendo um sistema de equações diferenciais [6]. Nestes modelos, a quantidade do recurso disponível para a presa é ilimitada e esta pode se reproduzir com probabilidade r se houver disponibilidade de espaço em sua vizinhança. O predador pode se alimentar de sua presa, caso esta se encontre em sua vizinhança e morre com probabilidade m . Foram observados três regimes diferentes

dependentes dos valores dos parâmetros do modelo: coexistência de presa e predador; extinção do predador com sobrevivência da presa; e extinção da presa levando à extinção do predador.

Habitats com diversidade espacial fornecem uma ampla gama de recursos e isolam animais de perturbações físicas e fornecem proteção contra predadores [7, 8]. A complexidade do habitat pode influenciar na tática de fuga e ataque de animais [9, 10]. Nesse sentido, a fragmentação e a redução contínua da área dos habitats naturais são um dos fatores essenciais para a extinção de espécies a níveis local, regional e global, bem como a perda de biodiversidade. As crescentes taxas deste processo destrutivo nos leva a ter como objetivo compreender as respostas dos ecossistemas à destruição do habitat. Desta forma, um estudo sobre as consequências da destruição do habitat é essencial para explicar as situações citadas, como também para prever o efeito de novas perturbações ambientais. A literatura fornece fortes evidências de que a perda de habitat tem grandes efeitos consistentemente negativos sobre a biodiversidade [11].

A fragmentação pode ser definida de forma geral como o processo pelo qual uma área contínua de habitat é reduzida em tamanho, e dividida em dois ou mais fragmentos separados por um entorno de habitats diferentes do original [12]. Segundo esta definição, o processo de fragmentação tem quatro efeitos sobre o padrão do uso do habitat:

- I) Redução na extensão de habitat original;
- II) Aumento no número de fragmentos de habitat;
- III) Diminuição no tamanho dos fragmentos;
- IV) Aumento no isolamento dos fragmentos.

Podemos definir a destruição do habitat como uma redução da fração de sítios disponíveis. Fragmentação do habitat, por outro lado, é uma consequência de tal destruição. Sendo necessário ter um mapeamento topológico de quais sítios são destruídos, ou seja, espacialmente descrito explicitamente, a fim de levar em conta a fragmentação.

Nessa dissertação, realizamos um estudo sobre os efeitos da destruição do habitat sobre um sistema presa-predador. No capítulo 2 apresentamos a Revisão de Literatura, onde descrevemos alguns outros modelos utilizados no estudo de sistemas do tipo presa-predador. Como o modelo de Lotka-Volterra é baseado em um conjunto de equações diferenciais ordinárias, que forne-

cem a abundância das espécies de presas e predadores no tempo, apresentamos no capítulo 3 a análise de estabilidade local de equações diferenciais não-lineares. No capítulo 4 apresentamos um modelo introduzido recentemente para o estudo de um sistema do tipo presa-predador que, ao contrário dos modelos baseados em equações diferenciais, considera a estrutura espacial. Também realizamos uma análise do modelo por meio de um conjunto de equações diferenciais e comparamos os resultados obtidos com aqueles relativos ao caso em que consideramos a estrutura espacial. No capítulo 5, analisamos os efeitos da destruição do habitat sobre a dinâmica do sistema, considerando que uma proporção dos habitats antes disponíveis para presas e predadores será destruída, ou seja, se tornará indisponível para colonização. Por fim, apresentamos nossas conclusões no capítulo 6.

CAPÍTULO 2

Revisão da Literatura

A forma mais geral de se representar as equações que modelam a interação presa-predador é a seguinte:

Seja x a densidade de presas e y a densidade de predadores. Na ausência do predador, a presa apresenta uma taxa de crescimento que é uma função da sua densidade:

$$\frac{dx}{dt} = f(x). \quad (2.1)$$

Como na realidade, a presa não vive isolada, ela acaba sendo consumida por um predador com uma quantidade média $g(x,y)$ por predador por unidade de tempo. Como esta quantidade média é individual, multiplicamos por y para termos uma média geral. Então temos a equação para o crescimento da presa dada por:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - yg(x,y). \quad (2.2)$$

Para descrevermos a equação de crescimento para o predador, observamos que ela deve depender da quantidade de presas e predadores. Neste caso, a densidade de predadores aumentará em função da quantidade de presas consumidas por cada predador, $g(x,y)$. Em contrapartida, a densidade do predador deve decrescer devido a sua taxa de mortalidade m , que pode depender da sua densidade y , ou seja, $m(y)$. Por fim, para obtermos a variação da densidade da população de predadores, multiplicamos a expressão por y . Logo obtemos:

$$\frac{dy}{dt} = [wg(x,y) - m(y)]y, \quad (2.3)$$

onde w é a taxa de crescimento do predador devido ao encontro com a presa.

Temos portanto o sistema geral de equações para a interação presa-predador:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x) - yg(x,y), \\ \frac{dy}{dt} = [wg(x,y) - m(y)]y. \end{cases}$$

A maioria das demais equações presentes na literatura a respeito, são casos particulares.

Como exemplo, Lipowski e Lipowska [5] estudaram um modelo de rede para um sistema presa-predador e também uma aproximação de campo médio para este modelo. Eles consideraram uma rede d -dimensional, onde um sítio contido na rede pode estar vazio, ocupado por uma presa, ocupado por um predador ou ocupado por uma presa e um predador. De acordo com a dinâmica do modelo, um sítio é escolhido aleatoriamente. Se houver uma presa neste sítio, ela se reproduzirá com probabilidade r caso haja sítios vizinhos mais próximos não ocupados por presas. Seu filho será colocado em um dos sítios vazios na vizinhança (que será escolhido aleatoriamente). Ainda considerando o mesmo sítio, verifica-se se há um predador. Se um predador também ocupa aquele sítio, ele consome a presa existente (se houver) com probabilidade $1 - r$, produz um filho e o coloca em um sítio vazio de sua vizinhança mais próxima (se houver). Caso não haja uma presa no sítio, o predador morre de fome.

A aproximação de campo médio para esse modelo é descrita pelas equações

$$\frac{dx}{dt} = xr(1 - x^{2d}) - (1 - r)xy, \quad (2.4)$$

$$\frac{dy}{dt} = (1 - r)xy(1 - y^{2d}) - (1 - r)(1 - x)y. \quad (2.5)$$

Aqui, x e y representam a probabilidade de existir uma presa e um predador em um dado sítio. A presa se reproduz com probabilidade r , o predador com a probabilidade $(1 - r)$ e d é a dimensão. Negligenciando correlações entre e nos sítios, a probabilidade de que haja uma presa em um dado sítio e que a mesma se reproduza é $rx(1 - x^{2d})$, e a de que esta presa morra é $(1 - r)xy$. Analogamente para o predador, a probabilidade do predador morrer é $(1 - r)(1 - x)y$ e de se reproduzir é $(1 - r)xy(1 - y^{2d})$.

Dentro da aproximação de campo médio as soluções de estado estacionário são obtidas com densidades diferentes de zero para presas e predadores. As simulações de Monte Carlo para

uma, duas e três dimensões apresentam um cenário diferente: abaixo de um determinado limiar para o valor de r o modelo difere da predição de campo médio e entra num estado em que toda a população de predadores morre.

Uma outra forma interessante de interação é aquela em que há duas espécies de presas e um predador, onde se observa o efeito *switching* no sistema. Define-se o efeito *switching* como o deslocamento da preferência do predador para um determinado tipo de presa. Vários estudos teóricos e experimentais mostram que este efeito pode estabilizar o sistema como um todo e garantir a coexistência e a competição permanente das espécies [13].

Palomino-Bean e colaboradores [13] estudaram um modelo que é uma generalização do modelo de Lotka-Volterra analisando os efeitos da introdução do efeito *switching*. Sem a consideração deste efeito, as equações representando o modelo de Lotka-Volterra são

$$\frac{dx_1}{dt} = \left(r_1 - \frac{r_1}{k_1}x_1 - a_1x_3 \right) x_1, \quad (2.6)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \left(r_2 - \frac{r_2}{k_2}x_2 - a_2x_3 \right) x_2, \quad (2.7)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = (-r_3 + c_1a_1x_1 + c_2a_2x_2)x_3, \quad (2.8)$$

onde r_i ($i=1,2$) é a taxa de crescimento da presa i e r_3 é a taxa de crescimento do predador. k_i é a capacidade de suporte do meio para a presa i , a_i é o coeficiente de eficiência de procura do predador em relação à presa i , e c_i é a taxa de reprodução do predador ao consumir a presa i .

Para introduzir o efeito *switching* no modelo os autores utilizaram as funções de Tansky [13] dadas por:

$$A_1(x_1, x_2) = \frac{a_1}{1 + (x_1/x_2)^n}, \quad (2.9)$$

$$A_2(x_1, x_2) = \frac{a_2}{1 + (x_1/x_2)^n}, \quad (2.10)$$

onde n é a intensidade do *switching*. Substituindo nas equações (2.6)-(2.8) obtemos:

$$\frac{dx_1}{dt} = \left(r_1 - \frac{r_1}{k_1}x_1 - A_1(x_1, x_2)x_3\right)x_1, \quad (2.11)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \left(r_2 - \frac{r_2}{k_2}x_2 - A_2(x_1, x_2)x_3\right)x_2, \quad (2.12)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = (-r_3 + c_1A_1(x_1, x_2)x_1 + c_2A_2(x_1, x_2)x_2)x_3. \quad (2.13)$$

Após analisar o modelo sem a introdução do efeito *switching* os autores observaram que para conjuntos diferentes de parâmetros uma das espécies de presa sempre é extinta. Quando o efeito *switching* é introduzido, observou-se uma estabilização do sistema em que as três espécies coexistem. Eles também observaram que a convergência para o ponto de equilíbrio se torna mais rápida quando o valor do parâmetro n é aumentado.

2.1 Fragmentação do habitat

Devido ao número cada vez maior de interferências humanas em habitats naturais, faz-se necessário a preservação da biodiversidade bem como seu estudo. Portanto este é um tema cuja relevância não pode ser subestimada na contemporaneidade [14]. Com a fragmentação e a redução de forma contínua da área dos habitats naturais podemos chegar à extinção de espécies a níveis local e global [15]. Dessa forma, quanto menor a área do habitat, menores serão os tamanhos das populações, bem como a diversidade de espécies nele existentes. Com a fragmentação dos habitats, estes ficam separados uns dos outros e entre estes provavelmente pode haver um terreno relativamente inóspito[16].

Estudos mostram que os predadores são negativamente afetados com a perda de habitat em um grau maior do que as presas [17]. Modelos também mostram que o impacto da perda de habitat para a presa pode ser suavizado por uma redução da população de predadores [18, 19, 20, 21].

Nakagiri e colaboradores introduziram um modelo de rede em que o ecossistema é composto por presas e predadores para estudar a destruição local do habitat [22]. Neste modelo

considera-se uma rede em duas dimensões, com a presença de apenas duas espécies: a presa (X) e o predador (Y). Os sítios podem estar ocupados com uma presa, um predador ou vazio. As interações são feitas da seguinte forma:



em que a primeira reação representa a predação com reprodução, a segunda corresponde à reprodução da presa, e a terceira a morte do predador.

A destruição ocorre na ligação entre sítios vizinhos. As barreiras são colocadas de forma aleatória, com probabilidade p . Assume-se que essa destruição só causa impacto direto para a presa. O sistema apresenta extinção devido a um efeito indireto, ou seja, embora os predadores não sofram diretamente com os danos causados pela destruição, eles são extintos para um valor de $p = p_0$. Com relação à população de presas, a densidade no estado estacionário cresce com p para $p < p_0$ e decresce para $p > p_0$.

Outro estudo interessante é um modelo em rede de um ecossistema consistindo de duas espécies: presa (coelhos) e predador (lobos). Considera-se apenas dois tipos de sítios: grama, onde presas podem comer e ser consumidas por predadores e locais destruídos, que são inacessíveis para ambas as espécies. Na dinâmica deste modelo, os animais têm que se mover para o sítio vizinho mais próximo (se este não estiver ocupado por um indivíduo da mesma espécie) para se alimentar. Cada indivíduo tem uma reserva de alimento, representada por um contador. O contador é incrementado após cada refeição (a grama comida por um coelho e um coelho comido por um lobo), e diminui de um depois de completar um passo de tempo da simulação e após o nascimento de um filho. Um animal morre e é removido da rede, quando seu contador é igual a zero. Um par de animais em células adjacentes podem produzir a prole, desde que tenham reservas de alimentos suficientes e haja locais vazios na vizinhança mais próxima. Os

animais são tratados como hermafroditas[23].

Uma proporção C_d dos sítios é destruída no início da simulação, enquanto que os sítios restantes são ocupados por presas e predadores com concentrações C_r e C_w , respectivamente. Não é permitida a ocupação de indivíduos da mesma espécie no mesmo local. Com a fragmentação, aparecem ilhas isoladas com nenhuma possibilidade para os animais entrarem ou saírem. Em tais casos, os animais estão presos em pequenas regiões com pouca chance de se comunicar com outros animais para se reproduzir ou para se alimentar.

Os autores observaram oscilações, e não apenas flutuações, que diminuem com aumento da devastação do habitat. Isto ocorre devido à diminuição do número de predadores e sua influência cada vez menos intensa sobre a população de presas. Um aumento na devastação em até 30% não resulta no aumento da percentagem de sítios vazios, e quanto C_d excede 0,6, torna-se mais provável que um sítio encontre-se no estado vazio. A chance de coexistência também diminui com a devastação e, para $C_d = 0,5$ os únicos estados possíveis são presas e vazio [23]. Devido à grande fragmentação do ambiente no caso de imensa devastação, as populações de animais são separadas em pequenas sub-populações que vivem em áreas restritas. Essas pequenas populações são extintas com mais facilidade [23].

Análise de estabilidade local de equações diferenciais não lineares

Seja o sistema de equações com w variáveis:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_w), \quad (3.1)$$

para $i = 1, 2, \dots, w$. A fim de encontrarmos os pontos fixos que também chamamos de pontos de equilíbrio, devemos resolver as equações algébricas tal que $\hat{\mathbf{x}} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_w\}$, onde $f_i\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_w\} = 0, \forall i$ [24].

Expandindo f_i em uma série de Taylor de primeira ordem em torno do ponto fixo, podemos substituir o sistema de equações diferenciais não lineares, por um sistema de equações diferenciais lineares que possui uma solução exata. Desta forma, estas soluções irão nos proporcionar uma indicação do comportamento da solução não linear na vizinhança do ponto fixo. A expansão em torno deste ponto, implica que o modelo linearizado é válido apenas na vizinhança deste ponto. Com a expansão temos:

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i(\hat{\mathbf{x}}) + \sum_j (x_j - \hat{x}_j) \frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \sum_j (x_j - \hat{x}_j) \frac{\partial f_i}{\partial x_j}. \quad (3.2)$$

Definimos

$$\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_w\} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}, \quad (3.3)$$

como o vetor de pequenas perturbações do equilíbrio. Assim, as equações para perturbações apresentam termos suficientemente pequenos, ao ponto de serem desprezados:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{d(\hat{x}_i + q_i)}{dt} = \frac{dq_i}{dt}, \quad (3.4)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \sum_j q_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad (3.5)$$

para $i = 1, \dots, k$. Estas equações podem ser escritas em forma de matriz,

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{J}\mathbf{q}, \quad (3.6)$$

onde o ij -ésimo elemento da matriz jacobiana é $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$, avaliado em $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}$.

Para duas variáveis, temos um critério simples para a estabilidade local do sistema. Escrevemos a matriz Jacobiana como:

$$J = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix},$$

e definimos o traço da matriz $T = \text{traco}(J) = a + d$ e o determinante $D = \det(J) = ad - bc$. A condição necessária e suficiente para que ambos os autovalores sejam negativos (se forem reais) ou tenham partes reais negativas (se complexos) é que $T < 0$ e $D > 0$ [24].

Os autovalores podem ser expressos como: $\frac{1}{2} \left(T \pm \sqrt{T^2 - 4D} \right)$. Se $T^2 - 4D < 0$, os autovalores serão complexos e desta forma, apresentam-se em par conjugado [25]. Sendo assim, a solução do conjunto de equações diferenciais lineares é

$$q(t) = c_1 \exp(\lambda_1 t) e_1 + c_2 \exp(\lambda_2 t) e_2, \quad (3.7)$$

onde, λ_1 e λ_2 são os autovalores de J , e e_1 e e_2 , são os correspondentes autovetores e c_1 e c_2 são constantes escolhidas para satisfazer as condições iniciais. Devemos considerar três casos, para estes autovalores encontrados a fim de classificar o ponto fixo [25]:

- Parte real ser positiva: a função crescerá exponencialmente. O ponto de equilíbrio será classificado como instável.
- Com a parte real ser negativa: a função decrescerá exponencialmente. Se todos os autovalores tiverem a parte real negativa, o ponto de equilíbrio será classificado como assintoticamente estável.

- Ter a parte real positiva e também ter parte real negativa. Este ponto é considerado como totalmente instável e denominado de ponto de sela.
- Sendo a parte real igual a zero: a função oscilará com amplitude constante. O ponto fixo será chamado de centro estável.

Como exemplo para aplicação, temos o modelo de Lotka-Volterra, que foi pioneiro ao descrever matematicamente a interação entre duas populações distintas (presas e predadores). Um caso particular mais simples que se tem do sistema, é aquele em que na ausência do predador, a presa cresce sem limite, i.e., $f(x) = rx$.

Neste sistema, quando o predador consome a presa e coloca a sua prole, a quantidade de presa consumida ax é transformada em população de predador por uma taxa calculada por d . Na ausência da presa, o predador morre com uma taxa de mortalidade, s , constante, i.e. $v(y) = sy$. Obtemos:

$$\frac{dx}{dt} = rx - axy, \quad (3.8)$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + daxy. \quad (3.9)$$

Substituindo a por α e o produto da por β , temos:

$$\frac{dx}{dt} = rx - \alpha xy, \quad (3.10)$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + \beta xy. \quad (3.11)$$

Devemos encontrar os pontos críticos a partir das equações

$$x(r - \alpha y) = 0, \quad (3.12)$$

$$y(-s + \beta x) = 0. \quad (3.13)$$

Obtemos, então, os pontos críticos: $P_1(0, 0)$ e $P_2\left(\frac{s}{\beta}, \frac{r}{\alpha}\right)$.

Para P_1 , temos os autovalores: $\lambda_1 = r > 0$ e $\lambda_2 = -s < 0$ e, neste caso, temos um ponto de sela instável. Para o ponto P_2 , obtemos a matriz Jacobiana dada por:

$$J\left(\frac{s}{\beta}, \frac{r}{\alpha}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\alpha s}{\beta} \\ \frac{\beta r}{\alpha} & 0 \end{bmatrix},$$

onde encontramos os autovalores: $\lambda = \pm i\sqrt{rs}$. Então podemos concluir que é um ponto de centro estável.

3.1 Análise qualitativa do sistema

Podemos também fazer uma análise através das isóclinas. Uma isóclina é o lugar geométrico dos pontos nos quais as soluções têm uma mesma inclinação. Isto é, lugar onde a taxa de crescimento da presa e do predador se anulam. Para isso, fazemos;

$$\frac{dx}{dt} = rx - \alpha xy = 0 \therefore y = \frac{r}{\alpha} \quad (3.14)$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + \beta xy = 0 \therefore x = \frac{s}{\beta} \quad (3.15)$$

Assim determinamos os pontos críticos: $y = \frac{r}{\alpha}$ e $x = \frac{s}{\beta}$. Interpretamos esses pontos como densidades de equilíbrio, ou seja, a taxa de crescimento da presa se anula quando a densidade do predador $\frac{r}{\alpha}$. Analogamente a taxa de crescimento do predador se anula quando a densidade da presa é $\frac{s}{\beta}$ [26].

Através das isóclinas, realizamos a análise qualitativa no espaço de fase, cujos eixos x e y representam respectivamente as densidades da presa e do predador. Desta forma, observamos através da figura 3.1 que a isóclina da presa é um segmento de reta horizontal e paralela ao eixo x . Analogamente pela figura 3.2 a isóclina do predador é um segmento de reta vertical e paralela ao eixo y [26].

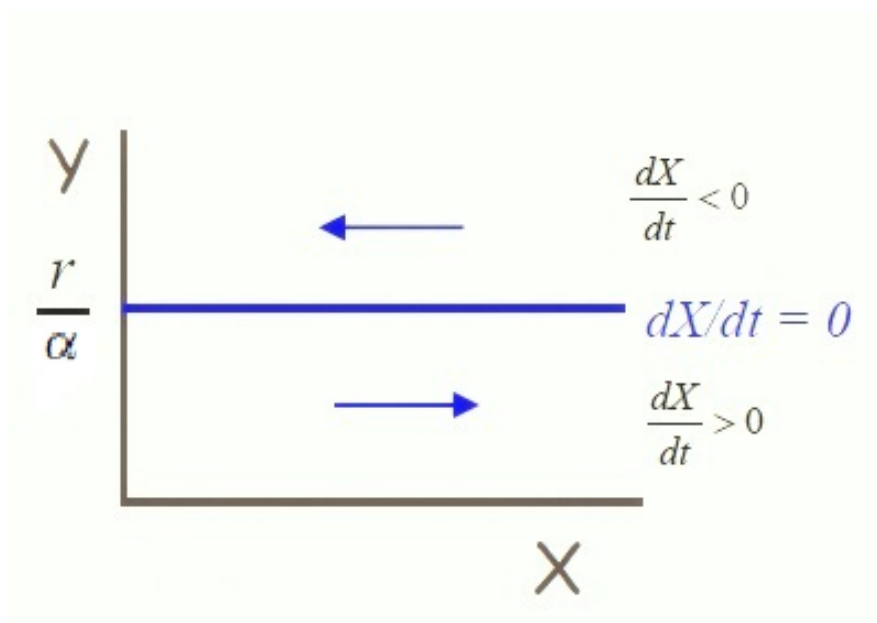


Figura 3.1 Isóclina da presa .

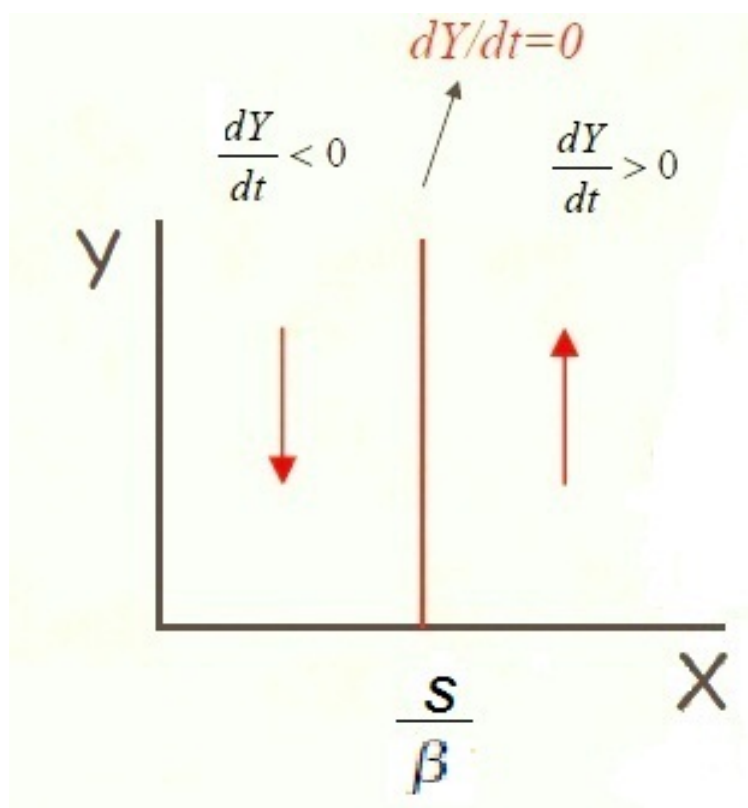


Figura 3.2 Isóclina da predador.

Observamos que no sentido de deslocamento das densidades para a presa, quando a densidade do predador é inferior a $\frac{r}{\alpha}$, a taxa de crescimento da presa é positiva. Quando a densidade da presa é superior a $\frac{r}{\alpha}$, a taxa de crescimento da presa é negativa.

Em relação ao predador, quando a densidade da presa é inferior a $\frac{s}{\beta}$, a taxa de crescimento do predador é negativa. Quando a densidade da presa é superior a $\frac{s}{\beta}$, a taxa de crescimento do predador é positiva.

Em média, as populações de presas e de predadores em um ciclo completo são respectivamente $\frac{r}{\alpha}$ e $\frac{s}{\beta}$, onde denominamos de populações de equilíbrio.

Ao combinarmos os sentidos de deslocamento das densidades x e y , obtemos uma trajetória circular, no sentido anti-horário, conforme mostramos nas figuras 3.3 e 3.4.

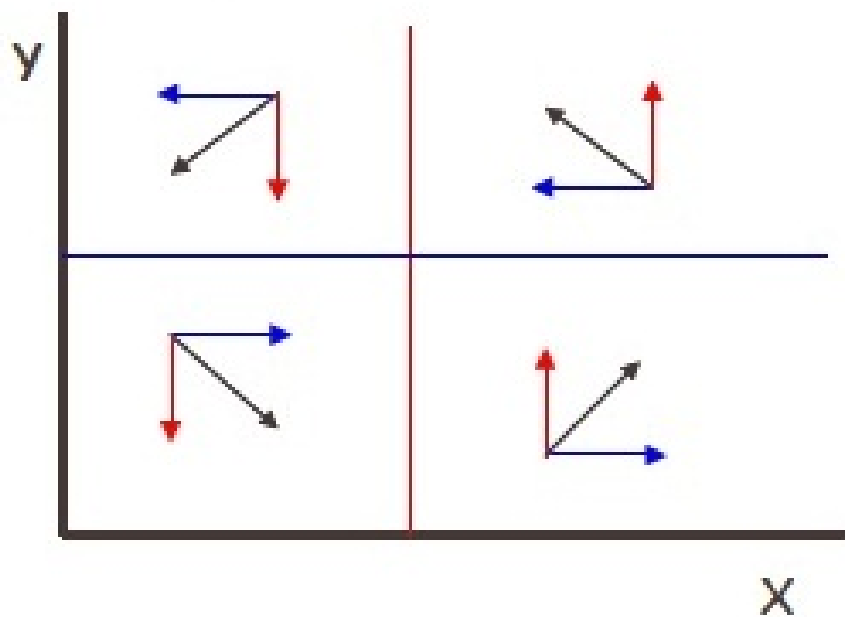


Figura 3.3 As isóclinas em conjunto, onde as setas em preto representam a resultante .

Uma das características importantes referente a estas trajetórias, é que dadas as densidades iniciais da presa e do predador, o sistema descreve uma trajetória fechada, ininterruptamente, passando pelos pontos iniciais periodicamente. Caso haja perturbação, como por exemplo, a chegada de predadores imigrantes, o sistema desloca-se e continua sua trajetória circular

prossequindo ininterruptamente até que seja perturbado novamente. Desta forma classifica-se como equilíbrio neutralmente estável (ou indiferente). A amplitude dos círculos depende das condições iniciais [27]. Podemos concluir que com o passar do tempo, as densidades da presa e do predador oscilam continuamente, como mostra a figura 3.5.

Visto que se trata de oscilações neutralmente estáveis, a amplitude das mesmas depende apenas das condições iniciais do sistema. Já a frequência das oscilações, contudo, é determinada pelos parâmetros do modelo. As populações de presas e de predadores estão defasadas por um quarto de ciclo. Assim, o número de presas aumenta primeiro, em seguida aumenta o número de predadores. Na prática, essa estabilidade neutral significa que o meio ambiente está em constante mudança. Além disso uma das desvantagens deste modelo é que na ausência de predadores, a presa cresce de forma exponencial, o que é irrealístico.

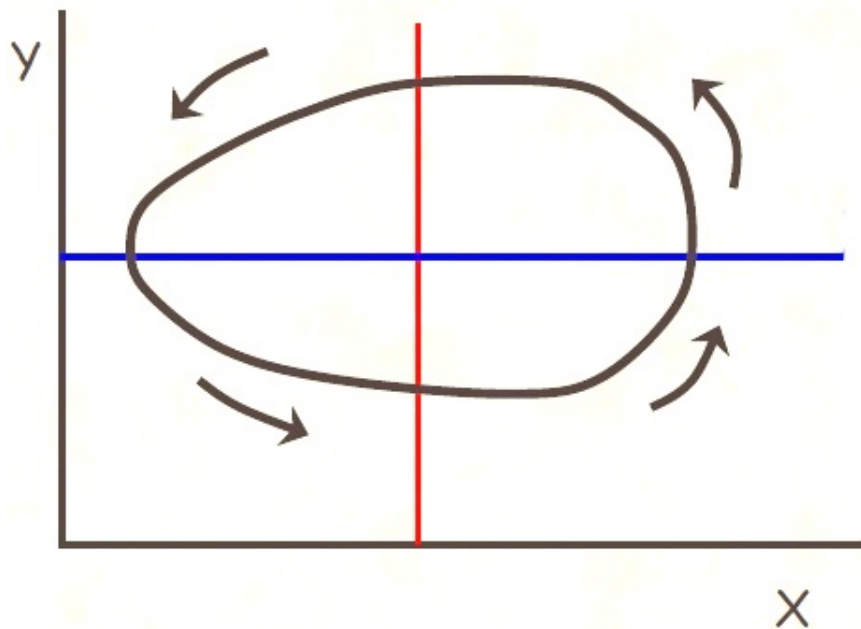


Figura 3.4 Trajetórias do sistema. O sistema desloca-se no sentido das setas, permanecendo dentro de um círculo até ser deslocado para outro.

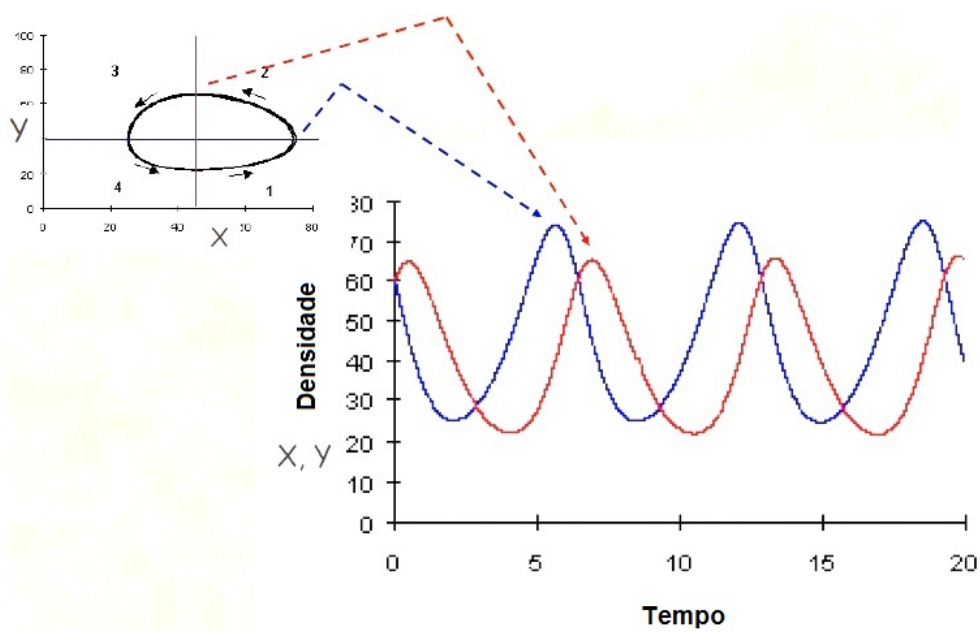


Figura 3.5 Oscilações das densidades da presa e do predador. Em azul a oscilação da presa e a de vermelho a do predador.

Modelo espacial de interação presa-predador

A estrutura e a heterogeneidade espacial são fatores de grande importância para a manutenção e a diversificação das espécies. Como mencionamos anteriormente, a diversidade do habitat fornece recursos para que espécies se protejam contra perturbações externas sobre o ecossistema e também contra o ataque de predadores.

Nesse sentido, um modelo que considera a estrutura espacial em um sistema com interação do tipo presa-predador foi recentemente investigado [6]. No modelo em questão, as espécies interagem com seus vizinhos mais próximos em uma rede quadrada e todos os sítios estão disponíveis para a ocupação de uma presa ou de um predador.

Consideramos uma rede composta por $N = L \times L$ sítios, onde cada sítio pode estar em um de três estados:

- 0 - vazio;
- 1- presa;
- 2- predador.

O estado de cada sítio é escolhido aleatoriamente com igual probabilidade. Consideramos uma rede com condições de contorno periódicas, ou seja, a vizinhança dos sítios das extremidades continuam com quatro sítios, como se os sítios das extremidades estivessem conectados. As regras da dinâmica são as seguintes:

Escolhemos um sítio aleatoriamente e verificamos se este sítio está vazio, ocupado por uma presa ou ocupado por um predador. Se o sítio estiver vazio, nada acontece e escolhemos então novamente um outro sítio de forma aleatória.

Se o sítio contiver uma presa, então:

Verificamos se dentre os quatros vizinhos mais próximos há sítios vazios. Se não houver vizi-

nho vazio, a presa não irá se reproduzir. Se só houver um vizinho vazio, a presa irá se reproduzir com probabilidade r_1 . Caso haja mais de um sítio vazio, ela escolhe aleatoriamente em qual sítio irá colocar o filho, que também nascerá com probabilidade r_1 .

Se o sítio contiver um predador:

Verificamos quantos dos quatros vizinhos mais próximos estão ocupados por uma presa. Se só houver um vizinho ocupado por uma presa, o predador irá comer a presa e se reproduzir com probabilidade r_2 , e colocará sua prole neste sítio. Caso haja mais de um sítio contendo uma presa, ele escolhe aleatoriamente qual presa irá comer e colocar a prole, que também nascerá com probabilidade r_2 . O predador morre com probabilidade m .

Contamos um passo de tempo quando N sítios são visitados.

4.1 Resultados

Ao realizar as simulações para várias condições iniciais do conjunto de parâmetros, observamos três regimes diferentes, a saber:

- Coexistência de presa e predador;
- Extinção do predador com a sobrevivência da presa;
- Extinção da presa levando a extinção do predador.

Cada um desses regimes está apresentado nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3, onde a evolução no tempo das populações de presas e predadores é mostrada e também o diagrama de fases correspondente para um sistema com $N = 40000$ sítios.

Realizamos uma análise sobre todo o intervalo de valores do conjunto de parâmetros r_1 , r_2 e m para identificar as regiões de coexistência, permanência da presa com extinção do predador e também a extinção da presa com a consequente extinção do predador no estado estacionário. Nossos resultados estão apresentados nas figuras 4.4, 4.5 e 4.6. Cada ponto dos diagramas de fase desta figura foi obtido com o resultado de dez simulações para aquele ponto, onde observamos qual o regime que ocorre com maior frequência.

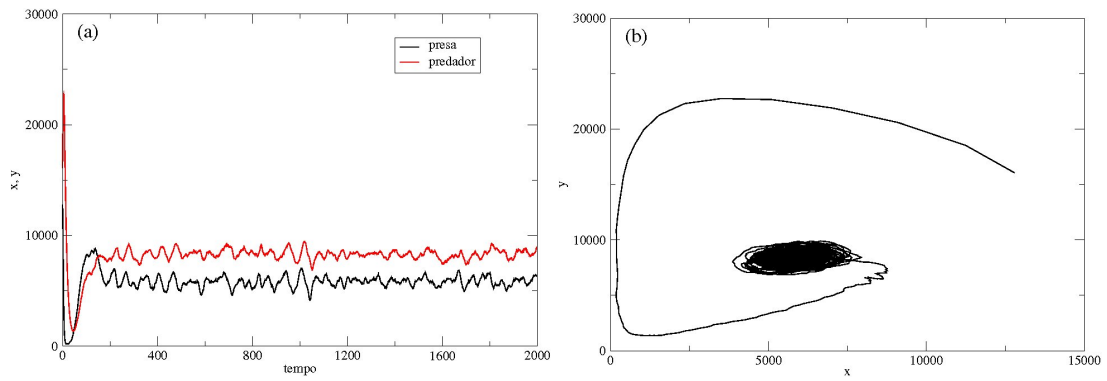


Figura 4.1 (a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.4$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.

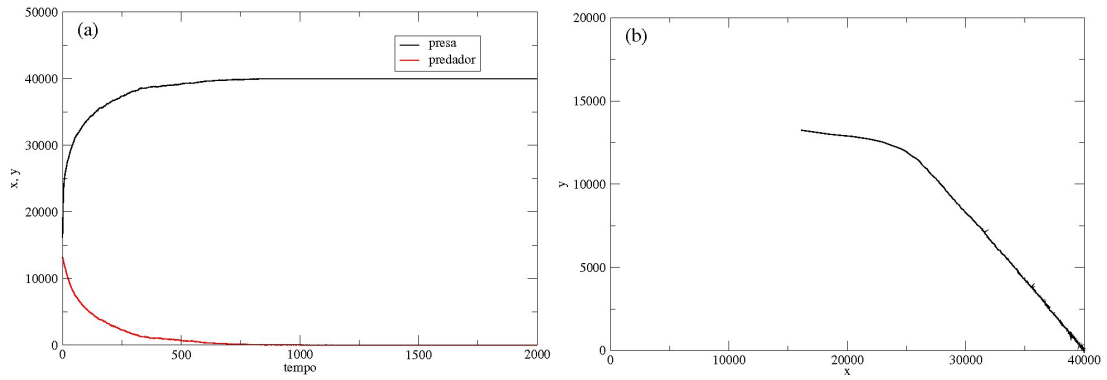


Figura 4.2 (a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.1$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.

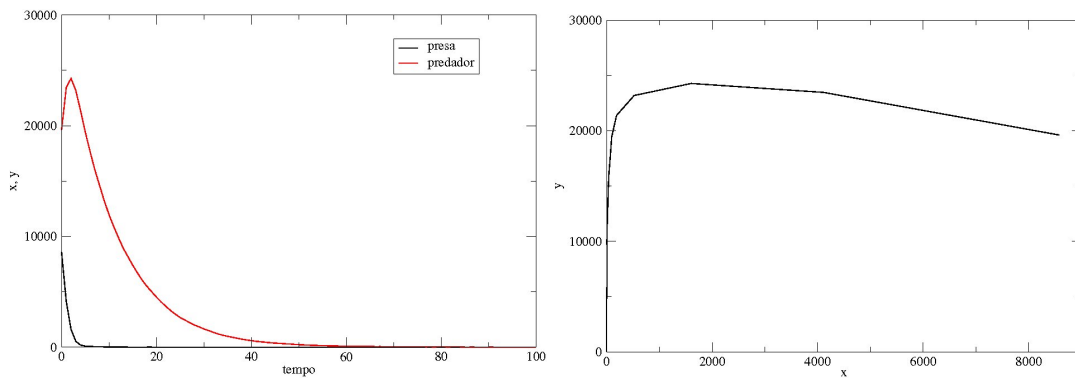


Figura 4.3 (a) Evolução da concentração de presas e predadores no tempo para $r_1 = 0.4$, $r_2 = 0.8$ e $m = 0.1$; (b) Diagrama de fase.

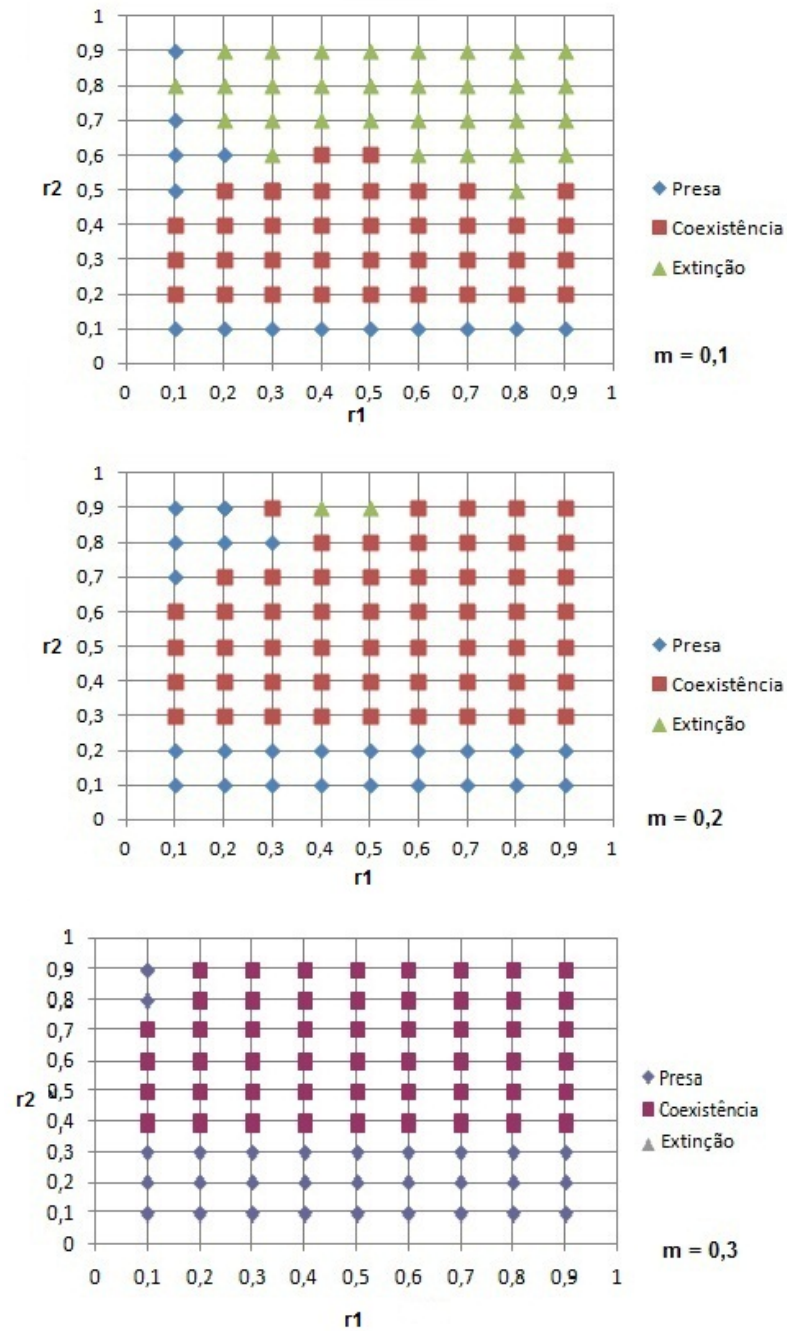


Figura 4.4 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0, 1, 0, 2,$ e $0, 3,$ obtidos através das simulações.

Notamos que apenas para valores da taxa de mortalidade m do predador menores ou iguais a $0,2,$ ocorre a extinção das duas espécies presentes no sistema. A extinção das duas espécies se

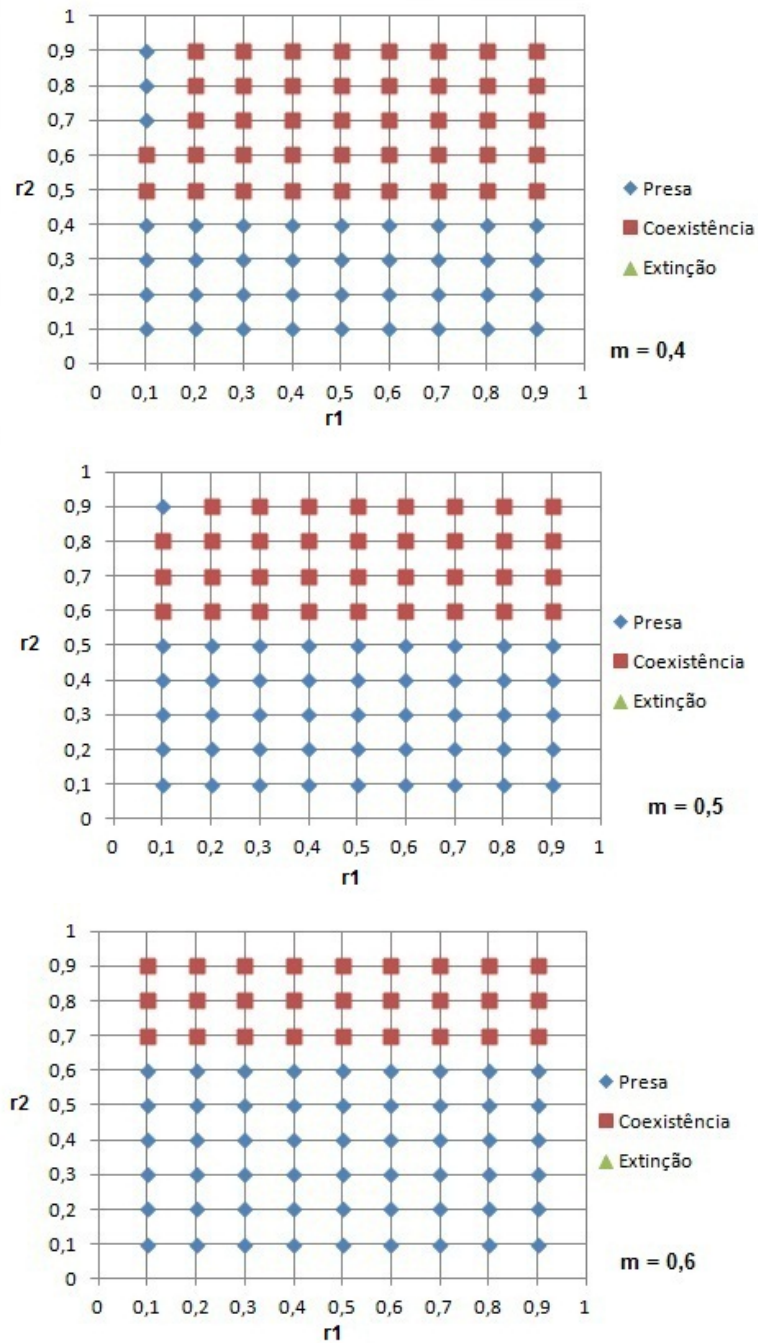


Figura 4.5 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0,4, 0,5,$ e $0,6$, obtidos através das simulações.

dá pelo fato da taxa de mortalidade do predador ser baixa e a taxa de reprodução do predador ser alta, o que faz com que o predador consuma toda a presa e acabe morrendo por falta de

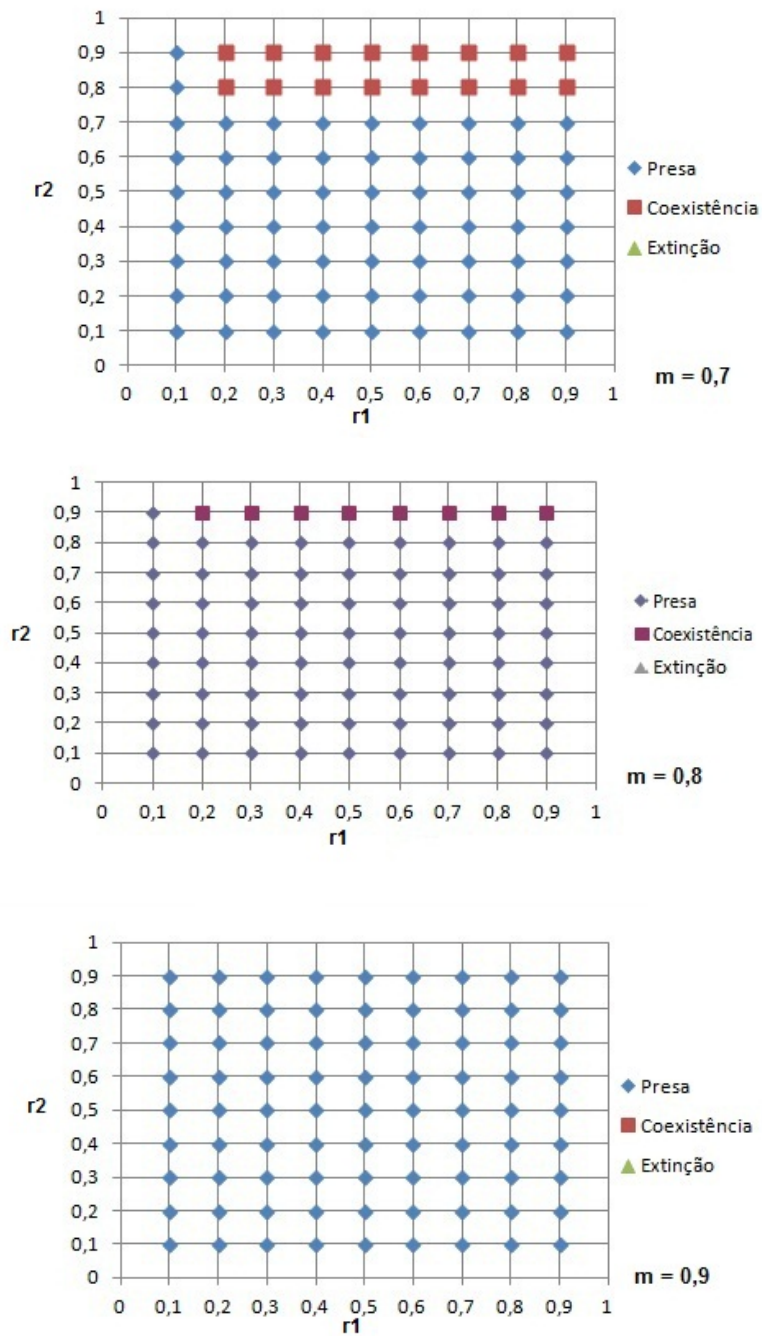


Figura 4.6 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, iguais a $m = 0,7, 0,8,$ e $0,9$, obtidos através das simulações.

alimento. Para valores maiores de m , verificamos a coexistência das espécies ou apenas a presença da presa com extinção do predador.

Verificamos que o aumento da taxa de mortalidade do predador leva a uma diminuição do tamanho da região em que há coexistência, até que para $m \geq 0.9$ apenas a sobrevivência da presa é observada para quaisquer valores de r_1 e r_2 .

Podemos também estudar este modelo através de um conjunto de equações diferenciais:

$$\frac{dx}{dt} = r_1x[1 - (x+y)^4] - r_2y[1 - (1-x)^4], \quad (4.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -my + r_2y[1 - (1-x)^4]. \quad (4.2)$$

Considerando que x é a probabilidade de encontrarmos uma presa em um sítio, y é a probabilidade de encontrar um predador em um sítio, e r_1 a probabilidade da presa se reproduzir, então a probabilidade de um sítio conter uma presa que irá se reproduzir é $r_1x([1 - (x+y)^4])$. A probabilidade de um predador encontrar uma presa e comê-la é $r_2y[1 - (1-x)^4]$. Considerando que ao comer a presa, o predador irá se reproduzir e colocar sua prole no sítio, então a probabilidade da presa morrer é igual a probabilidade do predador se reproduzir. Finalizando, a probabilidade do predador morrer é my .

As figuras 4.7, 4.8 e 4.9 mostram os resultados da integração das equações diferenciais 4.1 e 4.2 exibindo o diagrama de fase do modelo para nove valores diferentes da taxa de mortalidade do predador. Fazendo uma comparação com os resultados da simulação, observamos que apenas para $m = 0,9$ os diagramas de fase das duas situações são coincidentes. Para $m = 0,1$, vemos uma presença maior de coexistência. Vale salientar que como estamos tratando de equações diferenciais, estamos tratando com populações infinitas, desta forma tivemos como resposta concentrações extremamente pequenas, que consideramos como coexistência. A partir da taxa para mortalidade predador de $m = 0,3$ observamos um cenário mais próximo do apresentado na simulação, diferindo apenas para alguns valores de parâmetros. Mostrando então uma aproximação dos resultados obtidos para o caso em que são consideradas interações locais (simulação) e globais (equações diferenciais).

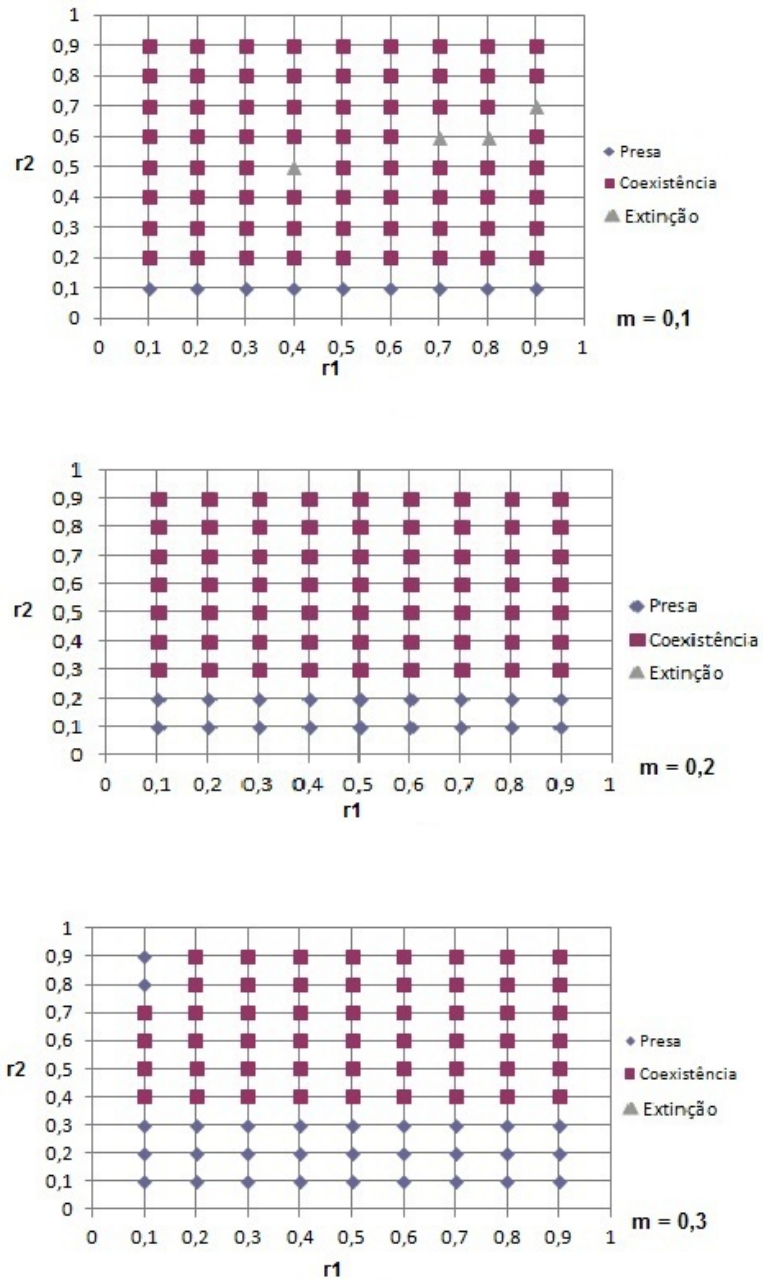


Figura 4.7 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0,1$, $0,2$, e $0,3$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2).

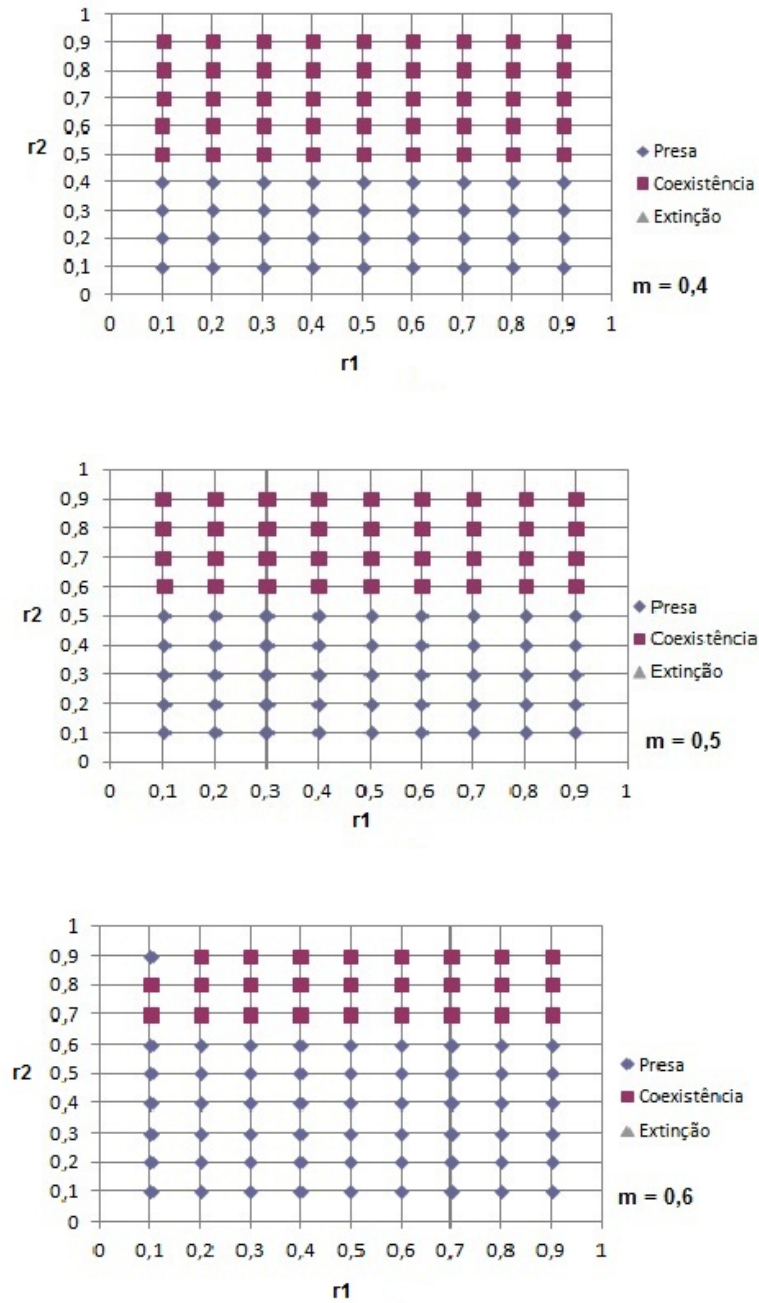


Figura 4.8 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0,4$, $0,5$, e $0,6$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2).

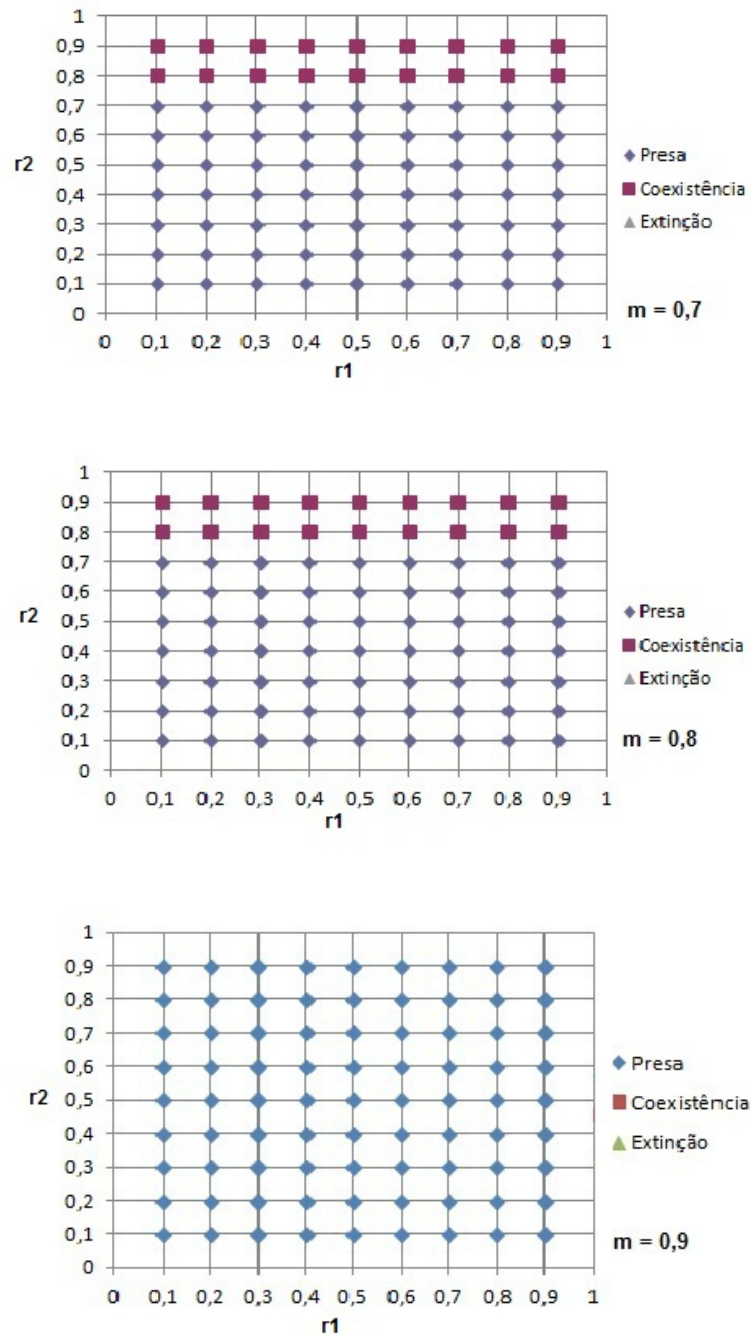


Figura 4.9 Diagrama de fase do modelo para taxas de mortalidade do predador, m iguais a $m = 0,7$, $0,8$, e $0,9$, obtidos através da integração das equações (4.1) e (4.2)

Modelo espacial com fragmentação do habitat

Consideramos agora no modelo a situação em que uma proporção dos sítios não é mais passível de ocupação, a fim de verificar os efeitos da destruição do habitat sobre a dinâmica do sistema. Nas nossas simulações, consideramos proporções de sítios não ocupáveis iguais a 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30% e 35% [10].

Analogamente ao caso sem fragmentação, admitimos que a quantidade do recurso disponível para a presa é ilimitada. Atribuímos à rede composta de $N = L \times L$ sítios uma certa proporção de sítios indisponíveis. Em seguida, atribuímos aleatoriamente os estados para todos os sítios disponíveis onde:

- 0 - vazio
- 1- presa
- 2- predador
- 3- indisponível

Em seguida damos início à dinâmica. Escolhemos um sítio aleatoriamente, com igual probabilidade, verificamos se este sítio está vazio, se contém uma presa ou contém um predador. Se estiver vazio ou for indisponível, nada acontece. Escolhemos então novamente um sítio de forma aleatória.

Se este sítio contiver com uma presa, então:

Verificamos os quatro vizinhos mais próximos e contamos quantos estão vazios. Se não houver vizinho vazio, a presa não irá se reproduzir. Se só houver um vizinho vazio, a presa irá se reproduzir com probabilidade r_1 . Caso haja mais de um sítio vazio, ela escolhe aleatoriamente em qual sítio irá colocar o filho, também com probabilidade r_1 .

Se o sítio contiver com um predador:

Verifica-se os quatro vizinhos mais próximos e conta-se quantos possuem uma presa. Se só houver um vizinho contendo uma presa, o predador irá se reproduzir com probabilidade r_2 ,

e colocará sua prole neste sítio. Caso haja mais de um sítio contendo uma presa, ele escolhe aleatoriamente em qual irá colocar sua prole, também com probabilidade r_2 . O predador morre com probabilidade m .

Contamos um passo de tempo quando visitamos N sítios.

5.1 Resultados

Assim como no caso em que não consideramos destruição do habitat, observamos três regimes diferentes dependentes dos valores dos parâmetros do modelo:

- Coexistência de presa e predador;
- Extinção do predador com sobrevivência da presa;
- Extinção da presa levando a extinção do predador.

Assim como no capítulo anterior em que construímos os diagramas de fase para o caso em que a destruição do habitat não é considerada, mostraremos aqui os mesmos diagramas para os casos em que 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30% e 35% dos sítios estão indisponíveis para ocupação.

As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 mostram os diagramas de fase obtidos por meio de simulações para valores de m variando de 0,1 a 0,9 e proporção de sítios indisponíveis igual a de 5%. Em comparação com os resultados obtidos para o caso sem destruição com a mesma taxa de mortalidade para o predador, verifica-se que o efeito da destruição diminui a quantidade de extinção e aumenta a coexistência e a quantidade do domínio das presas.

Com o aumento na taxa de mortalidade do predador para $m = 0,2$ as mudanças não são tão significativas, demonstrando um aumento pequeno de pontos no espaço de parâmetros onde há coexistência. Mas em relação ao caso em que a taxa de mortalidade é igual a $m = 0,1$ observa-se um aumento significativo na coexistência.

Aumentando a taxa de mortalidade do predador para $m = 0,3$ tem-se um aumento na presença de coexistência. Já em relação ao efeito da destruição há uma diminuição pouco significativa na quantidade de coexistência.

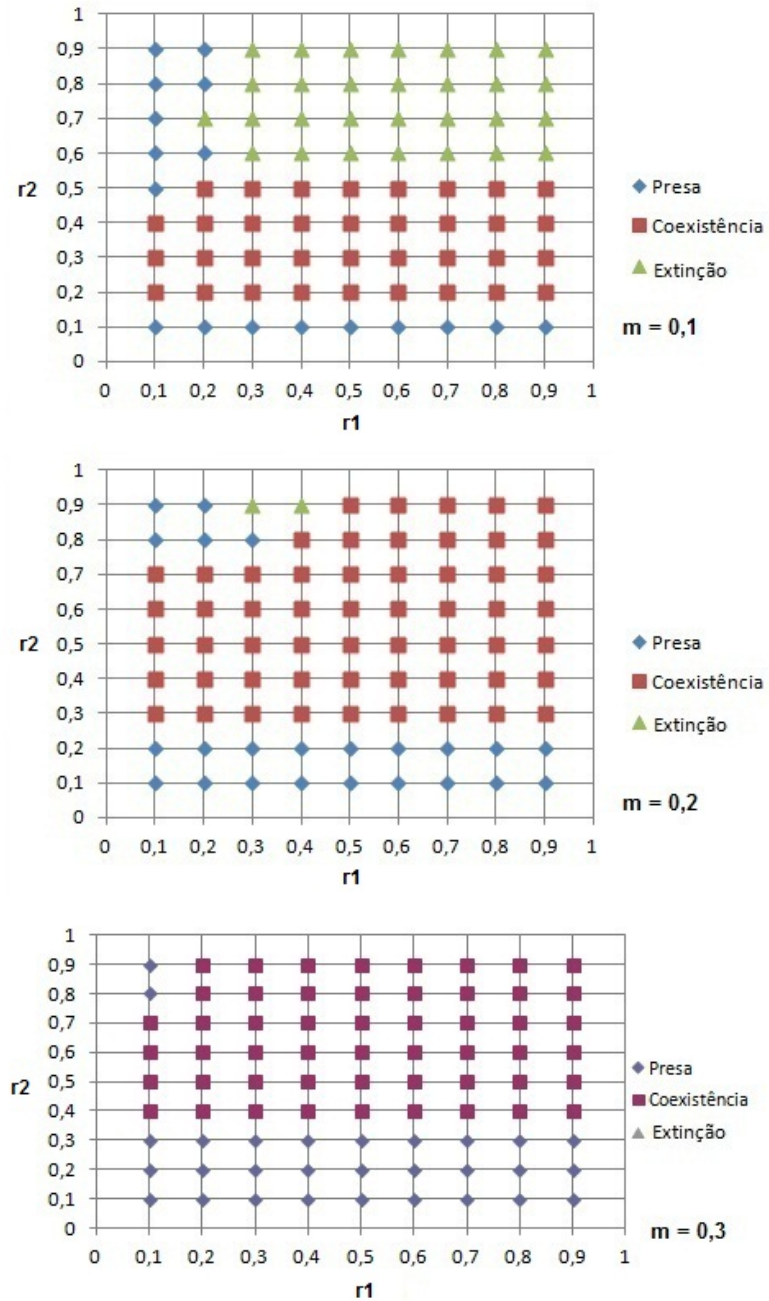


Figura 5.1 Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.

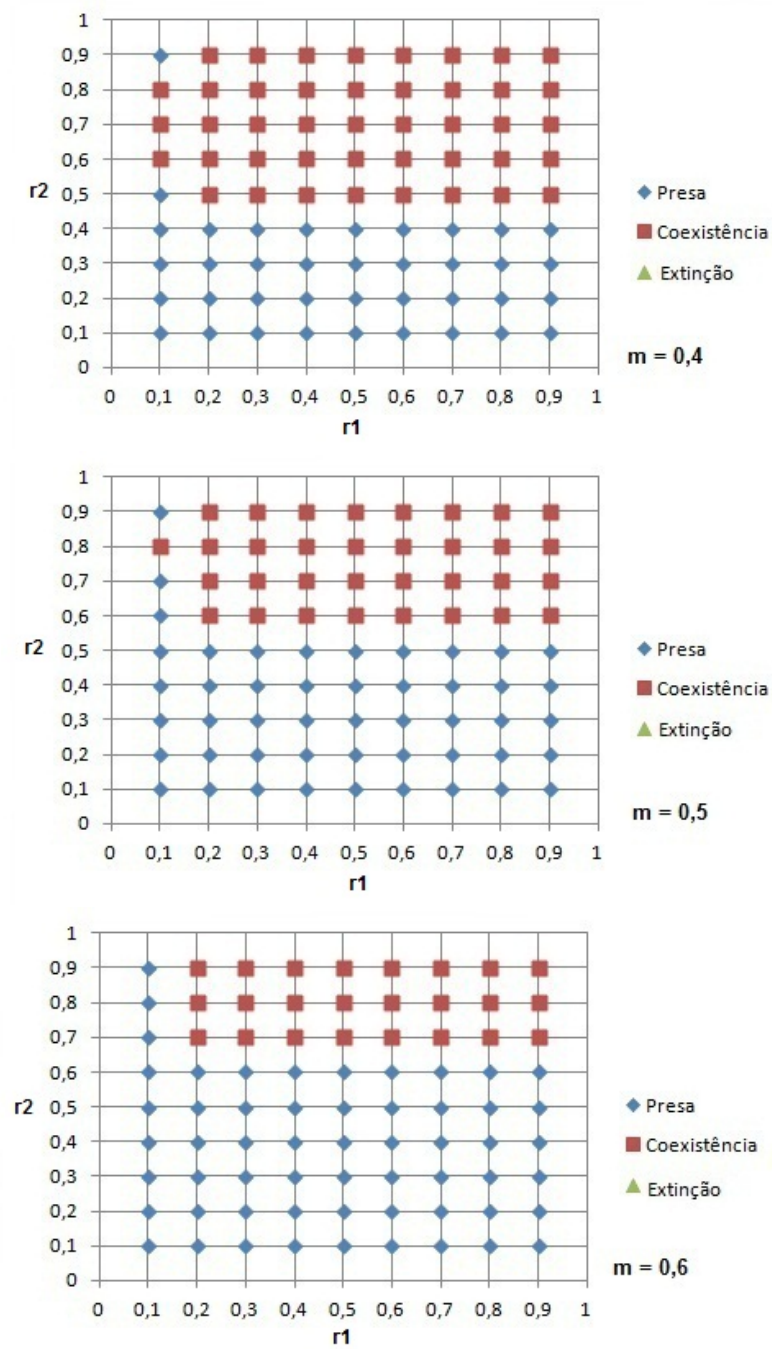


Figura 5.2 Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.

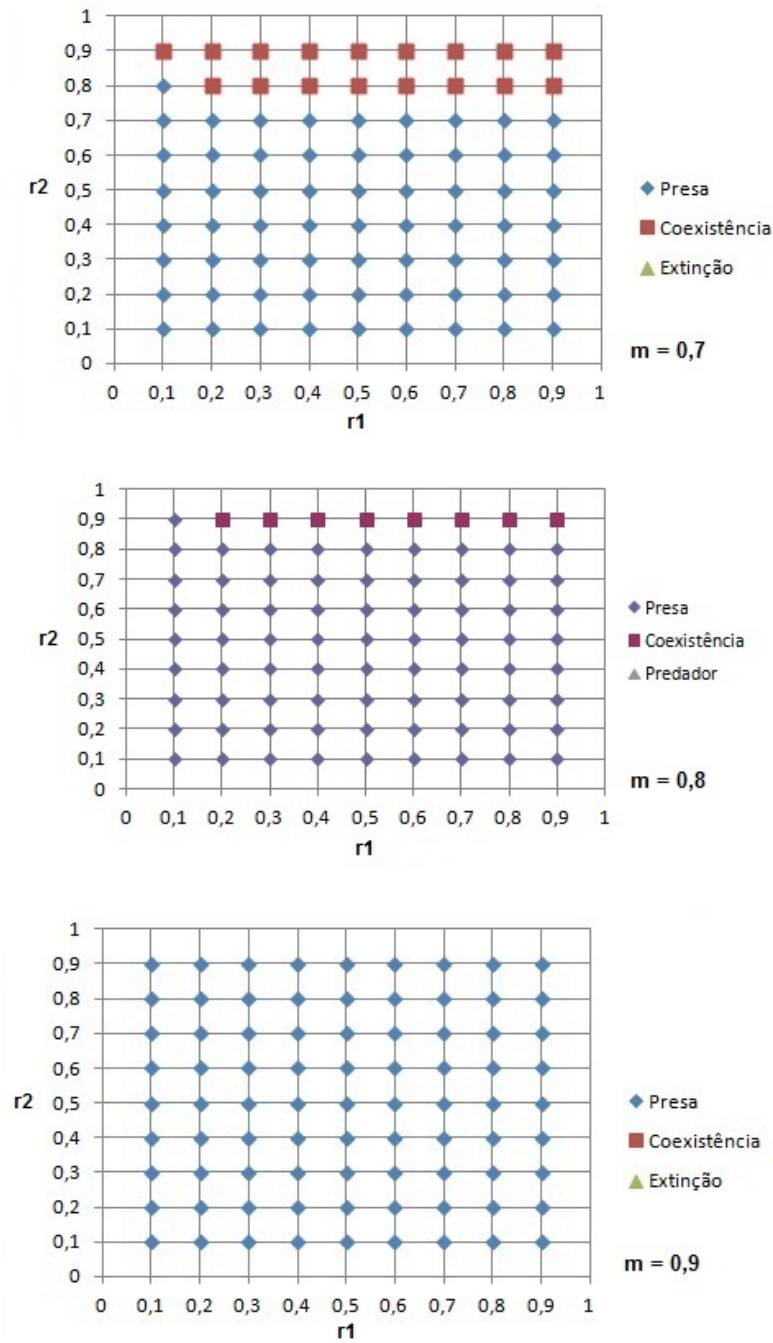


Figura 5.3 Diagrama de fases de r_1 versus r_2 para 5% de fragmentação.

Ao aumentarmos a destruição para 10%, observa-se (veja figuras 5.4, 5.5 e 5.6) uma grande diminuição dos casos em que há extinção entre as espécies, abrindo espaço para predominância das presas, para $m = 0,1$ e um aumento pequeno para os casos de coexistência. Quando

aumenta-se o valor de m para $m = 0,2$, já não há a presença de extinção. Quando $m = 0,3$, o diagrama de fases é idêntico ao diagrama sem fragmentação e com a fragmentação de 5%. A partir de valores maiores ou iguais a $m = 0,4$, os diagramas apresentam grande semelhança ou se tornam idênticos aos diagramas com 5% de fragmentação e sem fragmentação. Nos levando a conclusão de que 10% não nos leva a mudanças de situações extremas.

Para 15% de destruição, não observamos mais a extinção das espécies para $m = 0,1$ e sim a predominância das presas para parâmetros onde antes se observava a extinção. Para os demais valores de m , percebemos um comportamento muito parecido ao das situações anteriores, conforme mostramos nas figuras 5.7, 5.8 e 5.9

Quando aumentamos a fragmentação para 20%, vemos na figura 5.10 que para $m = 0,1$ além de não existir extinção, há um aumento na coexistência entre as espécies. Nas figuras 5.11 e 5.12 observamos que para os demais valores de m , temos um comportamento muito parecido às situações anteriores, inclusive os limiares críticos inferiores (valores de r_2) em relação à coexistência para cada valor de m em cada fragmentação são os mesmos.

Com a fragmentação de 25% observa-se nas figuras 5.13, 5.14 e 5.15 que com o aumento dos valores de m a quantidade de pontos em que há apenas a presença de presas vai aumentando em relação ao gráfico das figuras 5.10, 5.11 e 5.12 que apresentam comportamento bem

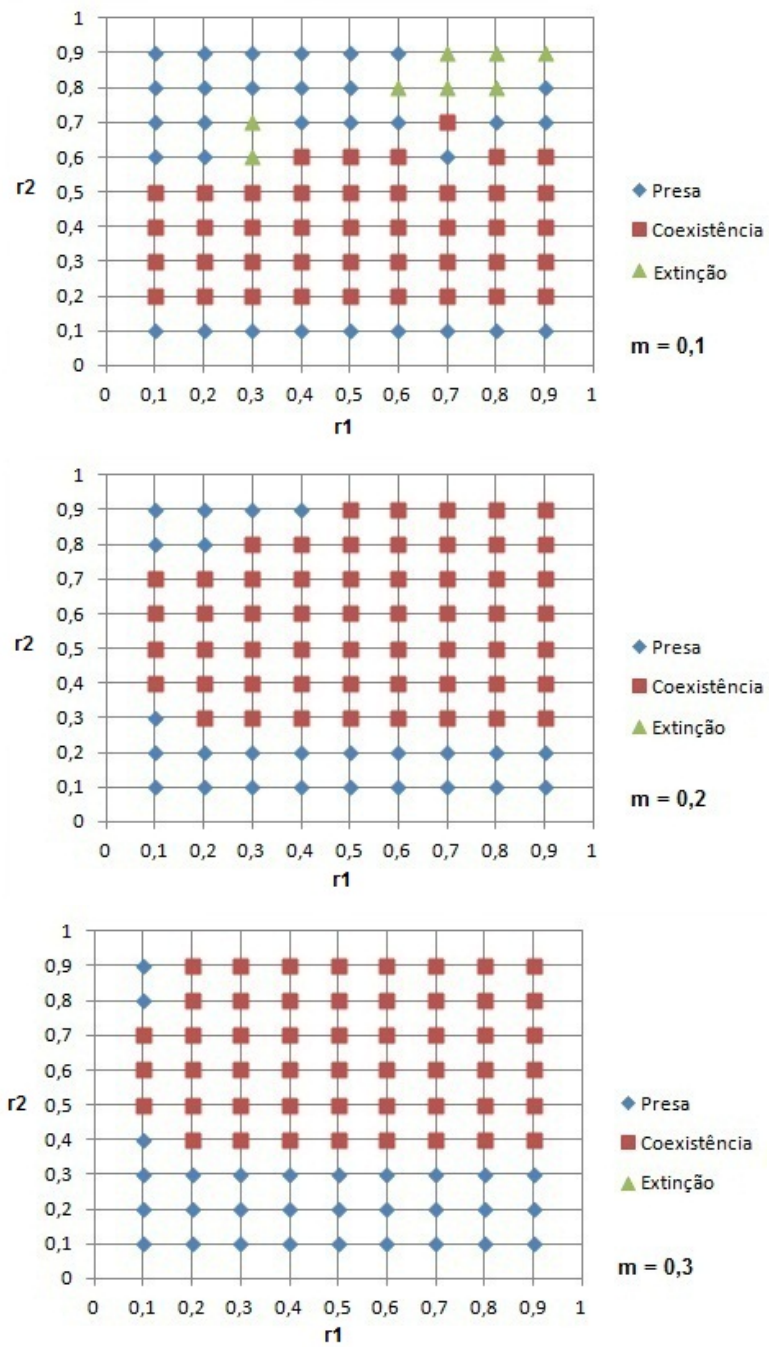


Figura 5.4 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.

parecido com diferença apenas na quantidade de presas.

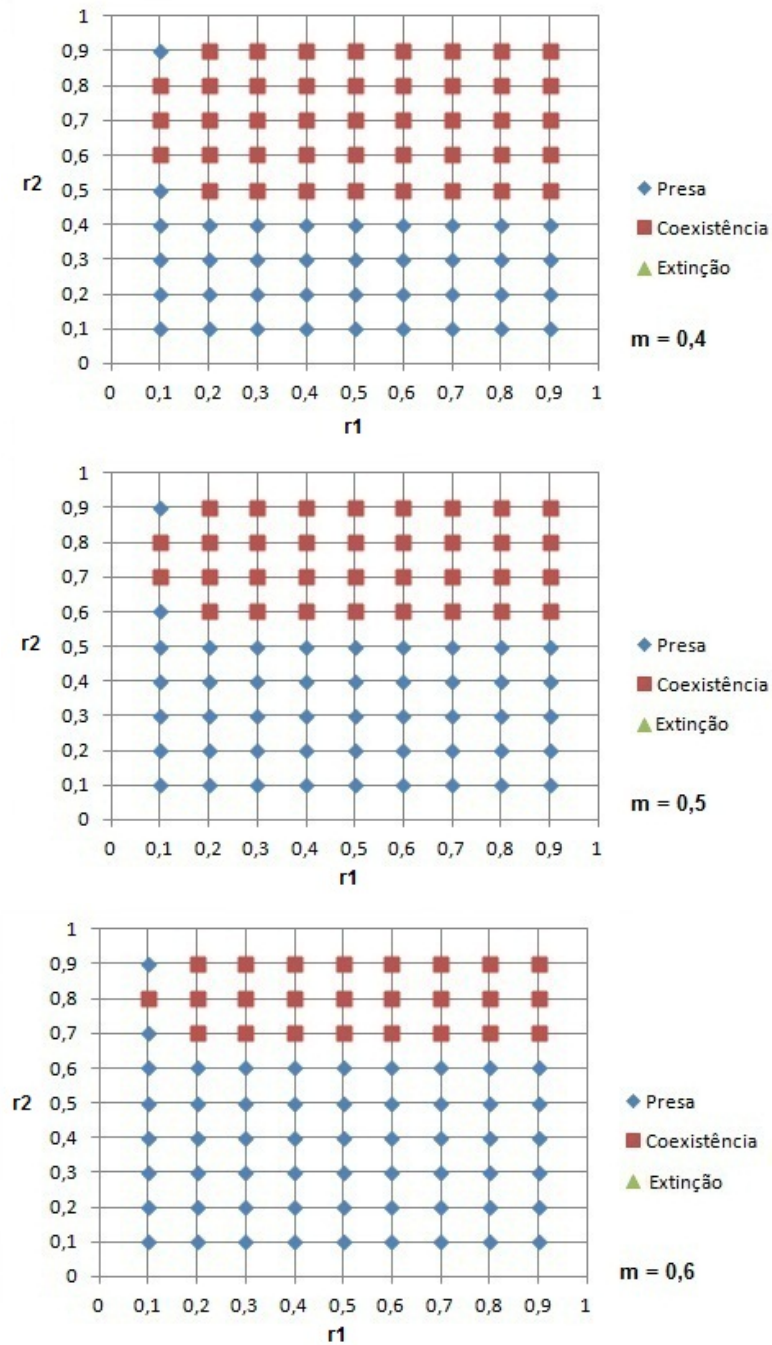


Figura 5.5 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.

Na destruição de 30% dos sítios temos um limiar crítico para $m = 0,5$ diferente das figuras anteriores, uma vez que o limiar crítico superior para o domínio das presas e extinção do predador r_2 coincidia com o valor de m . Já nesta situação o limiar para $m = 0,5$ é $r_2 = 0,6$.

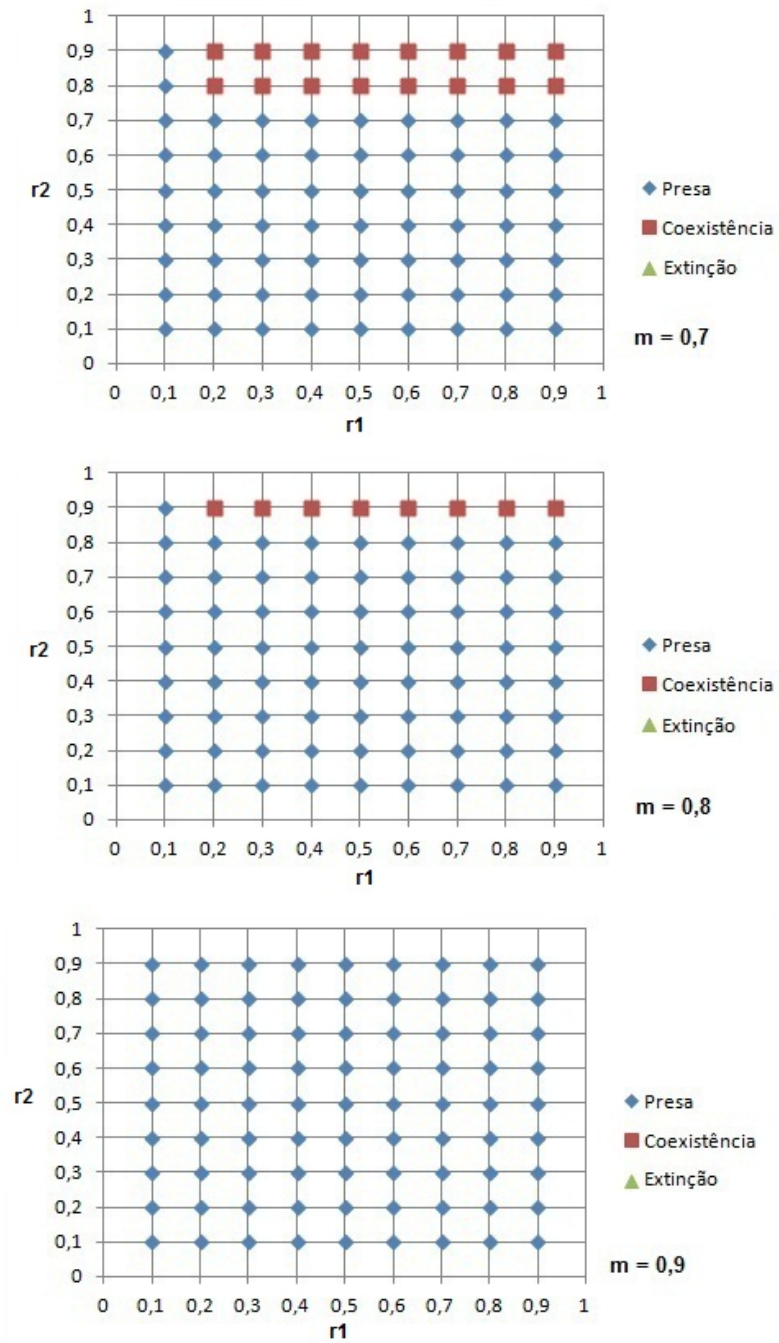


Figura 5.6 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 10% de fragmentação.

Mas a medida em que se aumenta os valores para m a partir de $m = 0,6$, volta a se assemelhar com as figuras anteriores.

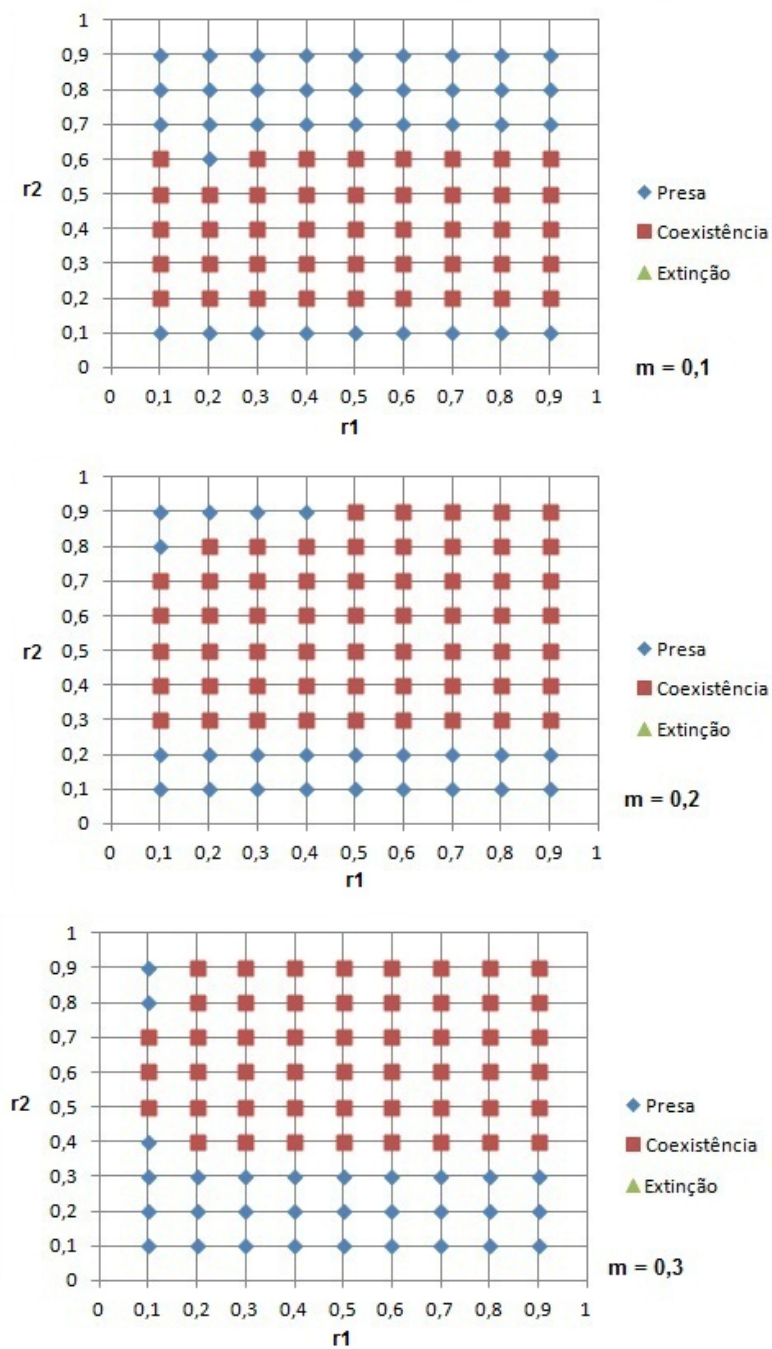


Figura 5.7 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.

Fragmentando mais ainda para 35%, a partir de $m = 0,3$ até $m = 0,6$, o limiar crítico superior para o domínio das presas e extinção do predador r_2 , sofre uma mudança em relação aos casos anteriores, mostrando assim um avanço das presas mais bruscamente comparado a

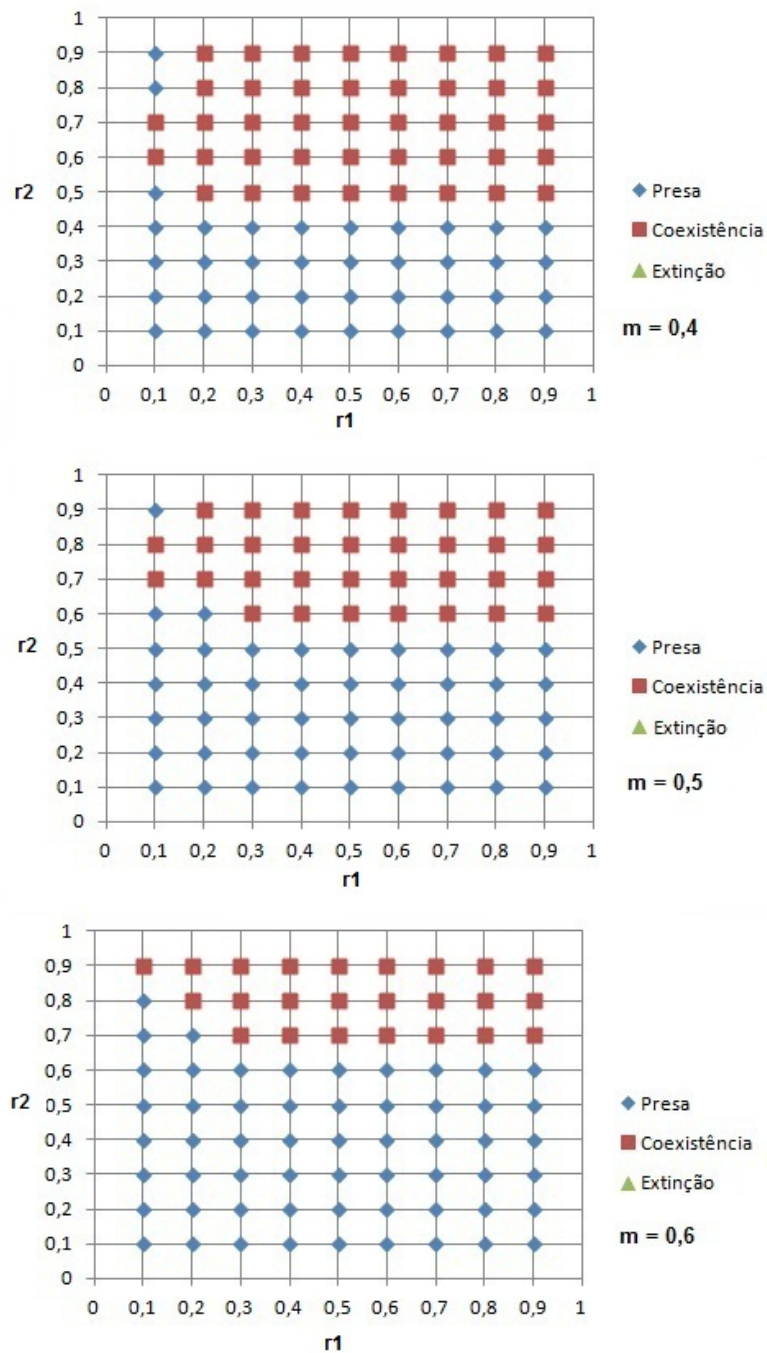


Figura 5.8 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.

níveis de fragmentação inferior. Desta forma, podemos concluir que o efeito da fragmentação é benéfico para as presas.

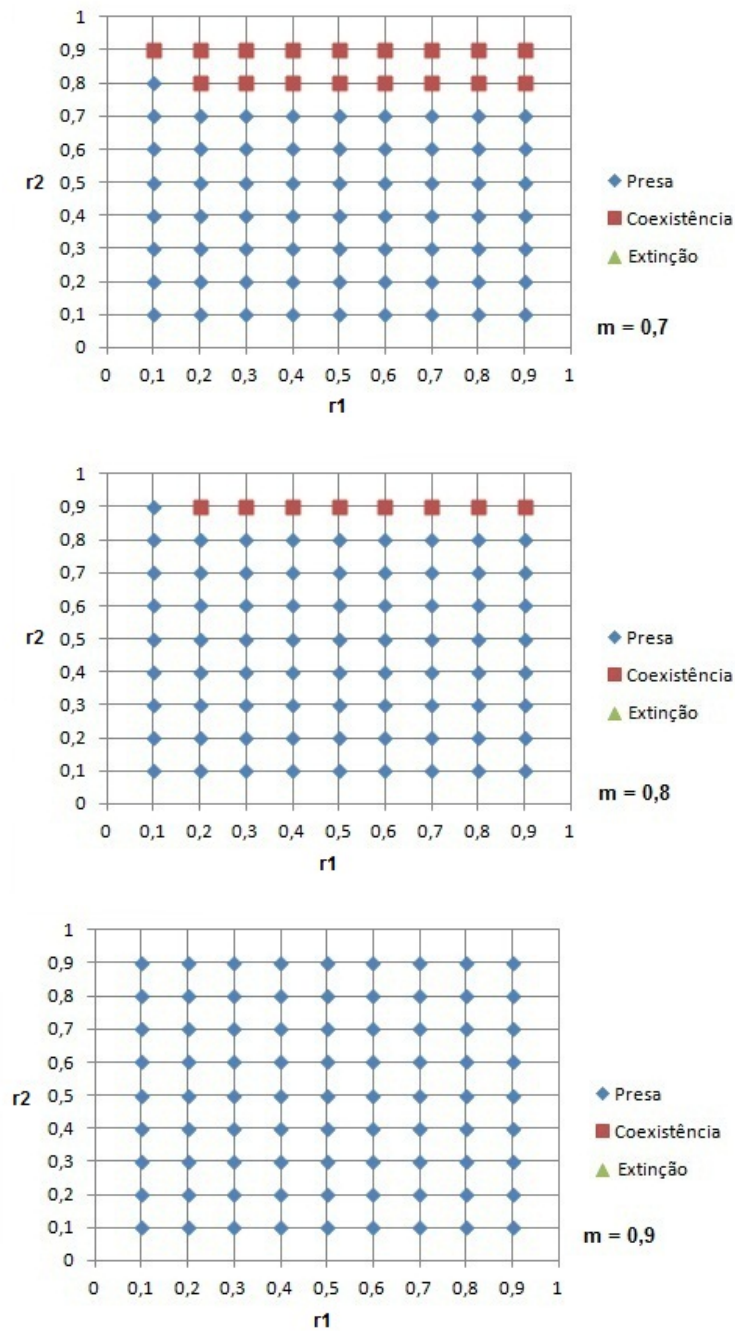


Figura 5.9 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 15% de fragmentação.

A figura 5.22 mostra a evolução das médias das concentrações de presas e de predadores em relação à proporção de sítios destruídos. Com a intenção de verificar como se comporta a coexistência com parâmetros fixados e variando a fragmentação, foram escolhidos alguns

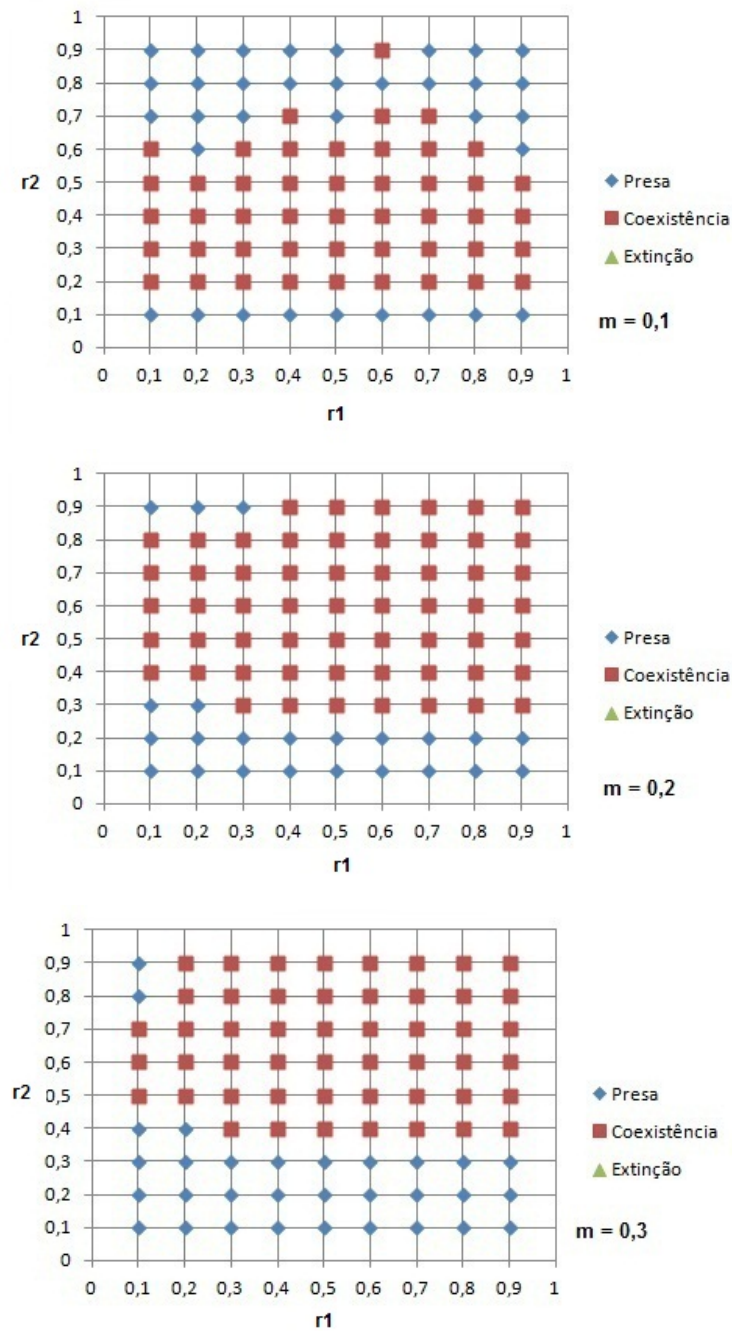


Figura 5.10 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.

parâmetros a saber: $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,3$ e $m = 0,2$. Pode-se concluir que com o aumento da fragmentação, a população de presas tende a crescer e a de predadores a diminuir.

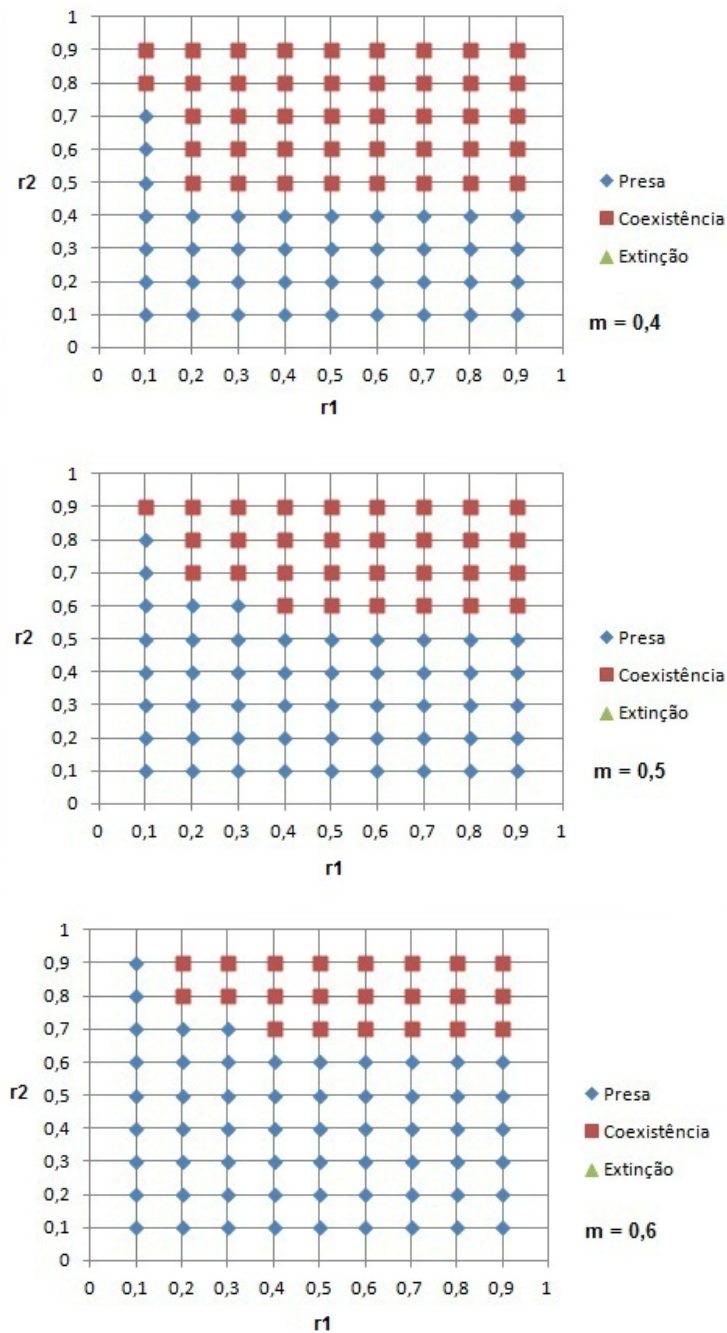


Figura 5.11 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.

Na figura 5.23 apresentamos um caso em que com o aumento da fragmentação observamos permanência da coexistência entre as espécies. Os parâmetros utilizados foram $r_1 = 0,2$, $r_2 = 0,9$ e $m = 0,2$.

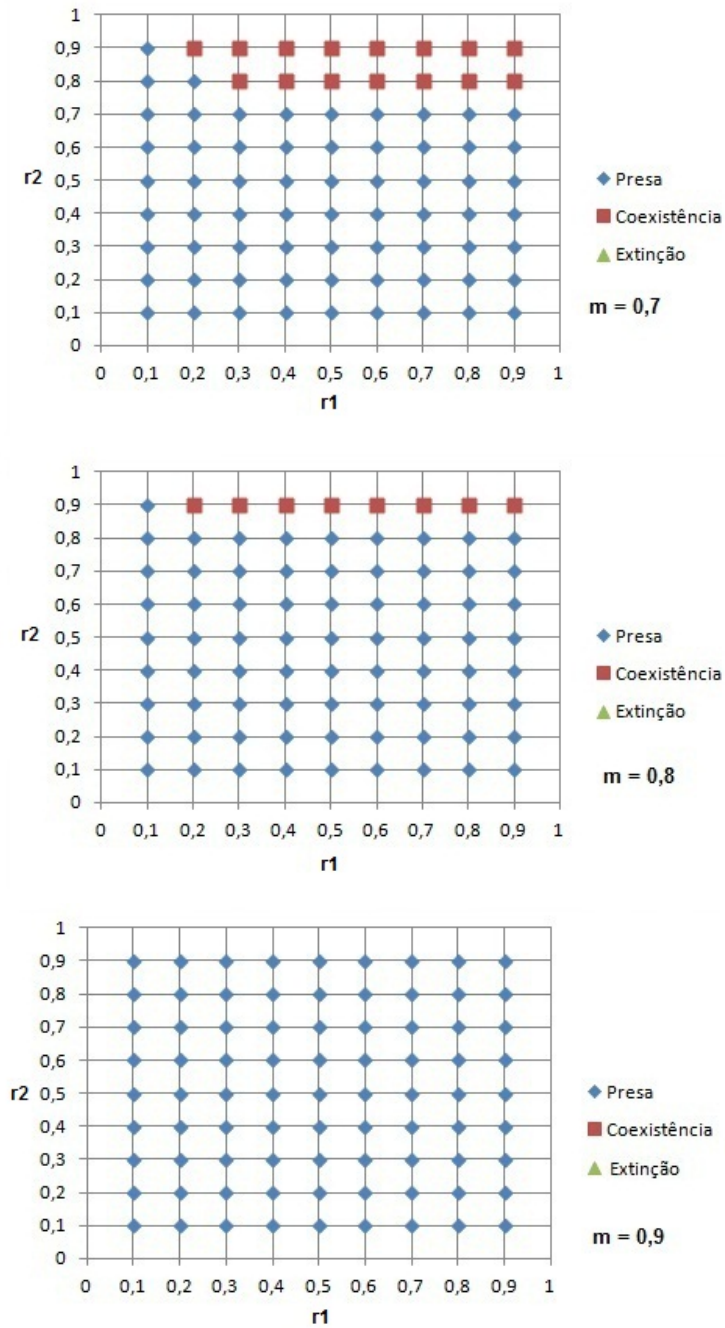


Figura 5.12 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 20% de fragmentação.

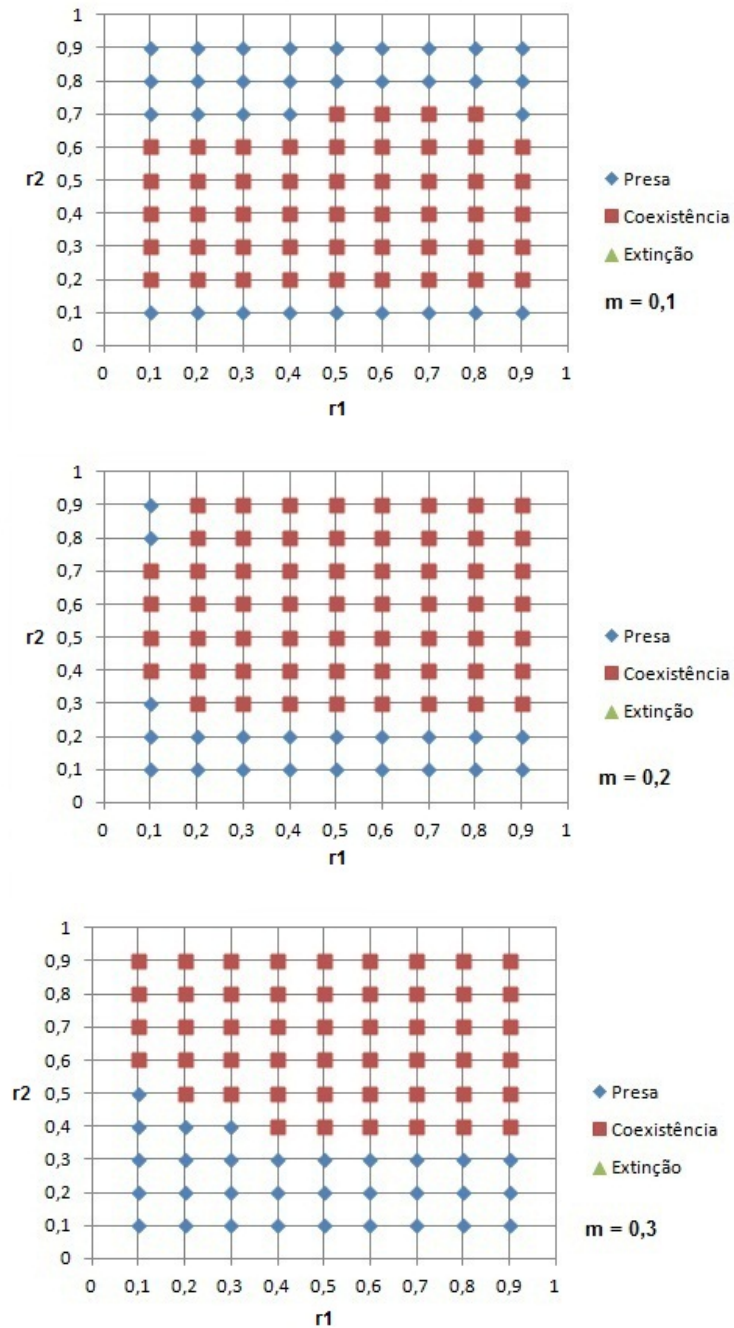


Figura 5.13 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.

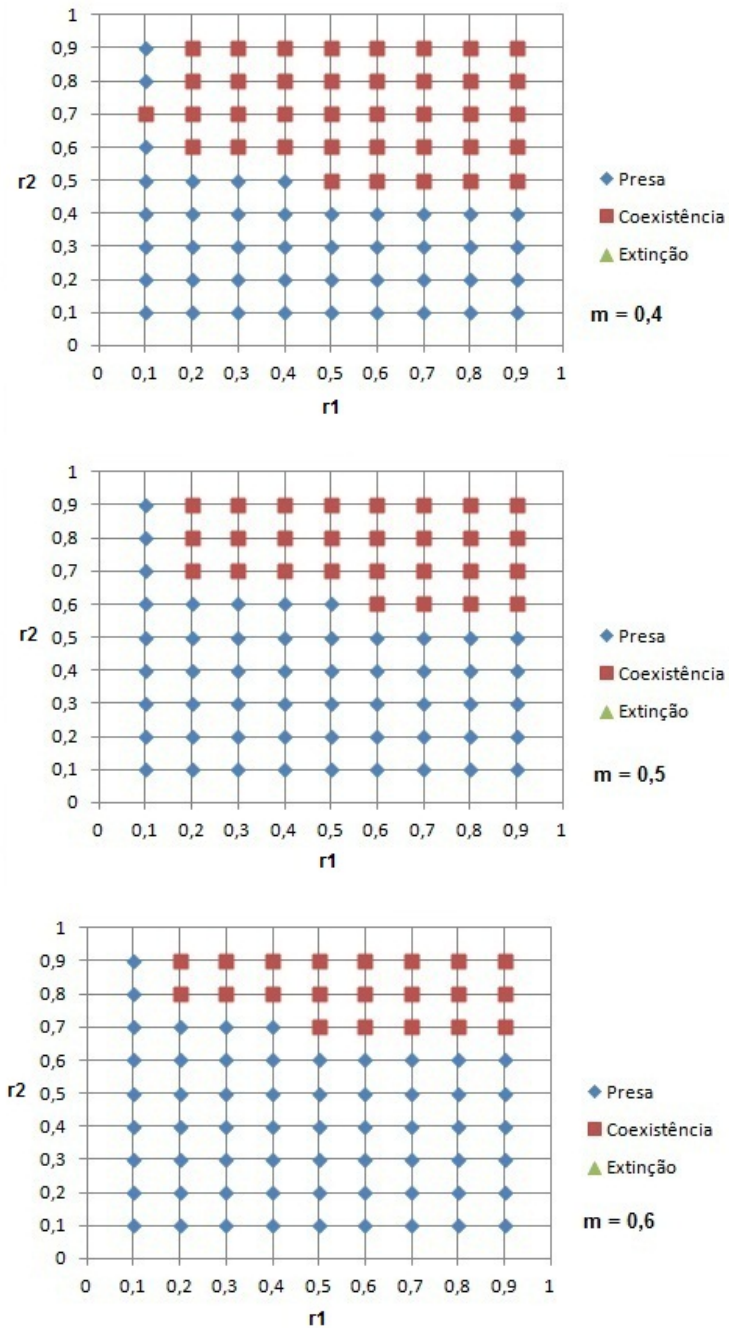


Figura 5.14 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.

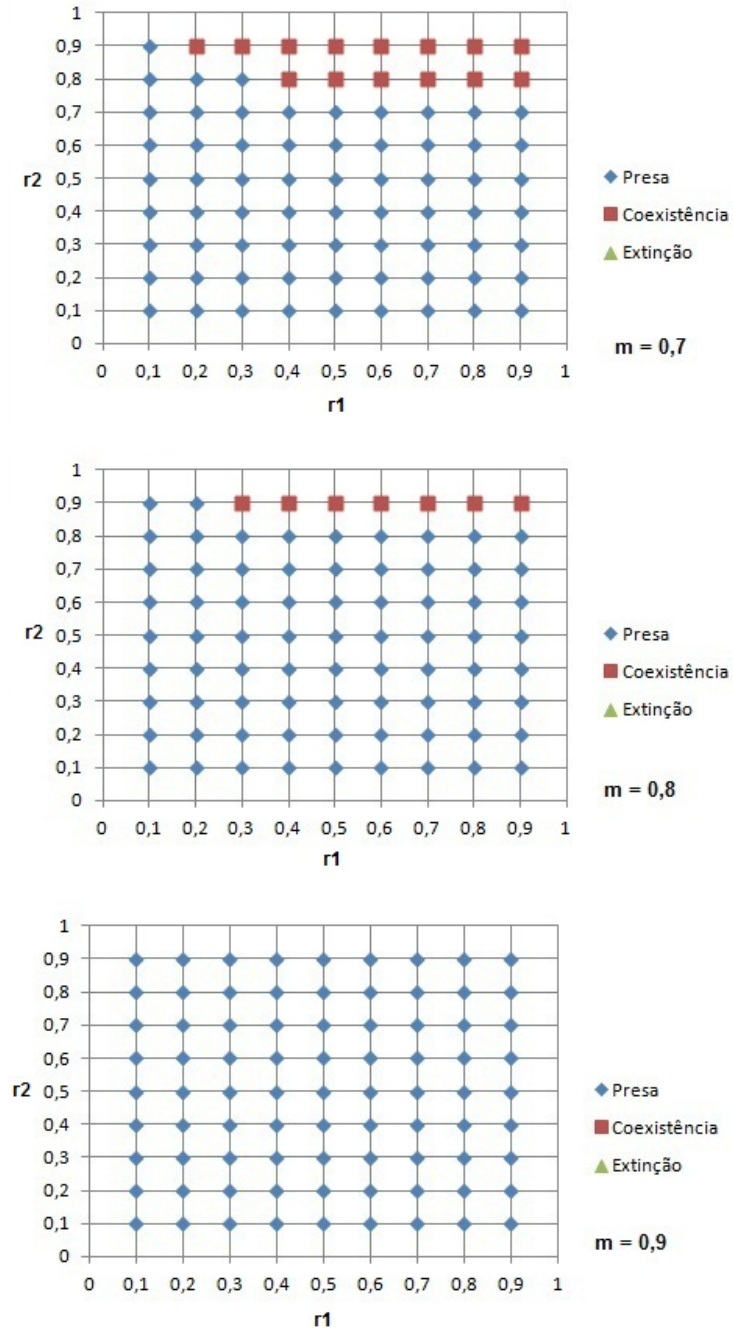


Figura 5.15 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 25% de fragmentação.

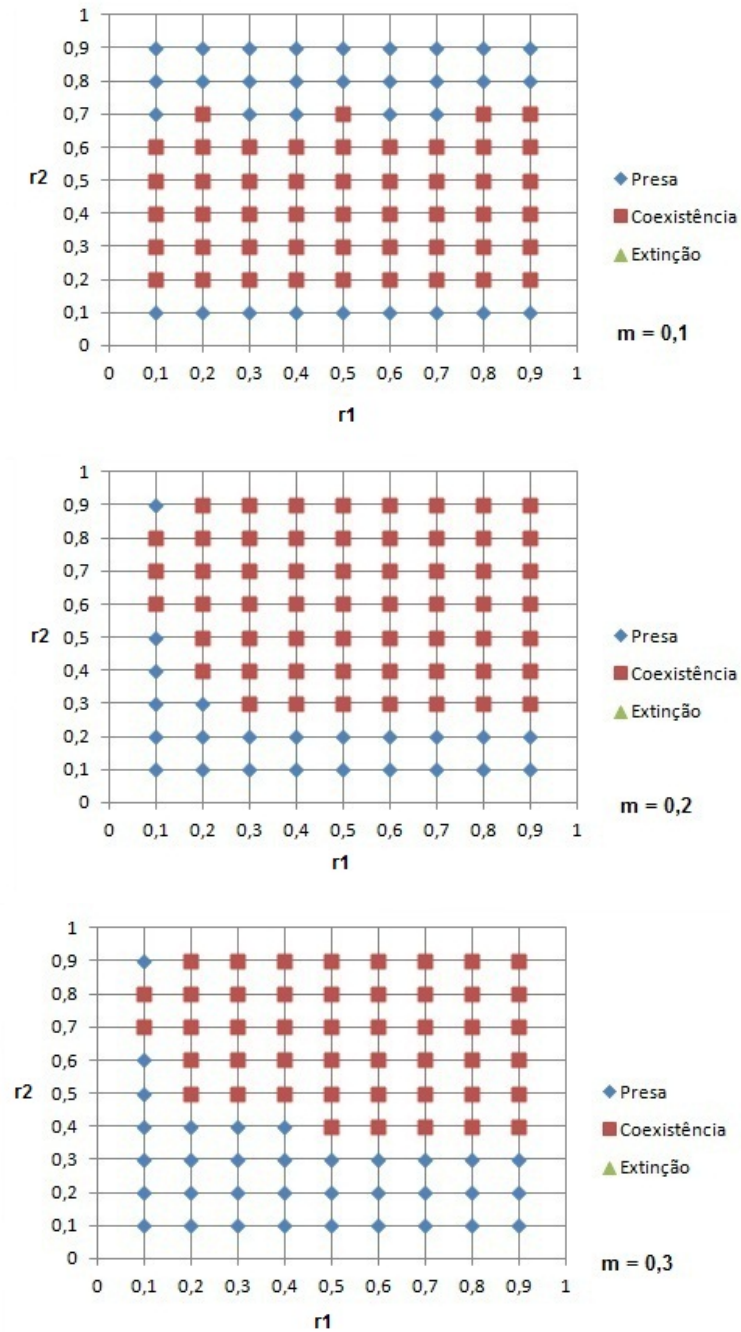


Figura 5.16 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.

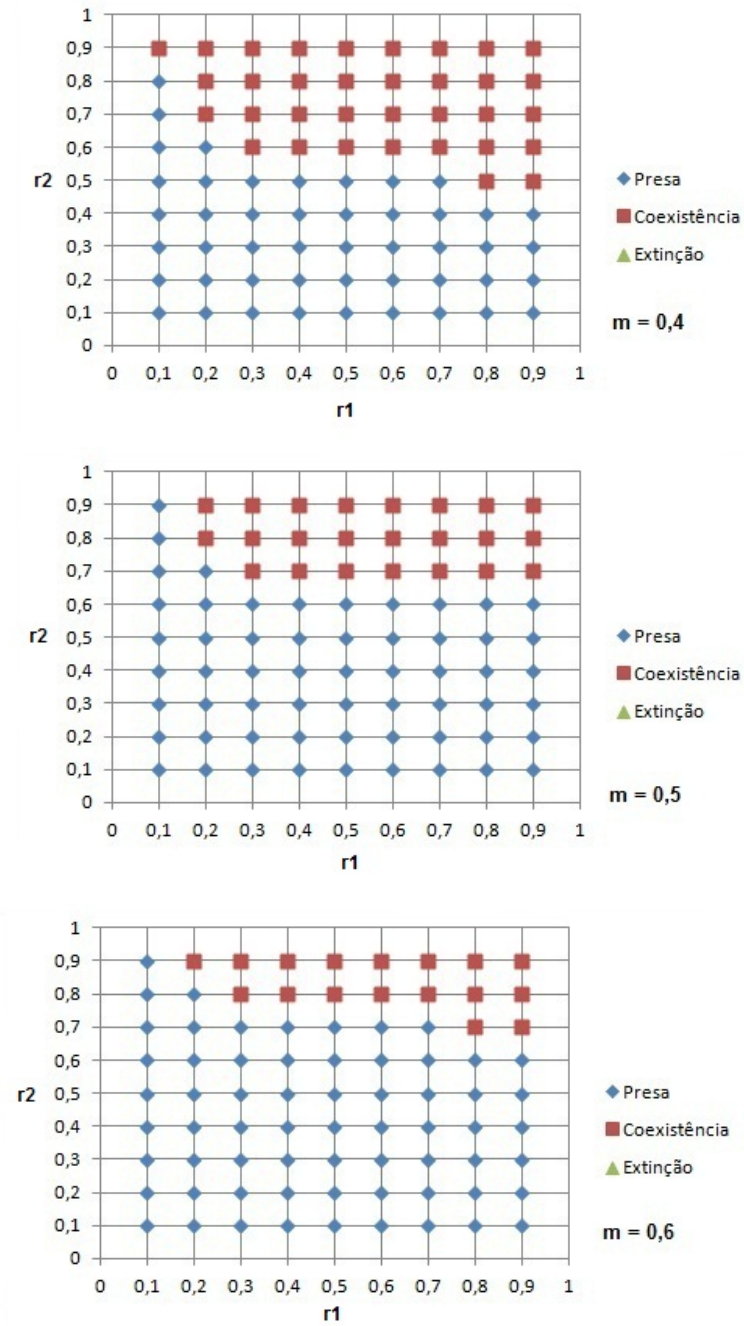


Figura 5.17 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.

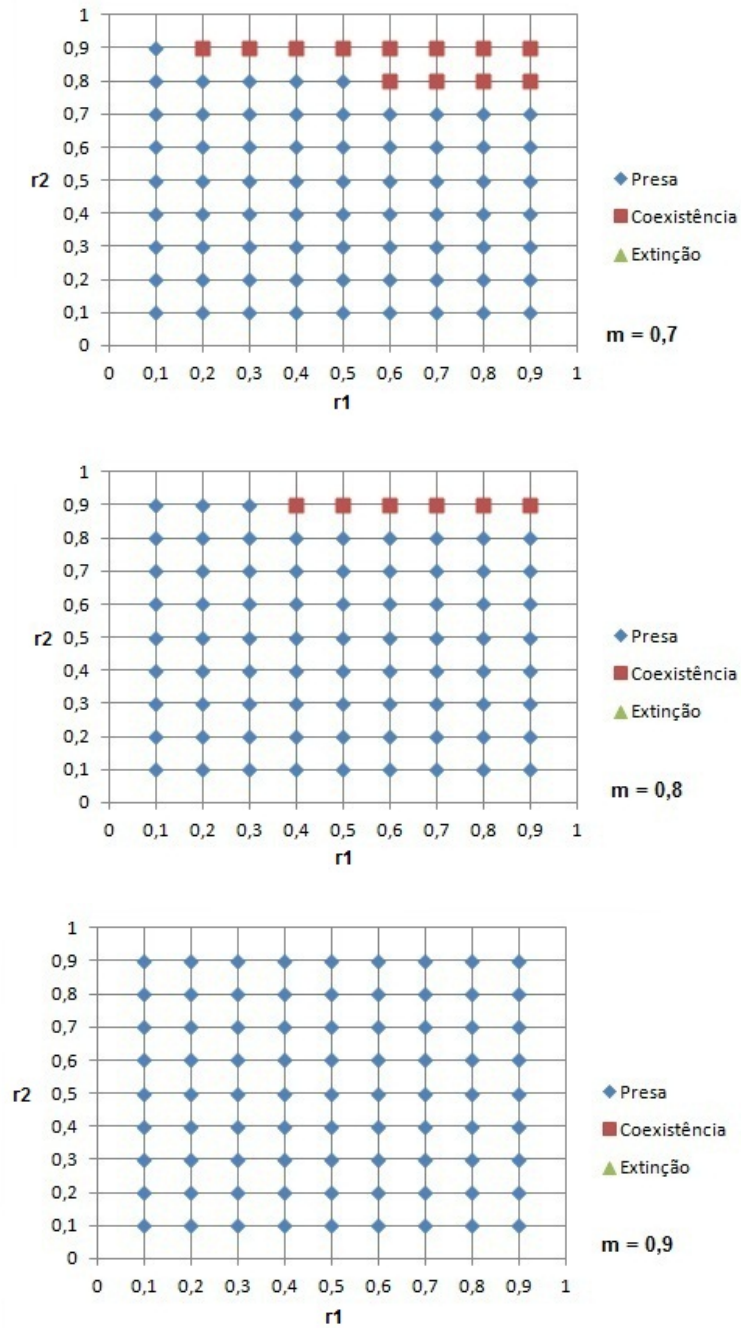


Figura 5.18 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 30% de fragmentação.

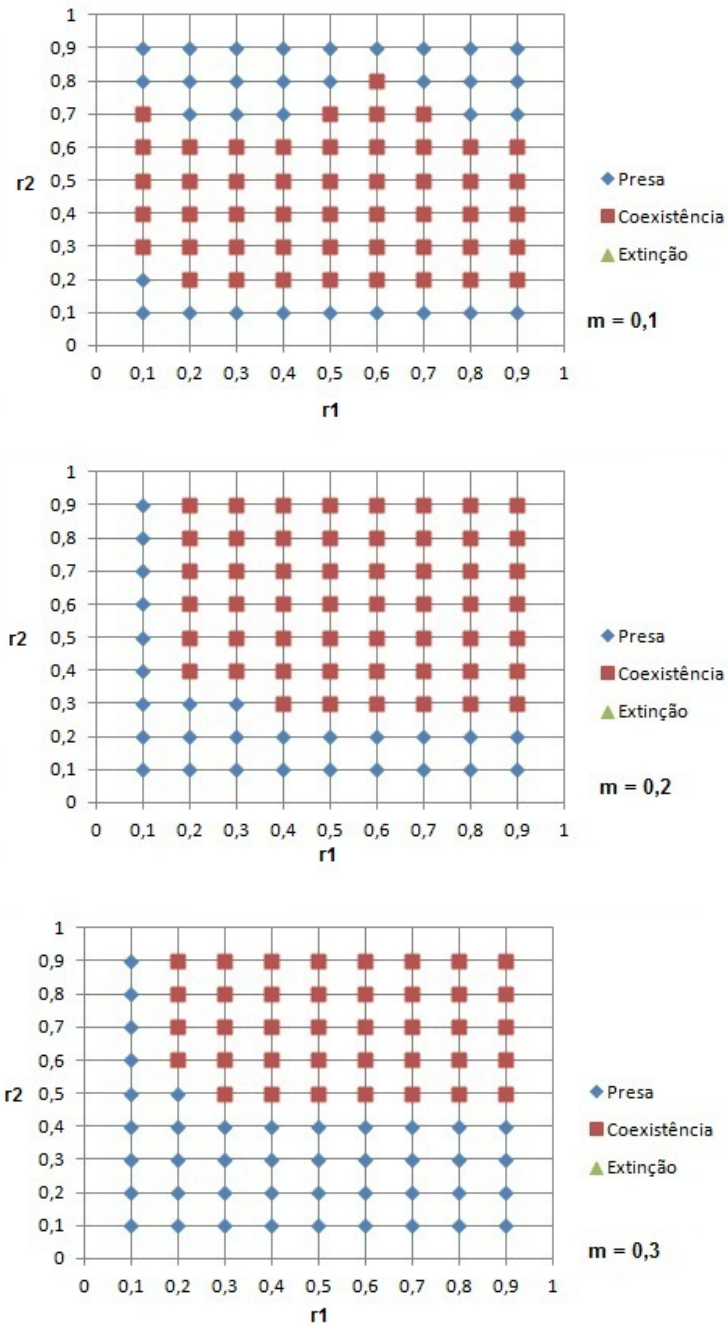


Figura 5.19 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.

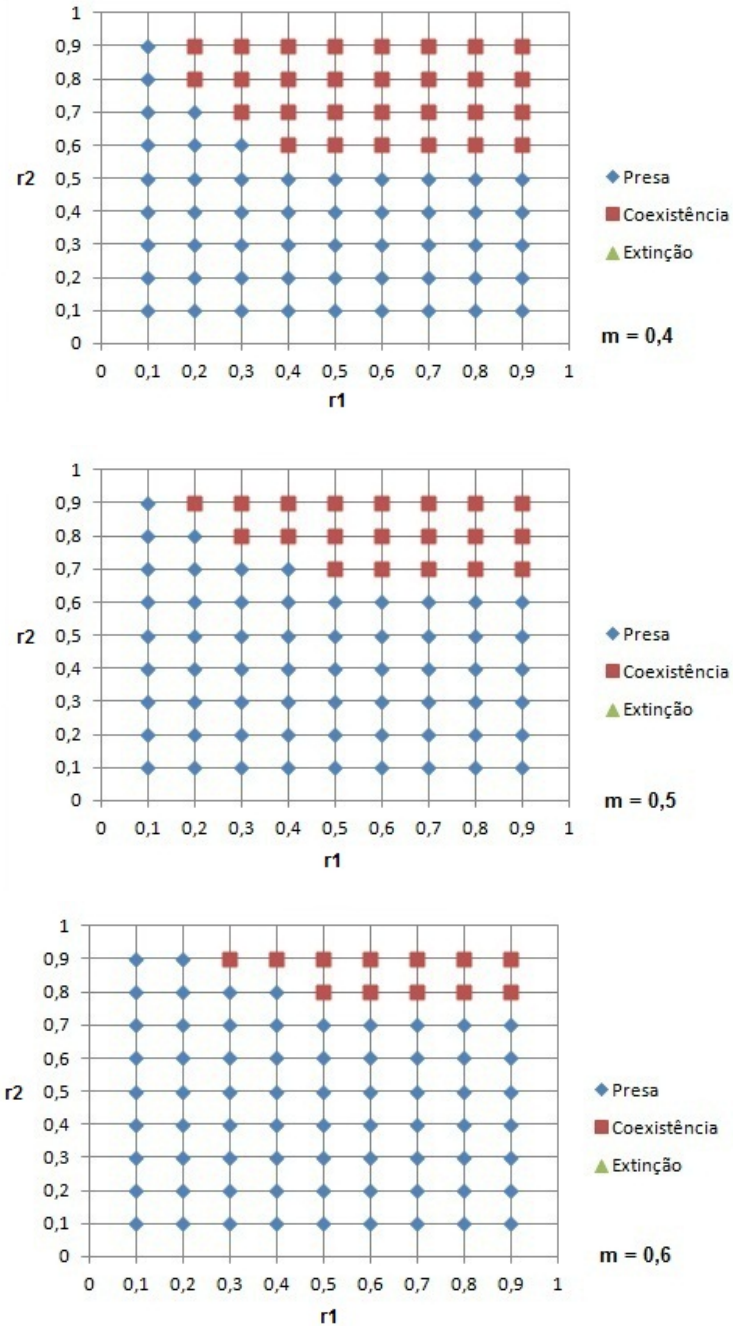


Figura 5.20 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.

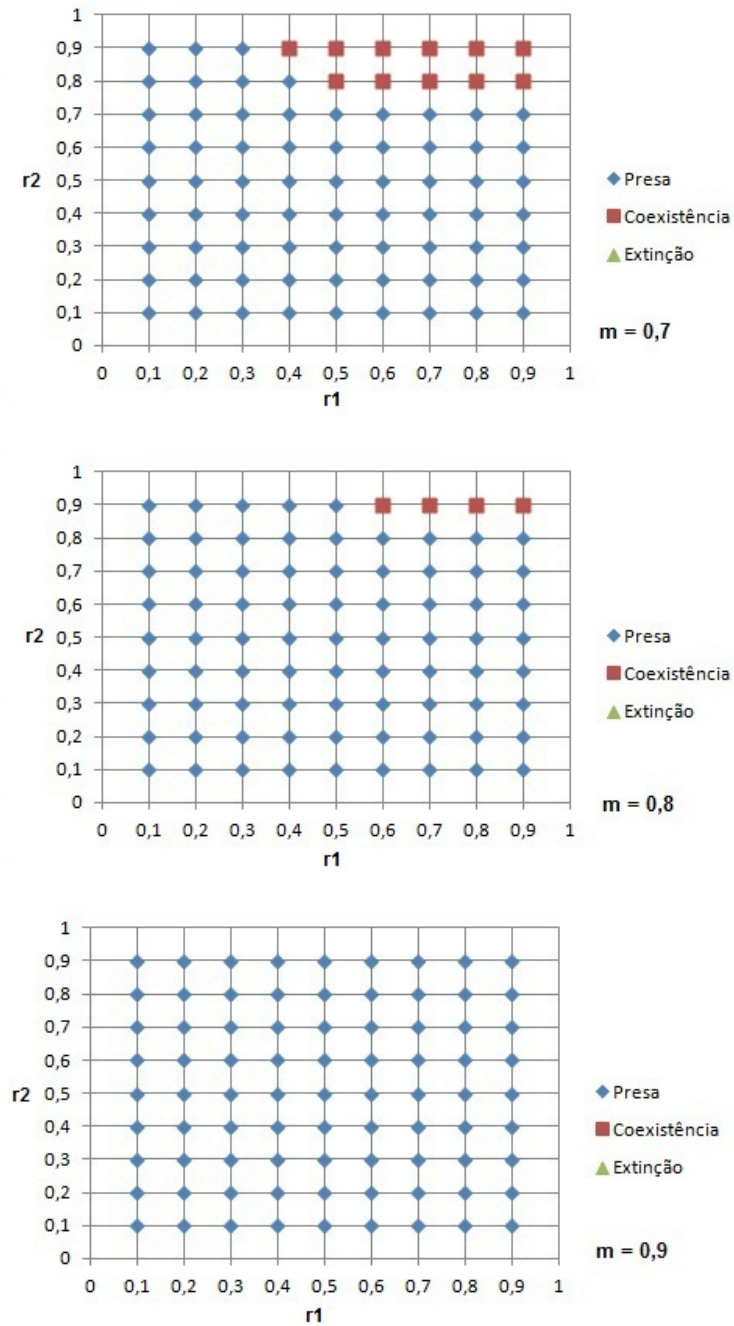


Figura 5.21 Diagrama de fases r_1 versus r_2 para 35% de fragmentação.

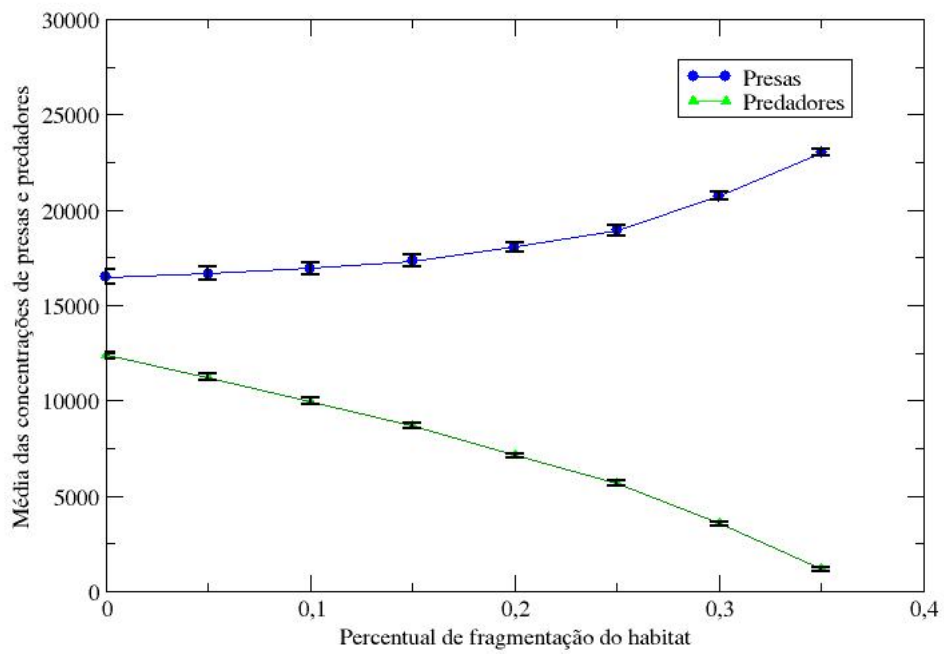


Figura 5.22 Concentração de presas e predadores \times percentual de fragmentação do habitat. Para $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,3$ e $m = 0,2$.

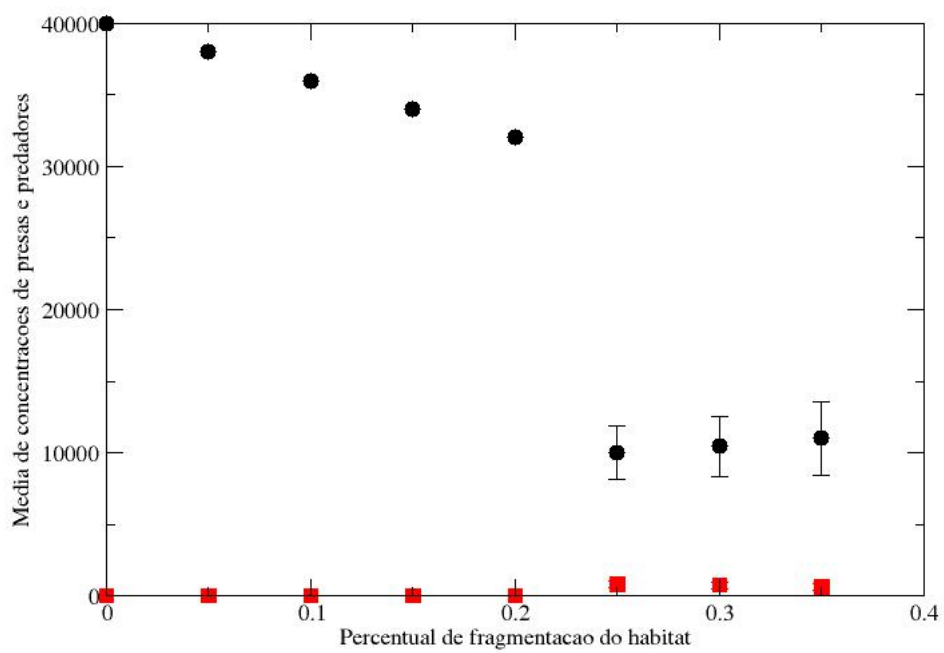


Figura 5.23 Concentração de presas e predadores X percentual de fragmentação do habitat. Para $r_1 = 0,2$, $r_2 = 0,9$ e $m = 0,2$.

Conclusão

Neste trabalho, o principal objetivo foi realizarmos um estudo sobre os efeitos da destruição do habitat sobre um sistema presa-predador. Tomamos como base um modelo introduzido recentemente para o estudo de um sistema do tipo presa-predador que considera a estrutura espacial. Também realizamos uma análise do modelo por meio de um conjunto de equações diferenciais e comparamos os resultados obtidos com aqueles relativos ao caso em que consideramos a estrutura espacial. Analisando os efeitos da destruição do habitat sobre a dinâmica do sistema, considerando que uma proporção dos habitats antes disponíveis para presas e predadores é destruída. Obtivemos o diagrama de fases do modelo com e sem destruição e comparamos os resultados para ter uma melhor compreensão do efeito quantitativo e qualitativo sobre as concentrações de presas e predadores causados pela fragmentação.

Fazendo o uso de simulações computacionais para responder a essas questões, na análise realizada em redes espaciais com todos os sítios passíveis de colonização, foi possível observar que com o aumento da probabilidade de reprodução tanto da presa, quanto do predador e também com aumento da taxa de mortalidade do predador, observamos a coexistência e o domínio das presas. Também pudemos obter resultados através da integração do conjunto de equações diferenciais propostas para entender o modelo proposto. Com a comparação, constatamos que a partir de valores para m maiores do que 0,3, há uma proximidade dos resultados considerando-se interação local com interação global, ou seja, das simulações computacionais com a integração das equações diferenciais.

Sabemos que a destruição do habitat é um dos assuntos que estão sendo muito estudados nos últimos anos. Dessa forma, naturalmente aparecem questões: como evolui a concentração de presas e de predadores em relação ao percentual de fragmentação e em relação a taxa de

morte do predador? Pois é através da predição que é possível tomar medidas que possam preservar a biodiversidade.

Para responder a estas questões, foram realizadas simulações e verificamos que o aumento na proporção de sítios não-disponíveis leva a uma diminuição da população de predadores. Observamos que para 15% de sítios destruídos aleatoriamente já não se observa o regime de extinção das duas espécies no sistema.

Apesar de ser possível, não foram considerados fatores tais como, a quantidade de recursos disponíveis para a presa, o que tornaria o modelo mais realístico. Sugestões para uma continuidade em um próximo trabalho seria como se comportaria o sistema caso consideremos a mutação das espécies.

Referências Bibliográficas

- [1] Paolo Bellavite. *Medicina Biodinâmica*. Editora Papirus, 2002.
- [2] Márcio Paixão Dantas. *Seleção natural espontânea em sistemas presa-predador com difusão*. 2005.
- [3] Garcia. Predator-prey: An efficient markets model of stock market bubbles and the business cycle, 2003-2011. [accessado 7-maio-2012].
- [4] Adam Lipowski. Oscillatory behaviour in a lattice prey-predator system. *Physica A*, 60:5179, 1999.
- [5] Dorota Lipowska Adam Lipowski. Nonequilibrium phase transition in a lattice prey-predator system. *Physica A*, 276:456–464, 2000.
- [6] Carlos Augusto Melo De Souza. *Estudo de um Sistema Presa-Predador com Estrutura Espacial*. 2009.
- [7] W. E. Cooper L. B. Crowder. Habitat structural complexity and the interaction between bluegills and their prey. *Ecology*, 63:1802–1813, 1982.
- [8] S. Magalhaes M. Montserrat T. Van der Hammen A. M. Janssen, W. Sabelis. Habitat structure affects intraguild predation. ecology. *Ecology*, 88:2713–2719, 2007.
- [9] P. Barbosa A. Legrand. Plant morphological complexity impacts foraging efficiency of adult coccinella septempunctata l. (coleoptera: Coccinellidae). *BioOne*, 32:1219–1226, 2003.
- [10] L. A. Barmuta D. M. Warfe. Habitat structural complexity mediates the foraging success of multiple predator species. *Oecologia*, 141:171–178, 2004.

- [11] L. FAHRIG. Effects of habitat fragmentation on biodiversity. *Ecol. Syst*, 34:487–515, 2003.
- [12] C.H. & DOBSON A.P. WILCOVE, D.S.; MCLELLAN. Habitat fragmentation in the temperate zone. *Conservation Biology The Science of Scarcity and Diversity*, pages 237–256, 1986.
- [13] J.F.R. Fernandes O. Bonato S. Palomino-Bean, A.C.S. Vilcarromero. Co-existência de espécies em sistemas presa-predador com switching. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 7, 2006.
- [14] Jordi Bascompte and Ricard V. Sol 'e. Effects of habitat destruction in a prey-predator metapopulation model. *Journal of Theoretical Biology*, 195:383–393, 1998.
- [15] R. V. Sole J. Bascompte. Habitat fragmentation and extinction thresholds in spatially explicit models. *The Journal of Animal Ecology*, 65:465–468, 1996.
- [16] Franciane Silva de Azevedo. *Modelo de Competição de Lotka-Volterra com difusão aplicado a fragmentos de florestas bidimensionais*. 2008.
- [17] Michio Kondoh. Habitat fragmentation resulting in overgrazing by herbivores. *Journal of Theoretical Biology*, 225:453–460, 2003.
- [18] André M. de Roos Sona Prakash. Habitat destruction in a simple predator prey patch model: How predators enhance prey persistence and abundance. *Theoretical Population Biology*, 62:231–249, 2002.
- [19] Lenore Fahring Krista L. Ryall. The "edge effect o nest predation "hypothesis after twenty years. *Ecology*, 87:1086–1093, 2006.
- [20] D.C Lahti. Global dynamics of microbial competition for two resources with internal storage. *Biological Conservation*, 99:365–374, 2001.
- [21] P Yodzis. The indeterminacy of ecological interactions as perceived through perturbation experiments. *Ecology*, 69:508–515, 1988.

- [22] Tomomi Tao Nariyuki Nakagiri, Kei-ichi Tainaka. Indirect relation between species extinction and habitat destruction. *Ecological Modelling*, 137:109–118, 2001.
- [23] Andrzej Pe ekalski Janusz Szwabinski. Effects of random habitat destruction in a predator-prey model. *Physica A*, 360:59–70, 2006.
- [24] Michael Bulmer. *Theoretical Evolutionary Ecology*. Sinauer Associates Publishers, Sunderland Massachusetts, 1994.
- [25] Paulo Roberto de Araújo Campos. *Modelos de Integração E Informação em Evolução Pró-Biótica*. 2001.
- [26] Manoel Carlos Gomes. Interações entre espécies, 2003-2011. [accessado 24-Agosto-2011].
- [27] E. C. Pielou. *Mathematical Ecology*. John Wiley & Sons, New York, 1977.

